

## BÖLÜM 4

### MADDE İÇİNDE ELEKTRİK ALANLAR

#### 4.1 Kutuplanma

##### 4.1.1 Dielektrikler

Bu bölümde madde içindeki elektrik alanları inceleyeceğiz. Kuşkusuz, madde çok çeşitli olarak karşımıza gelir (katılar, sıvılar, gazlar, metaller, ağaçlar, camlar) ve bu maddelerin hepsi durgun elektrik alana aynı şekilde karşılık vermezler. Bununla beraber, günlük cisimlerin çoğu iki geniş sınıftan birisine aittir (en azından iyi bir yaklaşıklıkla):

**iletkenler** ve **yalıtkanlar** (veya **dielektrikler**). Daha önceden iletkenler hakkında konuşmuştuk; bunlar malzeme içinde her tarafa hareket etmekte serbest "sınırsız" sayıda yük içeren maddelerdir. Uygulamada genellikle bunun anlamı birçok elektronun belirli herhangi bir çekirdeğe eşlik etmemesi, fakat istediği gibi etrafta başı boş dolaşmasıdır. Dielektriklerde, bunun zıddı olarak, yüklerin tümü belirli atom veya moleküllere bağlanmıştır. Böyle mikroskobik yer değiştirmeler bir iletkendeki yüklerin tümüyle yeniden düzenlenmesi kadar belirgin değildir, fakat onların yığılmalı etkisi dielektrik malzemelerin belirgin davranışından sorumludur. Gerçekte elektrik

alanların bir dielektrik atomu veya molekülündeki yük dağılımını çarpıtabileceği iki ana mekanizma vardır: uzatma ve döndürme. Gelecek iki bölümde bu işlemleri tartışacağız.

#### 4.1.2 İndüklenmiş Dipoller

Bir  $\vec{E}$  elektrik alanına yerleştirilen nötr bir atoma ne olur? İlk tahmininiz şu olabilirdi: "Kesinlikle hiçbir şey-atom yüklü olmadığından, alanın onun üzerine bir etkisi yoktur." Fakat bu doğru değildir. Her ne kadar atom bir bütün olarak elektriksel olarak nötr ise de, pozitif yüklü bir göbek (çekirdek) ve onu saran negatif yüklü bir elektron bulutu vardır. Atom içindeki bu iki yük bölgesi alan tarafından

etkilenir: çekirdek alanın yönünde itilir ve elektronlar da buna zıt yönde itilirler. İlk olarak, alan yeterince büyükse, atomu tamamen ikiye ayırabilir ve "iyonlaştırabilir" (o zaman madde bir iletken haline gelir.). Ancak, daha az aşırı alanlar halinde çabucak bir denge kurulur, çünkü elektron bulutunun merkezi çekirdekle çakışmadığında bu pozitif ve negatif yükler birbirini çeker ve bu atomları bir arada tutar. İki zıt kuvvet -elektronları ve çekirdeği ayıracak şekilde çeken  $\vec{E}$ , onları bir araya getirmek için çeken karşılıklı çekim kuvveti- bir dengeye ulaşır, pozitif yükün hafifçe bir tarafa ve negatif yük de diğer tarafa kaydırılmasıyla atom **kutuplanmış** hale getirilir. Şimdi atom,  $\vec{E}$  ile

aynı yönde yönelmiş çok küçük bir  $\mathbf{p}$  dipol momentine sahiptir. Tipik olarak, bu indüklenmiş dipol momenti yaklaşık olarak alanla orantılıdır (alan aşırı derece kuvvetli olmadığı sürece):

$$\vec{p} = \alpha \vec{E} \quad (4.1)$$

Orantılılık sabiti  $\alpha$  **atomik kutuplanabilirlik** adını alır. Değeri, ele alınan atomun ayrıntılı yapısına bağlıdır. Çizelge 4.1 deneysel olarak tayin edilmiş bazı atomik kutuplanabilirlikleri listelemektedir.

| H     | He    | Li   | Be   | C    | Ne    | Na   | Ar   | K    | Cs   |
|-------|-------|------|------|------|-------|------|------|------|------|
| 0,667 | 0,205 | 24,3 | 5,60 | 1,76 | 0,396 | 24,1 | 1,64 | 43,4 | 59,6 |

Çizelge 4.1 Atomik kutuplanabilirlikler ( $\alpha/4\pi\epsilon_0$ ,  $10^{-30}$  m<sup>3</sup> birimlerindedir.)

