# YÖNEYLEM ARAŞTIRMASI

*Prof.Dr.Birol ELEVLİ*



1

## DP Problemi Çözümü

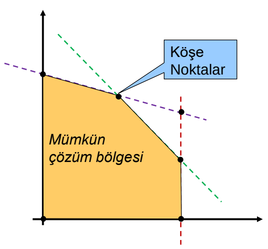
- İki ana yöntem vardır
  - *Grafiksel Yöntem*
  - *Simpleks Yöntem*
- Çözüm demek bir problemin en son cevabıdır.
- Ancak DP için çözüm kısıtların sağlanarak değişkenlere değer atanması demektir.
- Bunun içinde bilinmesi gereken bazı *Kavramlar* vardır



2

## Kavramlar

- Mümkün çözüm Bölgesi
- Köşe noktalar
- Mümkün Çözümler
- Optimum Çözüm






3

## Grafiksel Yöntem

- Grafiksel yöntem eğer değişken sayısı en fazla 2 adet ise uygulanabilir,
- Grafiksel yöntem problemin görselliğini sağlar
- Ana hatları ile 2 temel adım vardır:
  1. *Modelin tüm kısıtlarının sağlandığı mümkün çözüm bölgesinin belirlenmesi*
  2. *Uygun çözüm bölgesinde optimum çözümü belirleme*



4

## *GRAFİKSEL Yöntem Örnek Problem*

Amaç

*Maks Z = 5X1 + 4X2*

Kısıtlar

*6X1 + 4X2 <= 24* *(M1 hammaddesi kısıtı)*
*1X1 + 2X2 <= 6* *(M2 hammaddesi kısıtı)*
*-X1 +X2 <= 1* *(İç boya dış boya ilişkisi)*
*X2 <= 2* *(dış boya satış kısıtı)*
*X1 , X2 >= 0*

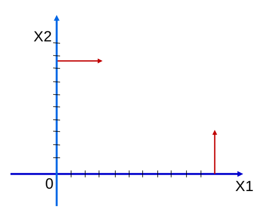


5

## 1.Adım (Çözüm bölgesi)

a) Öncelikle pozitiflik kısıtı için eksenler çizilir, (2 değişken için X1 ve X1 eksenleri
- Önce X1 ekseni
- Sonra X2 ekseni çizilir

b) Hangi bölge çözüme uygun?






6

- Kısıtları sırayla çizelim
  - 1.kısıt (*6X1 + 4X2 <= 24* )

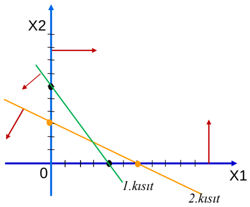
*X1=0 => X2=(24/4)=6*
*X2=0 =>X1=(24/6)=4*

*Sonra bu iki nokta birleştirilir, ve çözüm tarafı işaretlenir*

  - 2.kısıt (*X1 + 2X2 <= 6* )

*X1=0 => X2=(6/2)=3*
*X2=0 =>X1=6*

*Sonra bu iki nokta birleştirilir*




7

7

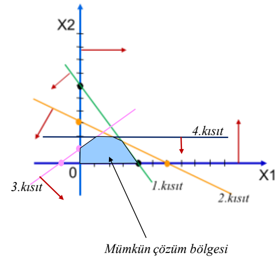
- 3.kısıt (*-X1 + X2 <= 1* )

*X1=0 => X2=1*
*X2=0 =>X1= -1*

*Sonra bu iki nokta birleştirilir, ve çözüm tarafı işaretlenir*

- 4.kısıt (*X2 <= 2* )

