

1) $y = x^5 + ax - 3$ eğrisinin $x = 1$ noktasındaki teğeti $y = x - b$ olduğuna göre b reel sayısı kaçtır?
 (2013 ÖABT) A) 7 B) -3 C) -5 D) 5 E) 0

Çözüm: $y' = 5x^4 + a$

$y'(1) = 5 + a$

$y = x - b$ doğrusunun eğimi 1 dir. O halde

$5 + a = 1$ olmalıdır. $a = -4$

$y = x^5 - 4x - 3$

$y(1) = 1 - 4 - 3 = -6$

$(1, -6)$ noktasındaki 1 eğimli teget doğrusu:

$y - (-6) = 1(x - 1) \Rightarrow y + 6 = x - 1 \Rightarrow y = x - 7$
 $b = 7$

2) Gerçek sayılar kümesinde $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan(x^2)}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ fonksiyonu tanımlanıyor. Buna göre $f'(0)$ değeri kaçtır?
 (2015 ÖABT) A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) Türev yoktur.

Çözüm:

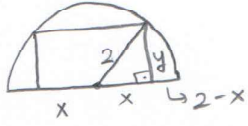
$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\tan(x^2)}{x} - 0}{x}$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x^2)}{x^2}$

$= 1$

3) Yarıçapı 2 cm olan bir yarıçemberin içine bir dikdörtgen yerleştirilecektir. Bu dikdörtgenin alanı en fazla kaç cm olabilir? (2017 Arasınav)

Gözüm:



$$x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 4 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{4 - x^2}$$

Dikdörtgenin alanı: $2x \cdot y = 2x \sqrt{4 - x^2}$

$$A(x) = 2x \sqrt{4 - x^2}$$

$$A'(x) = 2\sqrt{4 - x^2} + 2x \cdot \frac{1}{2\sqrt{4 - x^2}} \cdot (-2x) = 2\left(\sqrt{4 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}}\right)$$

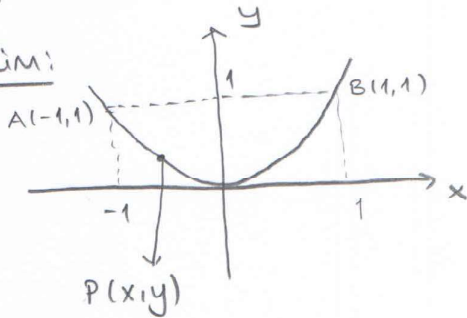
$$= 2 \frac{4 - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}}$$

$$A'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$$

$$A(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \sqrt{4 - 2} = 4$$

4) $A(-1, 1)$ ve $B(1, 1)$ noktaları verilsin. $|PA|^2 + |PB|^2$ toplamını en küçük yapan $y = x^2$ parabolü üzerindeki P noktasını bulunuz. (2018 Final)

Gözüm:



$$|PA|^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 = (x+1)^2 + (x^2-1)^2$$

$$|PB|^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + (x^2-1)^2$$

$$f(x) = (x+1)^2 + (x^2-1)^2 + (x-1)^2 + (x^2-1)^2$$

$$f(x) = \cancel{x^2} + 2x + 1 + \cancel{x^4} + 1 - 2x^2 + x^2 + 1 - 2x + \cancel{x^4} + 1 - 2x^2$$

$$f(x) = 2x^4 - 2x^2 + 4 = 2(x^4 - x^2 + 2)$$

$$f'(x) = 2(4x^3 - 2x) = 4x(2x^2 - 1)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \frac{1}{\sqrt{2}}, x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
f'	-	+	-
	↘	↗	↘
	min	max	min

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ yerel min. nokta } f\left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 2\right) = \frac{7}{2} \text{ min. deger}$$