### Örnek 4.1

İlkel bir atom modeli, düzgün olarak yüklenmiş  $a$  yarıçaplı küresel bir bulutla  $(-q)$  çevrilmiş bir nokta yükten  $(+q)$  oluşur. (Şek. 4.1). Böyle bir atomun atomik kutuplanabilirliğini hesaplayınız.

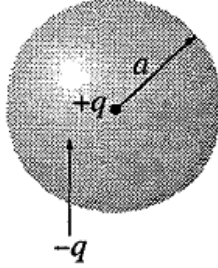
### Çözüm:

Bir  $\vec{E}$  dış alanının varlığında, çekirdek hafifçe sağa ve elektron bulutu da Şek. 4.2'de gösterildiği gibi sola kaydırılacaktır (Prob. 4.1'de göreceğiniz gibi, ilgili gerçek yer değiştirmeler son derece küçük

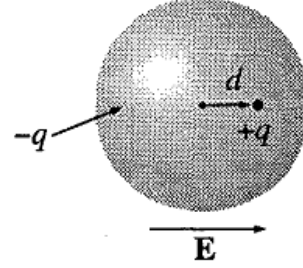
olduğundan dolayı elektron bulutunun küresel şeklini koruduğunu kabul etmek akla yatkındır.) Çekirdek kürenin merkezinden bir  $d$  uzaklığı kadar yer değiştirdiğinde dengenin oluştuğunu kabul edelim. Bu noktada çekirdeği sağa doğru iten dış alan onu sola doğru çeken iç alana tam olarak eşittir: ( $E = E_e$ ), burada  $E_e$  elektron bulutu tarafından oluşturulan alandır. Şimdi düzgün olarak yüklü bir kürenin merkezinden bir  $d$  uzaklığındaki alan

$$E_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{qd}{a^3}$$

dür. (Prob. 2.12). O zaman, denge halinde



Şekil 4.1



Şekil 4.2

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{qd}{a^3}, \text{ veya } p = qd = (4\pi\epsilon_o a^3)E$$

Bu sebeple atomik kutuplanabilirlik



$$\alpha = 4\pi\epsilon_o a^3 = 3\epsilon_o v \quad (4.2)$$

olur, burada  $v$  atomun hacmidir. Bu atomik model her ne kadar son derece kabataslak ise de, sonuç (4.2) çok kötü değildir.

---

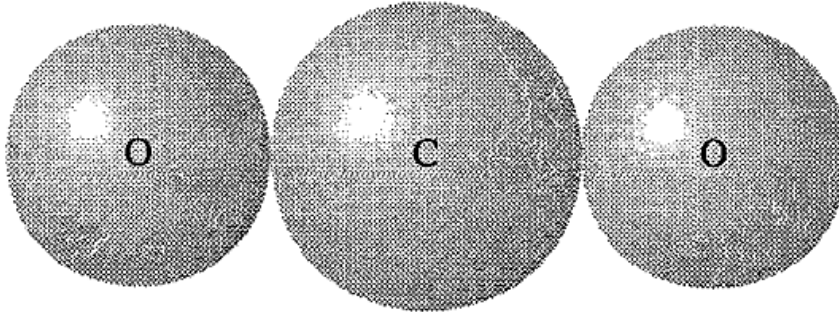
Moleküller için durum o kadar çok basit değildir, çünkü genellikle onlar bazı yönlerde diğer yönlerden daha kolay kutuplanırlar. Örneğin, karbon dioksit, alanı molekülün eksini boyunca uyguladığınızda  $4.5 \times 10^{-40} C^2 m / N$ 'luk bir kutuplanabilirliğe sahipken bu eksene dik alanlar için kutuplanabilirlik  $2 \times 10^{-40}$  değerindedir. Alan eksenle belirli

bir açı yaptığıında onu eksene paralel ve dik bileşenlere ayırmanız ve her birini ilgili kutuplanabilirlikle çarpmanız gerekir:

$$\vec{p} = \alpha_{\perp} \vec{E}_{\perp} + \alpha_{\parallel} \vec{E}_{\parallel}$$

