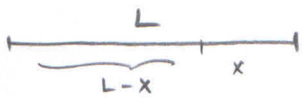
L uzunluğunda bir tel iki parçaya bölünerek bir çember ile bir **kare** yapılmak isteniyor. Kare ile oluşan dairenin alanları toplamının en küçük olabilmesi için çemberin yarıçapı ne olmalıdır?



$L-x$: Çemberin çevresi

x : Karenin çevresi

Karenin bir kenarı : $\frac{x}{4}$

Karenin alanı : $\frac{x^2}{16}$

Çemberin yarıçapı : $\frac{L-x}{2\pi}$

Çemberin alanı : $\pi \cdot \left(\frac{L-x}{2\pi}\right)^2 = \frac{(L-x)^2}{4\pi}$

$$(\text{Toplam alan} =)\ A(x) = \frac{x^2}{16} + \frac{(L-x)^2}{4\pi}$$

$$A'(x) = \frac{2x}{16} + \frac{2(L-x)}{4\pi}\,(-1)$$

$$A'(x) = \frac{x}{8} - \frac{L-x}{2\pi} \qquad A''(x) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2\pi} > 0$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x}{\cancel{8}\,4} = \frac{L-x}{\cancel{2}\pi}$$

$$\pi \cdot x = 4L - 4x$$

$$x(\pi+4) = 4L$$

$$x = \frac{4L}{\pi+4} \quad \text{Min. yapan nokta}$$

$$\frac{L-x}{2\pi} = \frac{L - \frac{4L}{\pi+4}}{2\pi} = \frac{L}{2(\pi+4)}$$ //

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ için $\tan x > x$ olduğunu gösteriniz.

$f(x) = \tan x$, $[0, x]$ de sürekli

$f'(x) = 1 + \tan^2 x$, $(0, x)$ de türevli

O halde Ortalama Değer teoremi gereği

$$f'(c) = \frac{\tan x - \tan 0}{x - 0}$$

olacak şekilde $c \in (0, x)$ var.

$$1 + \tan^2 c = \frac{\tan x}{x} > 1 \Rightarrow \tan x > x$$