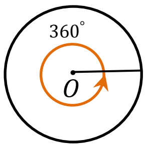
Trigonometrik Fonksiyonlar



1 derece bir çemberin merkez açısının tamamının ölçüsünün 360 da biridir. Açıları başka birimlerle de ölçmek mümkündür. Yarıçapı 1 birim olan çemberi (birim çemberi) göz önüne alalım. Bu çemberde her bir merkez açıya bir çember yayı uzunluğu karşılık gelir. Birim çemberde, verilen bir açıya karşılık gelen yayın uzunluğuna o açının radyan olarak ölçüsü denir. Yarıçapı 1 birim olan çemberin çevresi $2\pi.1 = 2\pi$ birim, merkez açısının ölçüsü 360° olduğundan

$$2\pi \text{ radyan} = 360^\circ$$

olduğuna göre

$$\frac{\text{Derece}}{360^\circ} = \frac{\text{Radyan}}{2\pi} \text{ veya } \frac{\text{Derece}}{180^\circ} = \frac{\text{Radyan}}{\pi}$$

veya

$$1 \text{ radyan} = \frac{360}{2\pi} \cong 57^\circ, 1 \text{ derece} = \frac{2\pi}{360} \cong 0{,}02 \text{ radyan}$$

yazabiliriz. Örneğin,

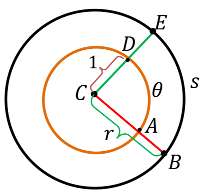
45° nin radyan olarak karşılığı $\frac{45^\circ}{180^\circ} = \frac{\text{Radyan}}{\pi} \Rightarrow \text{Radyan} = \frac{\pi.45^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{4}$.

$\frac{\pi}{6}$ radyanın derece olarak karşılığı $\frac{\text{Derece}}{180^\circ} = \frac{\pi/6}{\pi} \Rightarrow \text{Derece} = 180^\circ \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{\pi} = 30^\circ$ dir.

Uyarı: Dereceden radyana geçilirken $\frac{\pi}{180^\circ}$ ile, radyandan dereceye geçilirken $\frac{180^\circ}{\pi}$ ile çarpılır.

En çok kullanılan derece ve bunlara karşılık gelen radyanlar tablo halinde aşağıda verilmiştir.

Derece	0	30	45	60	90	135	150	180	270	360
Radyan	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π



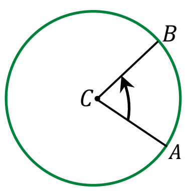
Aynı merkezli bir birim çemberle, bir r yarıçaplı çember çizelim. CAD ve CBE daire dilimleri benzer olduklarından

$$\frac{\theta}{|CA|} = \frac{s}{|CB|} \Rightarrow \frac{\theta}{1} = \frac{s}{r} \text{ dır. Buradan}$$

$$s = r\theta$$

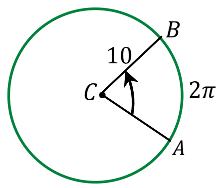
bulunur.

Örnek: Bir çember 8 eş parçaya bölünüyor. Bir yaya karşılık gelen merkez açının ölçüsünü radyan cinsinden hesaplayınız.

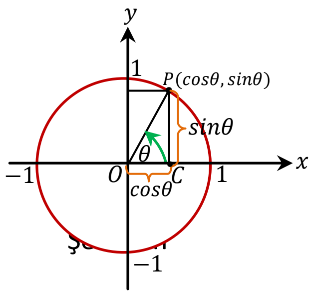


Çözüm: Merkez açının tamamının ölçüsü 2π radyan olduğundan bir parçaya karşılık gelen merkez açının ölçüsü $\frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$ radyandır.

Örnek: Yarıçapı 10 birim olan bir çemberde bir merkez açıya karşılık gelen yayın uzunluğu 2π birim olduğuna göre, merkez açının ölçüsü kaç radyandır?



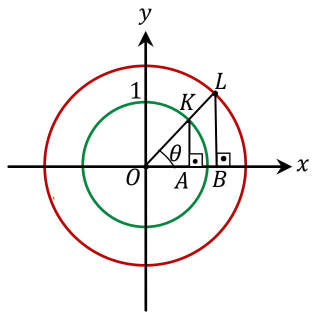
Çözüm: $s = r\theta \Rightarrow 2\pi = 10\theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{5}$ radyan olur.