Bu durumda indüklenmiş dipol momenti  $\vec{E}$  ile aynı yönelimde bile olmayabilir. Ve moleküller arasında  $CO_2$  oldukça basittir, çünkü en azından atomlar kendilerini düz bir çizgi halinde düzendeler; tamamen simetrik olmayan bir molekül için Denklem 4.1  $\left[ \vec{p} = \alpha \vec{E} \right]$   $\vec{E}$  ile  $\vec{p}$  arasındaki en genel doğrusal bağıntı ile değiştirilir:

$$\left. \begin{aligned} p_x &= \alpha_{xx} E_x + \alpha_{xy} E_y + \alpha_{xz} E_z \\ p_y &= \alpha_{yx} E_x + \alpha_{yy} E_y + \alpha_{yz} E_z \\ p_z &= \alpha_{zx} E_x + \alpha_{zy} E_y + \alpha_{zz} E_z \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$



Şekil 4.3

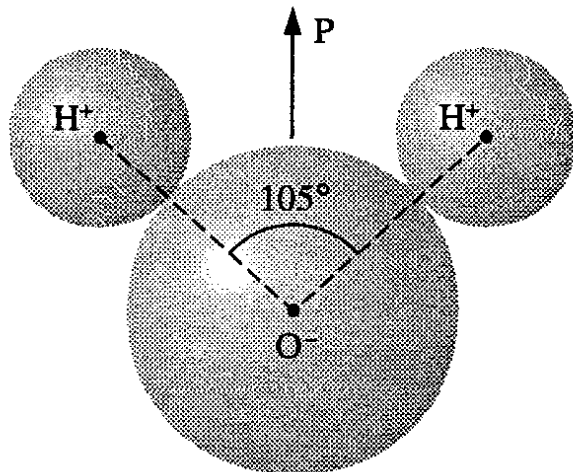
Dokuz sabit takımı  $\alpha_{ij}$  molekülün kutuplanabilirlik tensörünü oluşturur. Onların gerçek değerleri seçtiğiniz eksenlerin yönelimine bağlıdır, bununla birlikte köşegen dışı terimlerin hepsi ( $\alpha_{xy}$  ve  $\alpha_{zx}$ , vb) kaybolacak ve yalnızca üç tane sıfırdan farklı kutuplanabilirlik  $\alpha_{xx}$ ,  $\alpha_{yy}$  ve  $\alpha_{zz}$  kalacak şekilde "asıl" eksenleri seçmek daima olanaklıdır.

### 4.1.3 Kutuplu Moleküllerin Hizalanması

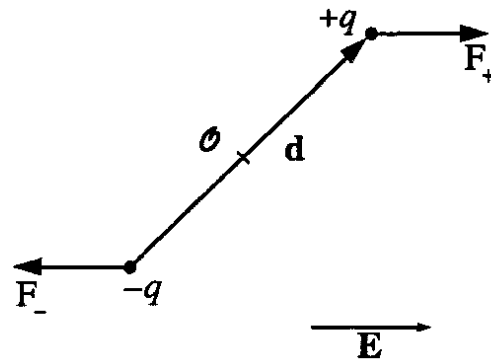
Kısım 4.1.2'de incelenen nötr atomun başlangıçta bir dipol momenti yoktu  $\vec{p}$  uygulanan alan tarafından indüklenmişti. Bazı moleküller kendinden yapılmış, kalıcı dipol momentine sahiptir. Su molekülünde,

örneğin elektronlar oksijen atomunun etrafında topaklanmaya meylederler (Şek. 4.4) ve molekül  $105^\circ$  bükük olduğu için bu tepede bir negatif yük ve zıt tarafta da net bir pozitif yük bırakır. (Suyun dipol momenti alışılmadık ölçüde büyüktür:  $6.1 \times 10^{-30} C.m$ ; aslına bu onun bir çözücü olarak niteliğinden kaynaklanır.) Böyle moleküller (**kutuplu moleküller** diye anılan) bir elektrik alanına konduğu zaman ne olur?