*Tüm X1' ler için X2=2*




8

8

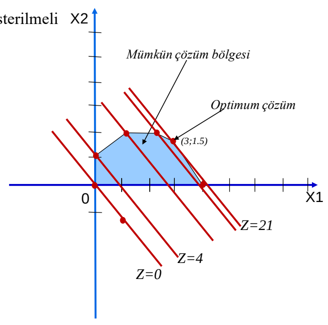
## Optimum Çözüm

- Çözüm bölgesi belirlendi.
- Amaç fonksiyonu bu grafikte gösterilmeli

*Z = 5X1 + 4X2*

*X1=0 ve X2=0 => Z = 0*

*Z=0, X1=1 =>X2= -5/4*



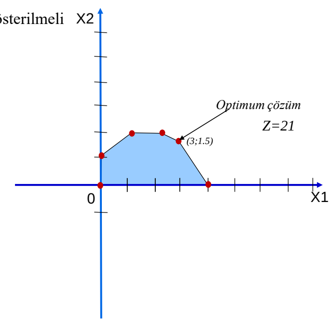

9

9

## Optimum Çözüm

- Çözüm bölgesi belirlendi.
- Amaç fonksiyonu bu grafikte gösterilmeli

*Z = 5X1 + 4X2*




10

10

## Maksimizasyon Modeli Örneği

- Ürün karıştırma problemi- *Avanos Çömlekçilik*
- Verilen işgücü ve malzeme kısıtlarına göre kar maksimizasyonu için kaç tane kase and kupa üretilmeli?
- Gerekli Kaynak miktarları ve birim kar :

| ÜRÜN | İşgücü (saat/adet) | Kil (kg/adet) | Kar (TL/Adet) |
|---|---|---|---|
| Kase | 1 | 4 | 40 |
| Kupa | 2 | 3 | 50 |

11

11

## Maksimizasyon Modeli Örneği

**Kaynak Miktarı**

*İşçilik 40 saat/gün*
*Kil 120 kg/gün*

Karar Değişkenleri

$x_1$ *= kase üretim miktarı (adet/gün)*
$x_2$ *= kupa üretim miktarı (adet/gün)*

Amaç Fonksiyonu

*Maximize* $Z = 40x_1 + 50x_2$

Kaynak Kısıtları

$1x_1 + 2x_2 \leq 40$ *işçilik*
$4x_1 + 3x_2 \leq 120$ *kil*

Pozitiflik Kısıtı $x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0$

12

12

## Maksimizasyon Modeli Örneği

**Doğrusal Programlama Modeli:**

Maksimum $Z = 40x_1 + 50x_2$

Kısıtlar: $1x_1 + 2x_2 \le 40$

$4x_2 + 3x_2 \le 120$

$x_1, x_2 \ge 0$

13

13

## Feasible (Mümkün ) Çözümler

- Mümkün çözüm hiçbir kısıtı ihlal etmez:

Example $x_1 = 5$ kase

$x_2 = 10$ kupa

$Z = 40x_1 + 50x_2 = 700$ TL

İşçilik kısıtı kontrolü:

*1(5) + 2(10) = 25 < 40 saat, sınırlar içinde*

Kil kısıtı kontrolü:

*4(5) + 3(10) = 70 < 120 kg, sınırlar içinde*

14

14

## Infeasible (mümkün olmayan) çözümler

- En az bir kısıtı ihlal eden çözümlerdir:

Mesela $x_1 = 10$ kase

$x_2 = 20$ kupa

$Z = 1400$ TL

İşçilik kısıtı kontrol:

*1(10) + 2(20) = 50 > 40 saat, kısıt ihlal edilmiş*

15

15

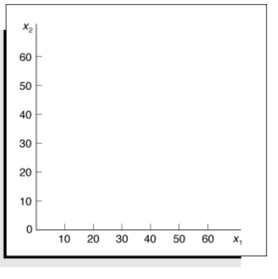
## Maksimizasyon Modelinin Grafiksel Çözümü

