

## UYGULAMA 8

1)  $f(x) = \cos x$  fonksiyonunun Maclaurin serisini bulunuz.

Gözüm:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} \cdot x + \frac{f''(0)}{2!} \cdot x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} \cdot x^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} \cdot x^n + \dots$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(x) = -\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f''(x) = -\cos x = \cos\left(x + 2 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f'''(x) = \sin x = \cos\left(x + 3 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f^{(4)}(x) = \cos x = \cos\left(x + 4 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\vdots$$

$$f^{(n)}(x) = \cos\left(x + n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f^{(n)}(0) = \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \begin{cases} 0, & n \text{ tek} \\ (-1)^k, & n \text{ çift} \\ & n = 2k \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(x) = \cos x &= 1 + 0 \cdot x + \frac{(-1)}{2!} \cdot x^2 + \frac{0}{3!} \cdot x^3 + \frac{1}{4!} \cdot x^4 + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \end{aligned}$$

2)  $f(x) = e^x$  fonksiyonunun Maclaurin serisini bulunuz.

Gözüm:  $f(0) = 1$

$$f'(x) = e^x$$

$\vdots$

$$f^{(n)}(x) = e^x \Rightarrow f^{(n)}(0) = 1$$

$$\begin{aligned} f(x) = e^x &= 1 + \frac{1}{1!} \cdot x + \frac{1}{2!} \cdot x^2 + \frac{1}{3!} \cdot x^3 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot x^n + \dots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \end{aligned}$$

3) Gerçek sayılar kümesi üzerinde bir  $f$  fonksiyonu

$$f(x) = (x^2 - 1)^2 + 1$$

biçiminde tanımlanıyor. Buna göre  $f$  fonksiyonu ile ilgili

I. Grafiği  $y$ -eksenine göre simetriktir.

II. 2 tane yerel minimum noktası vardır.

III. 3 tane dönüm noktası vardır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) I ve II

D) II ve III

E) I, II ve III

(2017 ÖABT)

Gözüm:  $f(-x) = ((-x)^2 - 1)^2 + 1 = (x^2 - 1)^2 + 1 = f(x)$  olduğundan  $f$  fonksiyonunun grafiği  $y$ -eksenine göre simetriktir. (I doğru)

$$f'(x) = 2(x^2 - 1) \cdot 2x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ veya } x = 1 \text{ veya } x = -1$$

	-1	0	1
$f'$	-	+	-
	↘	↗	↘
	min	max	min

$x = 1$  ve  $x = -1$  yerel min. noktadır. (II doğru)

$$f''(x) = 4(1 \cdot (x^2 - 1) + x \cdot 2x) = 4(x^2 - 1 + 2x^2) = 4(3x^2 - 1)$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 4(3x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ veya } x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$f''$	+	-
	konveks	konkav

$x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  ve  $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$  dönüm noktasıdır. (III yanlış)

cevap: C

4)  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  fonksiyonuyla ilgili olarak

I.  $(-1, 1)$  aralığında azalandır.

II.  $x = -1$  yerel minimum noktesidir.

III.  $(0, \infty)$  aralığında aşığı bükeydir (konkavdır.)

Yargılarından hangileri doğrudur?

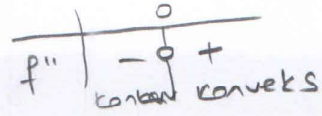
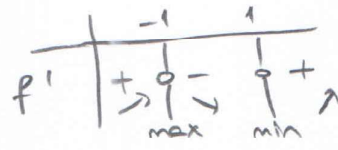
(A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III

E) II ve III

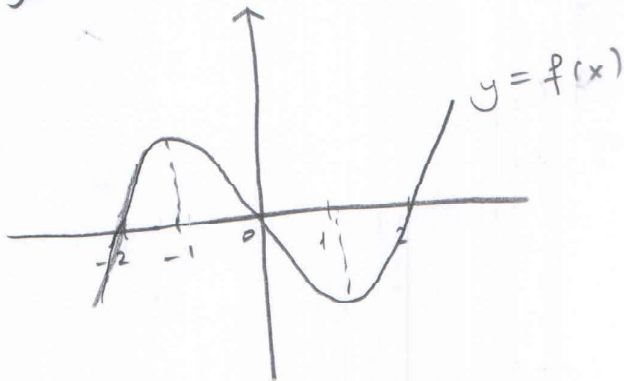
(2015 ÖABT)

Gözüm:  $f'(x) = 3x^2 - 3$   
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$   
 $f''(x) = 6x$   
 $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

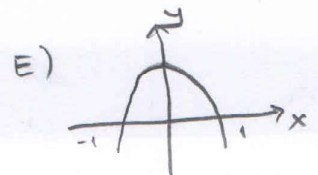
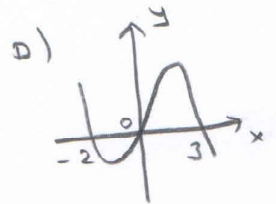
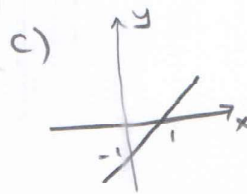
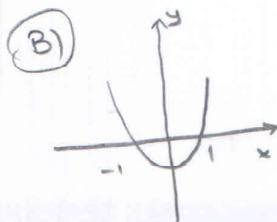
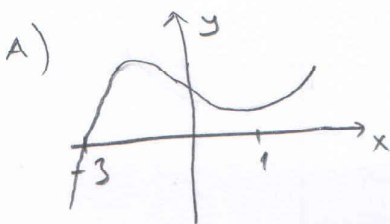


II.  $x = -1$  yerel max. noktesidir.  
 III.  $(0, \infty)$  da konveksdir.

5) Her noktada türevi alınabilen ve sadece  $x = 0$  noktesinde dönüm noktesine sahip olan bir  $f$  fonksiyonunun grafiğı aşağıda verilmiştir.



Buna göre aşağıdaki grafiklerden hangisi  $f$  fonksiyonunun türevinin grafiğı olabilir?  
 (2013 ÖABT)



Gözüm:

$x = -1$  ve  $x = 1$  noktalarında eğriye sıfırlar teğetlerin eğmi 0 dir.  $f'(-1) = f'(1) = 0$  dir.

$f$  fonksiyonu  $(-1, 1)$  aralığında azalan olduğuna göre bu aralıkta  $f'(x) < 0$  olmalıdır.