Alan düzgünse, pozitif uca etkiyen kuvvet  $\vec{F}_+ = q\vec{E}$  negatif uca etkiyen  $\vec{F}_- = q\vec{E}$  kuvvetini tam olarak yok eder (Şek. 4.5) Ancak, bir tork oluşturur:



Şekil 4.4



Şekil 4.5

$$\begin{aligned}\vec{N} &= \left( \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ \right) + \left( \vec{r}_- \times \vec{F}_- \right) \\ &= \left[ \left( \vec{d} / 2 \right) \times \left( q \vec{E} \right) \right] + \left[ \left( -\vec{d} / 2 \right) \times \left( -q \vec{E} \right) \right] = q \vec{d} \times \vec{E}\end{aligned}$$

böylece düzgün bir  $\vec{E}$  alanı içinde bulunan bir dipol

$$\vec{N} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (4.4)$$

ile verilen bir torkun etkisi altında kalır.  $\vec{N}$ 'nin yöneliminin  $\vec{p}$ 'yi  $\vec{E}$ 'ye paralel hale getirecek şekilde olduğuna dikkat ediniz; dönmekte serbest bir kutuplu molekül uygulanan alanın yönünü gösterinceye kadar salınım yapacaktır.

Alan düzgün değilse,  $\vec{F}_+$  tam olarak  $\vec{F}_-$  'yi yok etmez ve torka ek olarak dipolün üzerinde net bir kuvvet olacaktır. Bir molekülün hacmi içinde dikkate değer bir değişme olabilmesi için  $\vec{E}$  'nin oldukça anî bir şekilde değişmesi gerekir, bu yüzden bu etki genellikle dielektriklerin davranışını incelerken çok önemli sayılmaz. Bununla birlikte, düzgün olmayan bir alanda bir dipol üzerindeki kuvvetin formülü ilgi çekicidir:

$$\vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = q(\vec{E}_+ - \vec{E}_-) = q(\Delta\vec{E})$$

burada  $\Delta\vec{E}$  artı uçtaki alan ile eksi uçtaki alan arasındaki farkı temsil eder. Dipolün çok kısa olduğunu kabul ederek,  $E_x$  'deki küçük



değişmeyi yaklaşık olarak bulmak için Denk. 1.35'i kullanabiliriz:

$$\Delta E_x \equiv (\vec{\nabla} E_x) \cdot \vec{d}$$

ve  $E_y$  ve  $E_z$  için de benzer formüller geçerlidir. Daha kısa olarak

$$\Delta \vec{E} = (\vec{d} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}$$

yazabiliriz ve bundan dolayı

$$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} \tag{4.5}$$

bulunur. Sonsuz küçük uzunluktaki "**mükemmel**" bir dipol için, Denklem 4.4 düzgün olmayan bir alan içinde bile dipolün merkezi

etrafındaki torku verir; başka herhangi bir nokta etrafındaki tork ise

$$\vec{N} = (\vec{p} \times \vec{E}) + (\vec{r} \times \vec{F})$$

ile verilir.

#### 4.1.4 Kutuplanma

Önceki iki kısımda bir dış elektrik alanın tek bir atomun veya molekülün üzerine yaptığı etkiyi inceledik. Şimdi orijinal soruyu yanıtlayabilecek bir konumdayız: Bir dış elektrik alanın içine konduğu zaman bir dielektrik malzeme parçasına ne olur? Madde nötr atomlardan (veya kutupsuz moleküllerden) meydana gelmişse, alan

bunların her birinde, kendisiyle aynı yönde yönelmiş, çok küçük birer dipol momenti indükleyecektir. Malzeme kutuplu moleküllerden oluşmuşsa, her bir kalıcı dipol kendisini alanın yönünde hizalamaya çalışan bir torkun etkisinde kalacaktır. (Gelişigüzel ısı hareketleri bu işlemle yarışır, bu yüzden hizalama hiç bir zaman tam değildir, özellikle yüksek sıcaklıklarda ve alan kaldırıldığında ise hemen hemen anında kaybolur.)