Merkezi orijinde ve yarıçapı 1 birim olan çember çizelim. Bir kenarı $[OC]$ olan ve ölçüsü θ olan açıyı çizelim. Bu durumda çember üzerinde bir P noktası elde edilir. P noktasının apsisi $cos\theta$, ordinatı $sin\theta$ olarak tanımlanır. Böylece herbir $\theta \in \mathbb{R}$ sayısına bir $cos\theta$ ve bir $sin\theta$ sayısı karşılık gelir. Şekilde de görüldüğü gibi

$$-1 \leq sin\theta \leq 1, \quad -1 \leq cos\theta \leq 1$$

dır.



Şimdi, $O(0,0)$ merkezli birim çemberle r yarıçaplı bir çember çizelim. θ ölçülü açının bir kenarının çemberleri kestiği noktalar K ve L olsun.

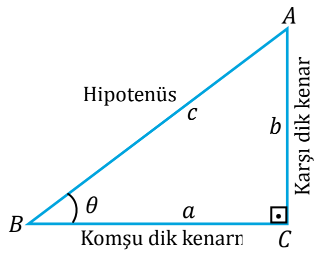
$$sin\theta = |AK|, \quad cos\theta = |OA|$$

dır. $\overset{\Delta}{KOA}$ ve $\overset{\Delta}{LOB}$ üçgenlerinin benzerliğinden

$$\frac{|AK|}{|OK|} = \frac{|BL|}{|OL|} \Rightarrow \frac{sin\theta}{1} = \frac{|BL|}{r} \Rightarrow sin\theta = \frac{|BL|}{r}$$

bulunur. Benzer şekilde

$$\cos\theta = \frac{|OB|}{r}$$



bulunur. Buna göre bir dik üçgende

$$\sin\theta = \frac{\text{karşı dik kenar uzunluğu}}{\text{hipotenüs uzunluğu}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{komşu dik kenar uzunluğu}}{\text{hipotenüs uzunluğu}} = \frac{a}{c}$$

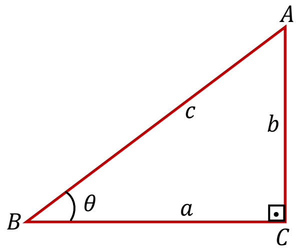
olur.

Sinüs ve kosinüsten bundan başka en çok kullanılan diğer oranlar; tanjant, kotanjant, sekant, kosekanttır. Bunlar aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}, \quad cot\theta = \frac{cos\theta}{sin\theta} = \frac{1}{tan\theta}$$

$$sec\theta = \frac{1}{cos\theta}, \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

Yukarıdaki ifadelerin tanımlı olması için paydalarının sıfırdan farklı olması gerekir.

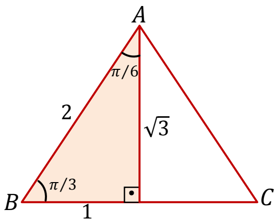


Yandaki dik üçgene göre,

$$\cos\theta = \frac{a}{c}, \quad \sin\theta = \frac{b}{c}, \quad \tan\theta = \frac{b}{a}$$

$$\sec\theta = \frac{c}{a}, \quad \csc\theta = \frac{c}{b}, \quad \cot\theta = \frac{a}{b}$$

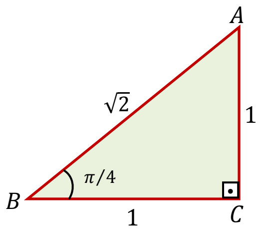
olur.



Herhangi bir θ verildiğinde, ona karşılık gelen trigonometrik değerleri hesaplamak kolay olmayabilir. Bunlar için trigonometri cetvelleri denilen bazı cetveller verilmiştir. Fakat bazı özel θ değerleri için bu ifadeleri hesaplamak çok kolaydır. Bir kenarının uzunluğu 2 birim olan bir eşkenar üçgen ile bunun yüksekliğini çizelim.

$$\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \ \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \ \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}, \ \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \ \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

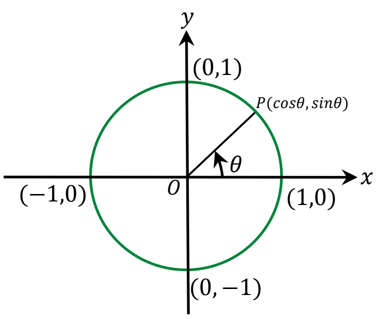
olur.