Maximize $Z = 40x_1 + 50x_2$

Kısıtlar: $1x_1 + 2x_2 \le 40$

$4x_2 + 3x_2 \le 120$

$x_1, x_2 \ge 0$




16

16

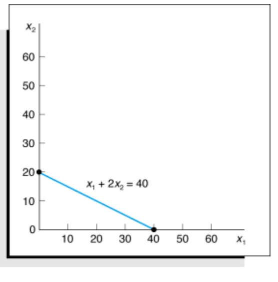
## İşgücü Kısıtı

Maximize $Z = 40x_1 + 50x_2$

Kısıtlar: : $1x_1 + 2x_2 \le 40$

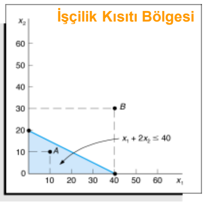
$4x_2 + 3x_2 \le 120$

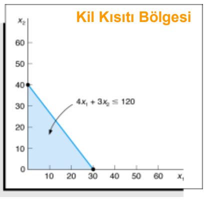
$x_1, x_2 \ge 0$




17

17



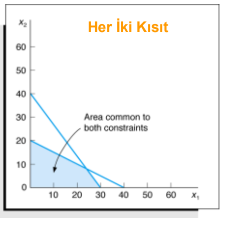




Maximize $Z = 40x_1 + 50x_2$

Kısıtlar: $1x_1 + 2x_2 \le 40$

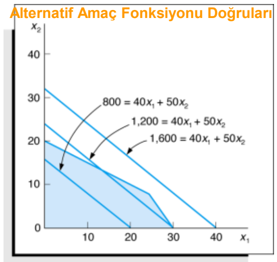
$4x_2 + 3x_2 \le 120$

$x_1, x_2 \ge 0$




18

18


Maximize $Z = 40x_1 + 50x_2$

Kısıtlar: $1x_1 + 2x_2 \leq 40$

$4x_2 + 3x_2 \leq 120$

$x_1, x_2 \geq 0$



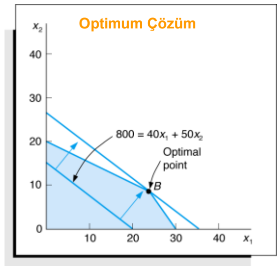


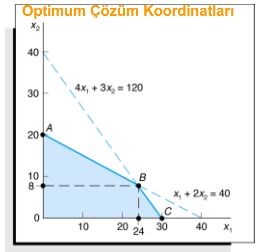
Maximize $Z = 40x_1 + 50x_2$

Kısıtlar: $1x_1 + 2x_2 \leq 40$

$4x_2 + 3x_2 \leq 120$

$x_1, x_2 \geq 0$





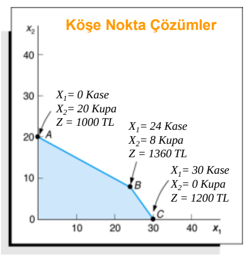



Maximize $Z = 40x_1 + 50x_2$

Kısıtlar: $1x_1 + 2x_2 \leq 40$

$4x_2 + 3x_2 \leq 120$

$x_1, x_2 \geq 0$








## Minimizasyon Modeli Örneği

- İki çeşit gübre : - Super-Gro, Crop-Quick.
- Arazi en az 16 kg nitrojen ve 24 kg fosfat istiyor
- Super-Gro maliyeti 6 TL/torba, Crop-Quick 3TL/torba.
- Problem: Aşağıdaki verilere göre toplam maliyeti minimize etmek için her gübreden ne kadar satın alınmalı?

| | Kimyasal İçerik | |
|---|---|---|
| Brand | Nitrojen (Kg/Torba) | Fosfat (Kg/torba) |
| Super-gro | 2 | 4 |
| Crop-quick | 4 | 3 |





## Problem Tanımı

**Karar değişkenleri:**

$x_1$ = Super-Gro torba

$x_2$ = Crop-Quick torba

**Amaç Fonksiyonu:**

Minimize $Z = 6x_1 + 3x_2$

Burada: Super-Gro …….6TL/Torba

Crop-Quick…….3 TL/Torba

**Kısıtlar:**

$2x_1 + 4x_2 \geq 16$ kg (nitrojen kısıtı)