Bu iki mekanizmanın aynı temel sonucu doğurduğuna dikkat ediniz: alan doğrultusunu gösteren çok sayıdaki küçük dipoller-malzeme kutuplanmış hale gelir. Bu etkinin uygun bir ölçüsü

$$\vec{P} = \text{birim hacim başına dipol momenti}$$

dir ve kutuplanma diye adlandırılır. Gerçekte, bu iki mekanizma benim kadar çok net değildir. Kutuplu moleküllerde bile yer değiştirmeden ileri gelen bir miktar kutuplanma olacaktır (her ne kadar genelde bir molekülü döndürmek onu uzatmaktan çok daha kolaysa da, o yüzden ikinci mekanizma baskındır.) Hatta bazı malzemelerde kutuplanmanın "**dondurulması**" mümkündür ve alan kaldırıldıktan sonra da kutuplanma devam edebilir. Fakat bir an için kutuplanmanın sebebini unutalım ve bir kutuplanmış malzeme topağının kendisinin oluşturduğu alanı inceleyelim. Sonra, Kısım 4.3'de hepsini bir araya getireceğiz:

$\vec{P}$ 'den sorumlu olan orijinal alan, artı  $\vec{P}$ 'den kaynaklanan yeni alan.

## 4.2 Kutuplanmış Bir Cismin Alanı

### 4.2.1 Bağlı Yükler

Bir parça kutuplanmış malzememiz olsun -yani hizalanmış birçok mikroskobik dipoller içeren bir cisim. Birim hacimdeki dipol moment  $\vec{P}$  verilmiştir. **Soru:** Bu cisim tarafından oluşturulan alan nedir (kutuplanmaya neden olmuş olabilen alan değil, fakat kutuplanmanın kendisinin doğurduğu alan)? Şimdi, tek başına bir dipolün alanının neye benzediğini biliyoruz, o nedenle niçin malzemeyi sonsuz küçük dipoller halinde alıp daha sonra toplam etkiyi bulmak üzere integral

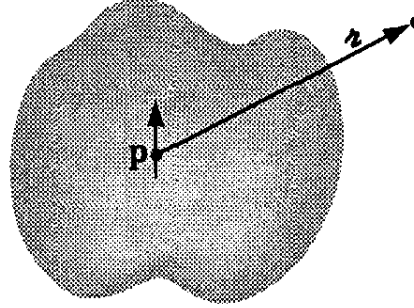
almayalım? Alışık olduğumuz üzere potansiyelle çalışmak daha kolaydır. Tek bir dipol  $\vec{p}$  için (Denk. 3.99)

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r} \cdot \vec{p}}{r^2} \quad (4.8)$$

yazabiliriz, burada  $\hat{r}$  dipolden bizim potansiyeli hesapladığımız noktaya olan vektördür (Şekil 4.8). Şimdiki bağlamda her bir  $d\tau'$  hacim elemanında bir  $\vec{p} = \vec{P}d\tau'$  dipol momentine sahibiz, öyleyse toplam potansiyel

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\hat{r} \cdot \vec{P}(r')}{r^2} d\tau' \quad (4.9)$$

olur.



Şekil 4.8

İlke olarak işlem tamamdır. Fakat birazcık değişiklikle bu integral çok daha aydınlatıcı hale gelir. Bunun için

$$\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\hat{r}}{r^2}$$

olduğunu dikkate alalım burada (Prob. 1.13'e benzemeyerek) türevlendirme ( $r'$ ) kaynak koordinatlarına göredir ve

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \int_v \vec{P} \cdot \vec{\nabla}'\left(\frac{1}{r}\right) d\tau'$$

elde ederiz. Çarpım kuralı no 5'i kullanarak kısmî integral almak bize

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \left[ \int_v \vec{\nabla}' \cdot \left( \frac{\vec{P}}{r} \right) d\tau' - \int_v \frac{1}{r} (\vec{\nabla}' \cdot \vec{P}) d\tau' \right]$$



verir veya diverjans teoremini kullanarak,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{a}' - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \int_V \frac{1}{r} (\vec{\nabla}' \cdot \vec{P}) d\tau' \quad (4.10)$$

buluruz. Birinci terim aynen bir

$$\sigma_b \equiv \vec{P} \cdot \hat{n} \quad (4.11)$$

yüzey yükünün potansiyeline benzer (burada  $\hat{n}$  normal birim vektörüdür), ikinci terim ise aynen bir

$$\rho_b \equiv -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} \quad (4.12)$$

hacim yükünün potansiyeline benzemektedir. Bu tanımlarla Denk. 4.10

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\sigma_b}{r} d\vec{a}' + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho_b}{r} d\tau' \quad (4.13)$$

haline gelir.