Şimdi bir kenarının uzunluğu 1 birim olan ikizkenar dik üçgeni çizelim. Dar açıların ölçüleri $\pi/4$ radyandır. Buna göre

$$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \ \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \ \tan\frac{\pi}{4} = 1$$

olur.

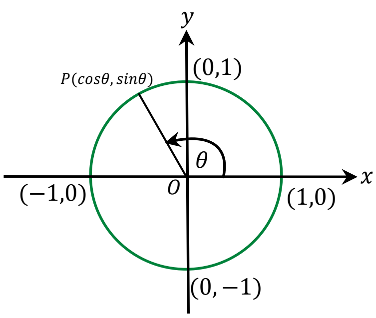


Şimdi birim çemberi gözönüne alarak trigonometrik oranların değerlerini ve işaretlerini inceleyelim.

I. Bölgede bir noktanın apsis ve ordinatları pozitif olduğundan, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ için

$$\cos\theta > 0, \quad \sin\theta > 0$$

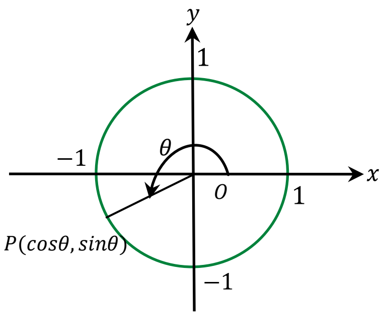
dır.



II. Bölgede bir noktanın apsisleri negatif, ordinatları pozitif olduğundan ve ordinatları pozitif olduğundan $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ için

$$\cos\theta < 0, \quad \sin\theta > 0$$

dır.

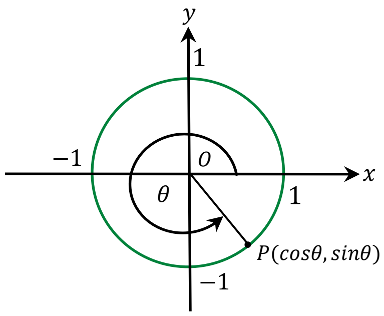


III. Bölgede bir noktanın apsis ve ordinatları negatif olduğundan,

$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ için

$$cos\theta < 0, \quad sin\theta < 0$$

dır.

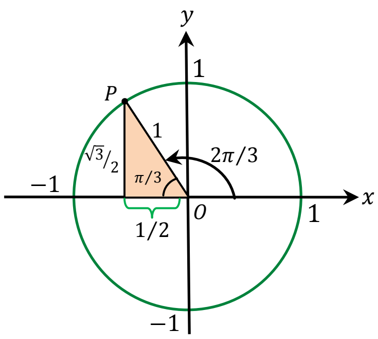


IV. Bölgede bir noktanın apsisleri pozitif, ordinatları negatif olduğundan, $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ için

$$cos\theta > 0, \quad sin\theta < 0$$

dır.

Örnek: $cos\frac{2\pi}{3}$ ve $sin\frac{2\pi}{3}$ ifadelerini hesaplayınız.



Çözüm: *$\frac{2\pi}{3}$ ölçülü, açıya karşılık gelen nokta II. bölgededir.* P noktasının koordinatları

$$x = -\frac{1}{2}, \quad y = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olacağından}$$

$$cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}, \quad sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

bulunur.

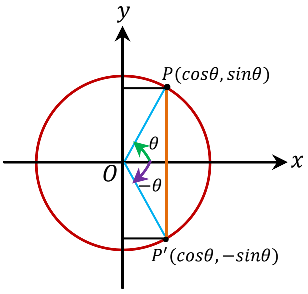
Yukarıdaki örnekten de görüldüğü gibi

$$\cos(\pi - \theta) = -cos\theta \text{ ve } \sin(\pi - \theta) = sin\theta$$

dır. Bu yol izlenerek birçok özel açının trigonometrik oranları hesaplanabilir. Bu özel değerlerin trigonometrik oranlarını bir tablo halinde verelim.

0	sinθ	cosθ	tanθ	cotθ
0	0	1	0	tanımsız
$\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1	1
$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$
$\pi/2$	1	0	tanımsız	0
$2\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$-1/2$	$-\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{3}$
$3\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	-1	-1
$5\pi/6$	$1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$-1/\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$
π	0	-1	0	tanımsız

Trigonometrik oranlar arasındaki temel bağıntılar aşağıda verilmiştir.