$4x_1 + 3x_2 \geq 24$ kg (fosfat kısıtı)

$x_1, x_2 \geq 0$ (pozitiflik kısıtı)





## Model ve Kısıtların Grafiği

Minimize $Z = 6x_1 + 3x_2$

subject to: $2x_1 + 4x_2 \geq 16$

$4x_2 + 3x_2 \geq 24$

$x_1, x_2 \geq 0$

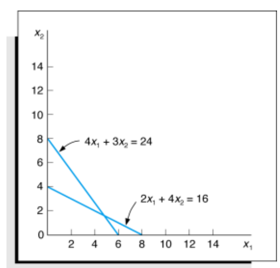



**Figure 2.14**
Model Kısıtlarının Grafiği

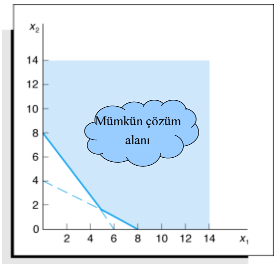
## Mümkün Çözüm Alanı

Minimize $Z = 6x_1 + 3x_2$

Kısıtlar: $2x_1 + 4x_2 \geq 16$

$4x_2 + 3x_2 \geq 24$

$x_1, x_2 \geq 0$





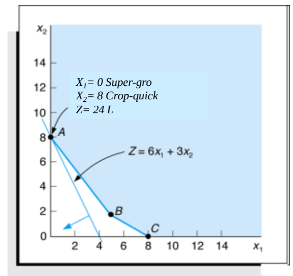

## Optimum Çözüm Noktası

Minimize $Z = 6x_1 + 3x_2$

subject to: $2x_1 + 4x_2 \geq 16$

$4x_2 + 3x_2 \geq 24$

$x_1, x_2 \geq 0$






## Düzensiz DP Modelleri

- Bazı problemler için genel kurallar geçerli olmayabilir
- Bu tür problemlerde:
  - Birden fazla optimum çözüm olabilir
  - Problemin çözümü olmaz
  - Çözümde sınırlama yoktur



## Çoklu Optimum Çözüm

Amaç fonksiyonu kısıtlardan birine paralel ise

Maks $Z=40x_1 + 30x_2$

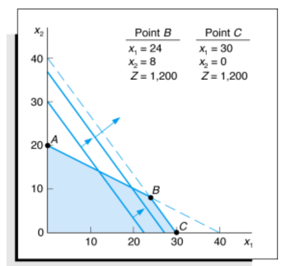
Kısıtlar : $1x_1 + 2x_2 \leq 40$

$4x_2 + 3x_2 \leq 120$

$x_1, x_2 \geq 0$

$x_1$ = kase sayısı

$x_2$ = kupa sayısı






## Çözümsüz Problem

Her mümkün çözüm mutlaka bir kısıtı ihlal ediyor;

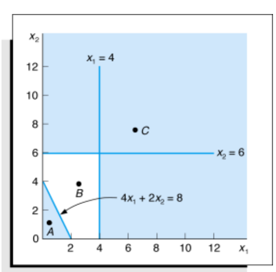
Maks $Z = 5x_1 + 3x_2$

Kısıtlar : $4x_1 + 2x_2 \leq 8$

$x_1 \geq 4$

$x_2 \geq 6$

$x_1, x_2 \geq 0$






## Sınırlandırılmamış (Unbounded) Problem

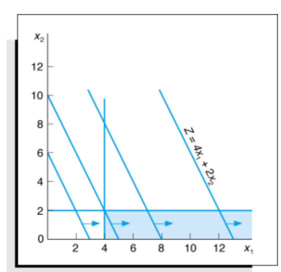
Amaç fonksiyonun değeri sonsuza gider:

Maks $Z = 4x_1 + 2x_2$

Kısıtlar : $x_1 \geq 4$

$x_2 \leq 2$

$x_1, x_2 \geq 0$



*ANLADINIZMI ???*

31