Bunun söylediği şey, kutuplanmış bir cismin potansiyelinin (ve dolayısıyla aynı zamanda alanının) bir  $\rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$  hacim yük yoğunluğu artı bir  $\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$  yüzey yük yoğunluğu tarafından oluşturulanla aynı olduğudur. Sonsuz küçük tüm dipollerin katkılarının integralini almak, Denk. 4.9'daki gibi, yerine yalnızca bu bağlı yükleri buluruz ve ardından onların oluşturduğu alanları, başka herhangi bir

hacim ya da yüzey yüklerinin alanını hesapladığımız yolla (örneğin Gauss yasasını kullanarak), hesaplarız.

**Örnek 4.2** Düzgün olarak kutuplanmış  $R$  yarıçaplı bir küre tarafından oluşturulan elektrik alanı bulunuz.

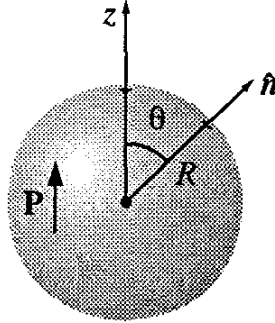
**Çözüm:**  $z$  eksenini kutuplanmanın yönelimi ile çakışacak şekilde seçebiliriz (Şek. 4.9).  $\vec{P}$  düzgün olduğundan hacim yük yoğunluğu  $\rho_b$  sıfırdır, fakat

$$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n} = P \cos \theta$$

dır, burada  $\theta$  alışılmış küresel koordinattır. O halde, istediğimiz şey bir

kürenin yüzeyine yapıştırılmış olan bir  $P\cos\theta$  yük yoğunluğu tarafından oluşturulan alandır. Fakat, biz böyle bir sistemin potansiyelini daha önceden Örnek 3.9'da hesaplamıştık:

$$V(r,\theta)=\begin{cases} \frac{P}{3\varepsilon_0}r\cos\theta & (r\leq R) \text{ için} \\ \frac{PR^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\cos\theta & (r\geq R) \text{ için} \end{cases}$$



Şekil 4.9

$r \cos \theta = z$  olduğundan dolayı küre içindeki alan düzgündür,

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\frac{1}{3\epsilon_0} \vec{P}, \quad r < R \text{ için} \quad (4.14)$$

Bu dikkate değer sonuç aşağıdaki incelememizde çok faydalı olacaktır.

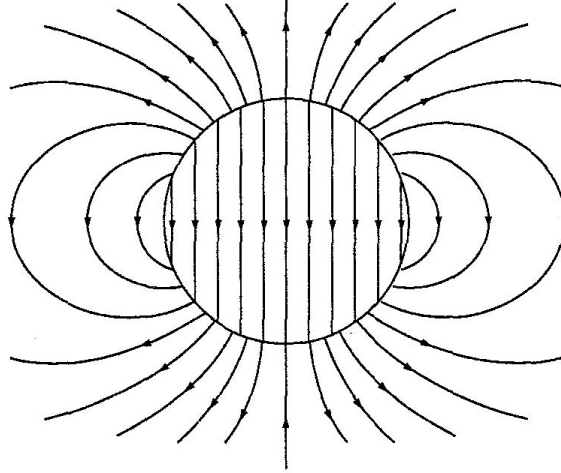
Kürenin dışında potansiyel, başlangıç noktasında bulunan bir mükemmel dipolünki ile özdeştir.

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2} \quad r \geq R \text{ için} \quad (4.15)$$

burada dipolün momenti  $\vec{p}$ , bizim için sürpriz olmayacak bir şekilde, kürenin toplam dipol momentine eşittir:

$$\vec{p} = \frac{4}{3} \pi R^3 \vec{P} \quad (4.16)$$

Düzgün olarak kutuplanmış kürenin alanı Şekil 4.10'da gösterilmiştir.