Birim çemberden

$$cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

olduğu açıktır. $(x, -y)$ noktası (x, y) noktasının bölgededir. x-eksenine göre simetriği olduğundan

$$\cos(-\theta) = cos\theta \text{ ve } \sin(-\theta) = -sin\theta$$

olur.

İki yayın toplamlarının trigonometrik oranları

$$\cos(\theta + \gamma) = \cos\theta\ \cos\gamma - \sin\theta\ \sin\gamma$$

$$\sin(\theta + \gamma) = \sin\theta\ \cos\gamma + \sin\gamma\ \cos\theta$$

$$\tan(\theta + \gamma) = \frac{\tan\theta + \tan\gamma}{1 - \tan\theta\ \tan\gamma}$$

bağıntıları yardımıyla hesaplanır. Burada γ yerine $-\theta$ konur ve $\cos(-\gamma) = cos\gamma$, $\sin(-\gamma) = -sin\gamma$ olduğu göz önüne alınırsa, iki yayın farkının trigonometrik oranları

$$\cos(\theta - \gamma) = \cos\theta\ \cos\gamma + \sin\theta\ \sin\gamma$$

$$\sin(\theta + \gamma) = \sin\theta\ \cos\gamma - \sin\gamma\ \cos\theta$$

$$\tan(\theta - \gamma) = \frac{\tan\theta - \tan\gamma}{1 + \tan\theta\ \tan\gamma}$$

bağıntılarıyla hesaplanabilir.

Toplam formüllerinde $\gamma = \theta$ konursa, iki kat formülleri denilen aşağıdaki bağıntılar elde edilir:

$$\cos 2\theta = cos^2\theta - \sin^2\theta = cos^2\theta - (1 - cos^2\theta)$$
$$= 2cos^2\theta - 1$$

veya

$$\cos 2\theta = cos^2\theta - \sin^2\theta = 1 - \sin^2\theta - \sin^2\theta = 1 - 2\sin^2\theta,$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\ \cos\theta$$

$$\tan(\theta - \gamma) = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

Yukarıdaki yayların toplam ve farkı için verilen bağıntılar taraf tarafa toplanıp gerekli sadeleştirmeler yapılırsa

$$\sin\alpha\ \sin\beta = -\frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin\alpha\ \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos\alpha\ \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

bağıntıları elde edilir.

Yukarıdaki birinci ve üçüncü bağıntılarda $\alpha+\beta=p, \alpha-\beta=q$ yazılırsa

$$\sin p+\sin q=2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$

$$\cos p+\cos q=2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$$

eşitlikleri elde edilir.

Herbir x yay uzunluğuna bir $\sin x$ ve bir $cosx$ karşılık geldiğinden

$$f(x)=\sin x \text{ ve } f(x)=\cos x$$

fonksiyonlarına ve bunlar yardımıyla tanımlanan

$$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x},\quad \sec x=\frac{1}{\cos x},$$

$$\csc x=\frac{1}{\sin x},\quad \cot x=\frac{1}{\tan x}=\frac{\cos x}{\sin x}$$

fonksiyonlarına **trigonometrik fonksiyonlar** denir.

Tanım: $f: A\rightarrow\mathbb{R}$ fonksiyonu verilmiş olsun. Her $x\in\mathbb{R}$ için $f(x+T)=f(x)$ olacak şekilde bir pozitif T sayısı varsa f fonksiyonuna bir **periyodik fonksiyon**, T sayısına da f nin **periyodu** denir. T sayılarının en küçüğü varsa bu en küçük periyoda fonksiyonun **esas periyodu** veya kısaca periyodu denir.

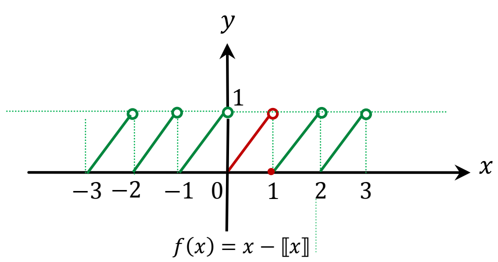
Örnek: $f(x)=x-[\![x]\!]$ fonksiyonu periyodik midir? Periyodik ise esas periyodunu bulunuz.