Şekil 4.10

### 4.2.2 Bağlı Yüklerin Fiziksel Yorumu

Son kısımda kutuplanmış bir cismin alanının, "**bağlı yüklerin**" belirli bir dağılımı  $\sigma_b$  ve  $\rho_b$  tarafından oluşturulacak alanla özdeş olduğunu bulmuştuk. Fakat bu sonuç Denklem 4.9'daki integral üzerinde soyut düzenlemeler yaparken ortaya çıkmış ve bu bağlı yükler fiziksel anlamı hakkında bize hiçbir ipucu bırakmamıştı. Gerçekten, bazı yazarlar size bağlı yüklerin bir anlamda "hayalî" olduğu izlenimini verirler -alanların hesabını kolaylaştırmak için kullanılan bir tür defter tutma araçları derler. Bu yükler gerçeğin kendisinden başka birşey olamazlar;  $\sigma_b$  ve



$\rho_b$  tamamen gerçek yük yığılmasıdır. Bu kısımda kutuplanmanın nasıl bu tür yük yığılmalarına götürdüğünü açıklayacağız.

Temel fikir çok basittir: Şek. 4.11'de gösterildiği gibi dipollerden uzun bir ipimiz olduğunu varsayalım. Çizgi boyunca birinin başı komşusunun kuyruğunu yok eder, fakat uçlarda boşta kalan iki yük vardır: sağ tarafta artı ve sol tarafta eksi. Bu sanki, biz bir uçtaki elektronu kopardığımız ve tüm çizgi boyunca öbür uca kadar götürdüğümüz zamanki duruma benziyor, gerçekte ise tek tek hiç bir elektron böyle bir yolculuk yapmamıştır-büyük yer değiştirmeye çok

sayıdaki küçük yer değiştirmelerin katkısı söz konusudur. Uçlardaki net yüke, onun uzaklaştırılmaz olduğunu anımsatacak şekilde, bağlı yük diyoruz; bir dielektrikte her elektron belirli bir atoma veya moleküle bağlıdır. Fakat bunun dışında, bağlı yükün diğer herhangi bir yükten farkı yoktur.



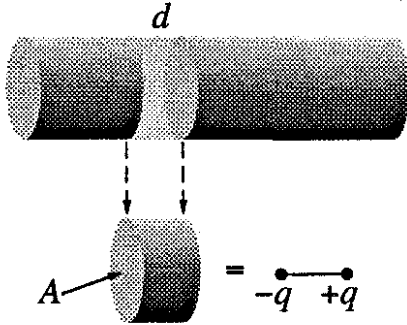
şekil 4.11

Verilen bir kutuplanmadan kaynaklanan bağlı yükün gerçek miktarını hesaplamak için,  $\vec{P}$ 'ye paralel "tüp" şeklinde bir dielektriği inceleyelim. Şek. 4.12'de gösterilen çok küçük parçanın dipol momenti  $P(Ad)$ 'dir, burada  $A$  tüpün enine kesit alanı ve  $d$  parçanın uzunluğudur. Uçtaki  $(q)$  yükü cinsinden bu aynı dipol momenti  $qd$  olarak yazılabilir. Bu sebeple tüpün sağ ucunda yığılan bağlı yük

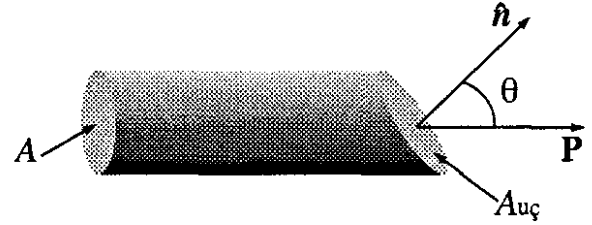
$$q = PA$$

olur. Uçlar dik olarak kesilmişse, yüzey yük yoğunluğu

$$\sigma_b = \frac{q}{A} = P$$



Şekil 4.12



Şekil 4.13

ile verilir. Eğik bir kesim için (Şek. 4.13), yük halen daha aynıdır, fakat

$$A = A_{uç} \cos \theta, \text{ böylece}$$

$$\sigma_b = \frac{q}{A_{uç}} = P \cos \theta = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

bulunur. O halde kutuplanmanın etkisi malzemenin yüzeyi üzerine bir  $\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$  bağlı yükü sürmektedir. Bu tam olarak daha doğru yollardan Kısım 4.2.1'de bulduğumuz sonucun aynısıdır. Fakat şimdi bağlı yükün nereden geldiğini biliyoruz.