Çözüm: m bir pozitif tamsayı olmak üzere

$$f(x+m)=x+m-[\![x+m]\!]=x+m-([\![x]\!]+m)$$

$$=x+m-[\![x]\!]-m=x-[\![x]\!]=f(x)$$

olur. Buna göre her pozitif tamsayı birer periyottur. Bunların en küçüğü 1 olduğundan, f nin esas



periyodu 1 dir. Buna göre $f(x)=x-[\![x]\!]$ in grafiğini 1 birim uzunluğundaki bir aralıkta çizmek yeterlidir. zira diğer parçalar bunun arka arkaya kopyalanmasından ibarettir.verilen fonksiyonun $[0,1]$ aralığındaki grafiğini çizelim. $0\le x<1$ için $[\![x]\!]=0$ olduğundan $f(x)=x$ olur. $x=1$ için $f(x)=0$ dır. Bu durumdaki grafik yandaki gibidir.

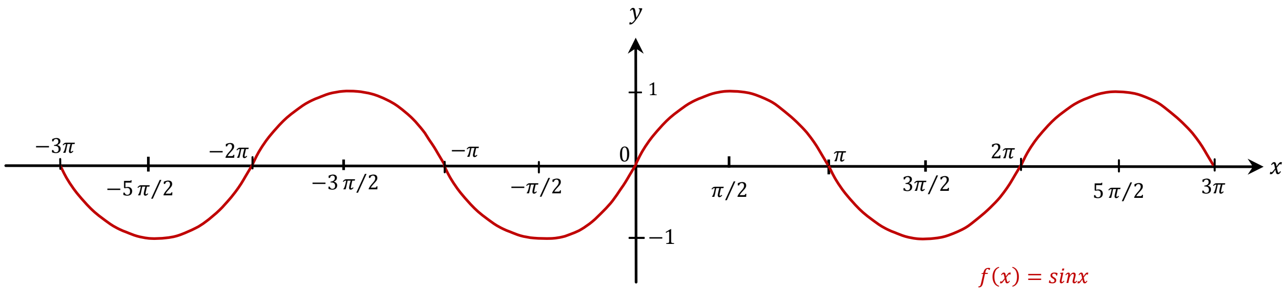
Örnek: $f(x)=\sin x$ fonksiyonunun periyodik olduğunu gösterip, esas periyodunu bulunuz. Bundan yararlanarak $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm: $f(x+T)=f(x)\Rightarrow\sin(x+T)=\sin x\Rightarrow\sin x\cos T+\cos x\sin T=\sin x\Rightarrow\cos T=1$ ve $\sin T=0$ olmalıdır. Buradan $T=k.2\pi$ elde edilir.

Buna göre 2π nin tüm katları birer periyottur. Bunların en küçüğü 2π olduğundan $f(x) = \sin x$ in esas periyodu 2π dir. O halde $[0, 2\pi]$ aralığında çizim yapmak yeterlidir. Diğer parçalar bu parçaların tekrarından ibarettir.

$[0, 2\pi]$ aralığındaki özel değerler için bulunan noktalar birleştirilerek eğri çizilir.

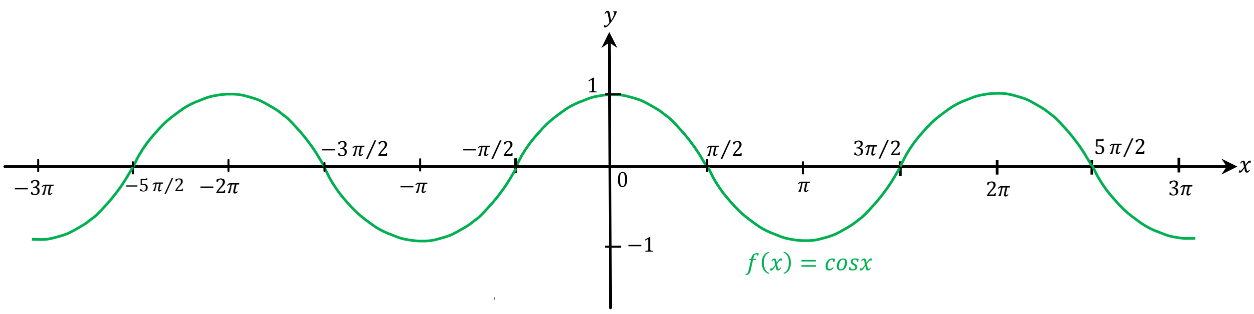
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0



$f(x) = \cos x$ fonksiyonunun da esas periyodunun 2π olduğu benzer şekilde gösterilebilir.

$$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

olduğundan, $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun grafiğini çizmek için $\sin x$ eğrisinin her bir noktasını $\frac{\pi}{2}$ kadar sola kaydırmak yeter. Böylece aşağıdaki grafik elde edilir.