Kutuplanma düzgün değilse yüzeyde olduğu kadar malzemenin içinde de bağlı yük yığılması elde ederiz. Şekil 4.14'e bir göz attığımızda, ıraksayan bir  $\vec{P}$ 'nin bir negatif yük yığılmasına yol açması

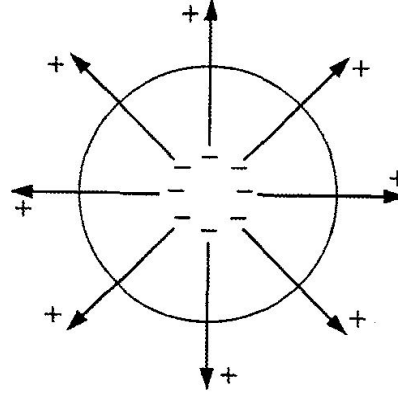
söz konusudur. Gerçekten, verilen bir hacim içindeki net bağlı yük  $\int \rho_b d\tau$  yüzeyden dışarıya itilmiş olan yük miktarına eşit ve zıttır. Sonuncusu (daha önce kullandığımız akıl yürütmeyi kullanarak) birim alan başına  $\vec{P} \cdot \hat{n}$ 'dir, böylece

$$\int_v \rho_b d\tau = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{a} = -\int_v (\vec{\nabla} \cdot \vec{P}) d\tau$$

yazabiliriz. Bu her hacim için doğru olduğundan,

$$\rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

elde ederiz ve yine Kısım 4.2.1'in daha doğru sonucu doğrulanmıştır.



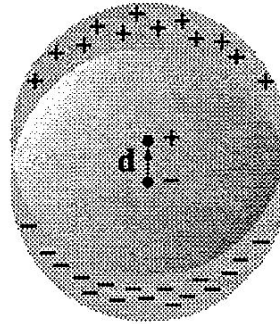
Şekil 4.14

**Örnek 4.3** Düzgün şekilde kutuplanmış küreyi (Örnek 4.2) incelemenin bağlı yük fikrini güzel bir şekilde ortaya koyan başka bir yolu daha vardır. Bu incelemede elimizde bulunan şey iki yük küresidir: bir

pozitif küre ve bir negatif küre. Kutuplanma yokken ikisi üst üste binmiştir ve birbirine tamamen yok ederler. Fakat malzeme düzgün olarak kutuplandığında, tüm pozitif yükler hafifçe yukarı doğru (z yönünde) ve tüm negatif yükler de aşağı doğru hafifçe kayarlar (Şek. 4.15). Artık iki küre tam olarak örtüşmezler: tepede geriye kalmış pozitif yüklerden bir "şapka" ve dip tarafta da negatif yüklerden bir şapka vardır. Bu "geri kalan" yük tam olarak  $\sigma_b$  yüzey yüküdür.

Problem 2.18'de iki düzgün yüklü küre arasında bulunan örtüşme bölgesindeki alanı hesaplamıştınız; yanıt





Şekil 4.15

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\vec{d}}{R^3}$$

idi, burada  $q$  pozitif kürenin toplam yükü,  $\vec{d}$  negatif merkezden pozitif merkeze olan vektör ve  $R$  kürenin yarıçapıdır. Bunu kürenin

kutuplanması cinsinden,  $\vec{p} = q\vec{d} = \left( \frac{4}{3}\pi R^3 \right) \vec{P}$ ,

$$\vec{E} = -\frac{1}{3\epsilon_0} \vec{P}$$

şeklinde ifade edebiliriz. Bu arada dışarıdaki noktalar için, sanki kürelerin her biri üzerindeki tüm yük o kürenin merkezinde toplandığı zamanki durumla aynı gibidir. O halde potansiyeli

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2}$$

olan bir dipole sahibiz demektir, ( $\vec{d}$ 'nin atomik yarıçapın küçük bir kesri kadar olduğuna dikkat ediniz; Şek. 4.15 büyük ölçüde abartılmıştır) Bu sonuçlar, elbette, Örnek 4.2'nin sonuçları ile uyumludur.