Teorem: m bir pozitif tamsayı a ve b, $a \neq 0$ olmak üzere reel sayılar olsun. Bu durumda

1. $\sin x$ ve $\cos x$ in periyodu 2π,
2. $\tan x$ ve $\cot x$ in periyodu π,
3. $\sin(ax + b)$ ve $\cos(ax + b)$ nin periyodu $\frac{2\pi}{|a|}$,
4. $\tan(ax + b)$ ve $\cot(ax + b)$ nin periyodu $\frac{\pi}{|a|}$,

5. $\sin^{2m}(ax+b)$ ve $cos^{2m}(ax+b)$ nin periyodu $\frac{\pi}{|a|}$,

6. $\sin^{2m-1}(ax+b)$ ve $cos^{2m-1}(ax+b)$ nin periyodu $\frac{2\pi}{|a|}$,

7. $\tan^{m}(ax+b)$ ve $\cot^{m}(ax+b)$ nin periyodu $\frac{\pi}{|a|}$

dır.

Örnek: $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x$ fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

Çözüm: $\sin^4 x$ *ve* $\cos^4 x$ ifadelerinin esas periyodu π dir. Buna göre f nin periyodu π dir. fakat bunun esas periyot olması gerekmez.Gerçekten

$$f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin^4(x+\frac{\pi}{2})+\cos^4(x+\frac{\pi}{2})$$

$$=(\sin x\ \underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0}\cos\frac{\pi}{2}+\cos x\ \underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1})^4+(\cos x\ \overbrace{\cos\frac{\pi}{2}}^{0}-\sin x\ \overbrace{\sin\frac{\pi}{2}}^{1})^4$$

$$=\sin^4 x+\cos^4 x=f(x)$$

olduğundan $\frac{\pi}{2}$ de bir periyottur.

Örnek: $f(x)=\sin^2 x$ ve $g(x)=\cos^2 x$ fonksiyonlarının periyotlarını bulunuz.

$f(x)+g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$ periyodik midir? Bu fonksiyonun esas esas periyodu var mıdır?

Çözüm: $f(x)=\sin^2 x$ ve $g(x)=\cos^2 x$ fonksiyonlarının periyodu π dir.

$f(x)+g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x=1$ dir. Bu fonksiyon periyodiktir.

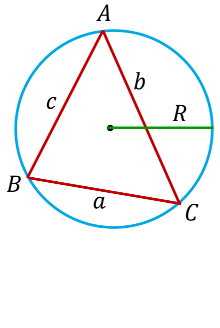
Çünkü her $T>0$ için $f(x+T)+g(x+T)=\sin^2(x+T)+\cos^2(x+T)=1=f(x)+g(x)$ dir.

Her pozitif T sayısı bir periyottur.Pozitif reel sayıların en küçüğü mevcut olmadığından esas periyot yoktur.

Yukarıdaki iki örnekten şu sonuç çıkartılabilir:

Sonuç: f ve g nin esas periyodu T ise $f\mp g$ nin de bir periyodu T dir, fakat bu T esas periyot olmayabilir. Hatta $f\mp g$ nin esas periyodu olmayabilir.

Genel matematik derslerinde kullanılan iki önemli teoremi ispatsız olarak ifade edelim.



Teorem:

Sinüs Teoremi

ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı R olsun. Bu durumda

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

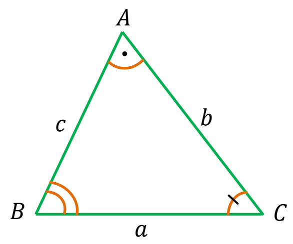
dir.

Örnek: Bir ABC üçgeninde $m(\hat{A})=75^\circ, m(\hat{B})=60^\circ, |AB|=c=8$ br olduğuna göre $|AC|$ kenar uzunluğunu bulunuz.

Çözüm: $m(\hat{C}) = 180^\circ - \left(m(\hat{A}) + m(\hat{B})\right) = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$ olur.

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{c}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{b}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow b = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{6}$$

birim olur.



Teorem:

Kosinüs Teoremi

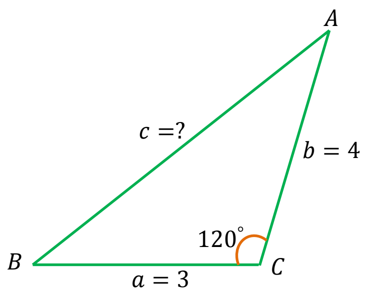
Bir ABC üçgeninde, $|BC| = a,\ |AC| = b,$ ve $|AB| = c$ olsun.

Üçgenin köşe açılarının ölçüleri A, B, C ise

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

dir.

Örnek: Bir ABC üçgeninde $a = 3$ birim, $b = 5$ birim ve $m(\hat{C}) = 120^\circ$ ise $|AB| = c$ kaç birimdir?



Çözüm: Kosinüs teoreminden

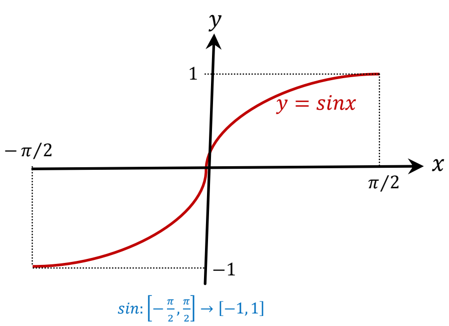
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos C \\ &= 9 + 25 - 2.3.5.(-\tfrac{1}{2}) \\ &= 9 + 25 + 15 = 49 \end{aligned}$$

olur. Buna göre

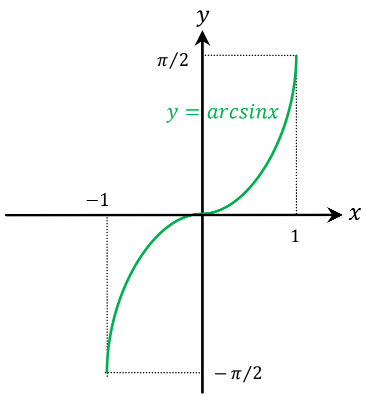
$$c = 7$$

birimdir.

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR



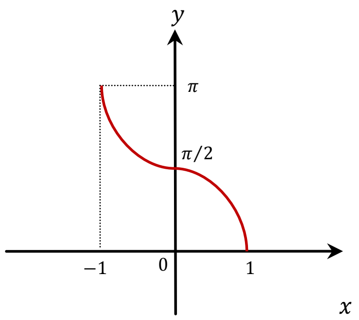
$f(x) = \sin x$ fonksiyonu $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığına kısıtlanır, değer kümesi olarak $[-1, 1]$ aralığı alınırsa bu fonksiyon birebir ve örten bir fonksiyon olur. Bu fonksiyonun grafiği yanda verilmiştir. Bu eğri $y = \sin x$ eğrisinin $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ aralığına karşılık gelen parçasından ibarettir. Bu fonksiyonun tersine arksinüs fonksiyonu denir ve kısaca $arcsin$ veya sin^{-1} ile gösterilir.



$arcsin: [-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
fonksiyonunun grafiği

$f(x) = \sin x$ Buna göre fonksiyonu $arcsin$ fonksiyonu, tanım kümesi $[-1, 1]$ ve değer kümesi $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ olan bir fonksiyondur. Ters fonksiyonun grafiği, esas fonksiyonunun grafiğinin $y = x$ doğrusuna göre simetriği olacağından $arcsin: [-1, 1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ fonksiyonunun grafiği yandaki gibi olur. Yukarıdaki açıklamalara göre

$$\boldsymbol{u = arcsinv \Leftrightarrow sinu = v \text{ ve } u \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} \text{ dir.}$$



$arccos: [-1, 1] \to [0, \pi]$
fonksiyonunun grafiği

Örnek: $\arccos 1$ ve $\text{arcsos}(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ ifadelerini hesaplayınız.

Çözüm: $\arccos 1 = u \Rightarrow 1 = \cos u \Rightarrow \mathrm{u} = 0 \Rightarrow \arccos u = 0$

$$\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = t \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos t \Rightarrow \mathrm{t} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{5\pi}{6}$$

bulunur.