

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

SIMPLEKS METOD

Prof.Dr.Birrol ELEVLİ

1

Simpleks Yöntem

- Büyük problemleri çözmek için çok etkili bir metottur,
- Küçük modeller hariç her zaman bilgisayarda kullanılmıştır,
- Gerçekte bir algoritmadır
- Simpleks yöntem cebirsel bir işlemdir,
- Her bir işlem sonucunda mümkün çözüm köşe noktası bulunur
- Mümkün çözüm köşe nokta özellikleri:
 1. Optimum çözüm mutlaka bir mümkün çözüm köşe noktadır
 2. Birden fazla optimum çözüm varsa en az 2-mümkün çözüm köşe nokta vardır,
 3. Mümkün-Çözüm köşe sayısı sonlu olmalıdır,
 4. Bir mümkün çözüm köşe noktadan daha iyi komşu mümkün çözüm yoksa o köşe nokta optimumdur

3

Simpleks Yöntem

- Standart hale getirmek için:
 - Amaç fonksiyonu min şeklinde değilse, amaç fonksiyonu (-1) ile çarpılır

$$\text{Maks } Z = c_j x_j \implies \text{Min } (-Z) = -c_j x_j$$
 - Kısıtlar eşitlik halinde değilse aylak (slack) ve/veya artık (surplus) değişkenler eklenir

$$X_j \leq b_i \quad \text{ise} \quad X_j + s_i = b_i \quad \text{haline gelir}$$

$$X_j \geq b_i \quad \text{ise} \quad X_j - f_i = b_i \quad \text{haline gelir}$$

5

DP Problemi Çözümü (Simpleks Metot)

- 1947 Yılında George B. Dantzig (1914-2005) tarafından geliştirilmiştir,
 - 1936'da Fizik ve Matematik alanında Maryland Üniversitesinden lisans diploması,
 - 1938'de Michigan Üniversitesinden Matematik alanında Master diploması,
 - 1940'da Berkeley Üniversitesinde doktora programına başladı,
 - II.Dünya savaşında USA Hava Kuvvetleri (İstatistik birimine) katıldı
 - 1946'da Üniversiteye dönüp doktora programını tamamladı ve USA Hava kuvvetlerine Matematik danışmanı olarak geri döndü
 - 1960 Yılında Berkeley Üniversitesi Endüstri Mühendisliği bölümüne profesör olarak döndü
 - 1966 yılında Yöneylem Araştırması ve Bilgisayar Bilimleri profesörü olarak Stanford Üniversitesine katıldı

2

Simpleks Yöntem

- Çözüme üç aşamada ulaşılır;
 - DP standart hale getirilir
 - Standart model tablo halinde gösterilir
 - Tablo üzerinde cebirsel işlemler yapılır
- Standart modelde:
 - Bütün kısıtlar eşitlik halindedir,
 - Bütün değişkenler pozitifdir,
 - Amaç fonksiyonu minimizasyon şeklindedir

4

Simpleks Yöntem

- Standart Modeli Tablo Halinde Gösterme
 - Model tablo haline getirildiği zaman **başlangıç çözümü** elde edilmiş olur,
 - Başlangıç çözümünde **orijinal değişkenler sıfıra**, sisteme eklenen **yeni değişkenler ise ilgili kaynak değerine** eşittir.
 - Orijinal değişkenler **temel olmayan (nonbasic)**; eklenen değişkenler ise **temel (basic)** değişkenler olarak tanımlanır.
 - Bundan sonraki aşamalarda amaç temel olmayan değişkenleri temel değişken haline getirmektir.

6

Örnek

Standart Model

Maks $Z = 2x_1 + 3x_2$

Kısıtlar

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 6 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 8 \\ -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ x_2 &\leq 2 \\ x_j &\geq 0 \end{aligned}$$

Min $-Z = -2x_1 - 3x_2$

Min $Z - 2x_1 - 3x_2 = 0$

Kısıtlar

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + s_1 &= 6 \\ 2x_1 + x_2 + s_2 &= 8 \\ -x_1 + x_2 + s_3 &= 1 \\ x_2 + s_4 &= 2 \\ x_j, s_i &\geq 0 \end{aligned}$$

7

Başlangıç Çözümü

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-2	-3	0	0	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	0	0	6
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
S3	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

Temel Değişkenler: S1, S2, S3, S4
Temel Olmayan Değişkenler: X1, X2

Temel Matris B Harfi ile, temel olmayan matris N harfi ile gösterilir

Temel değişkenler $X_B = [S1 S2 S3 S4]$

Temel olmayan değişkenler $X_N = [X1 X2]$

9

Hangi temel olmayan değişken temel değişkene döndürülecek?

- Seçilecek herhangi bir temel olmayan değişkenin değeri sıfırdan herhangi bir pozitif sayıya dönüştürülecektir.
- Bu dönüşüm sonucu Z'nin değeri artmalıdır.
- Seçimde Z'nin değerini en çok artıracak değişken seçilir
- Buda min problemlerinde Z satırında mutlak değeri en büyük olan sayıdır
- Bu sayının bulunduğu sütun seçilir ve anahtar (pivot) sütun olarak adlandırılır.

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-2	-3	0	0	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	0	0	6
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
S3	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

Anahtar sütun

Tablo Oluşturma

Öncelikle (toplam değişken sayısı +3) sütunlu ve (kısıt sayısı +2) satırlı bir tablo çizmek gereklidir.

Sonra, amaç fonksiyonun katsayılarını (c_j) 2. satırda uygun yere, a_{ij} leride 3.satırdan sonra uygun yerlere yaz, b_j leride en son sütuna yaz

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + s_1 &= 6 \\ 2x_1 + x_2 + s_2 &= 8 \\ -x_1 + x_2 + s_3 &= 1 \\ x_2 + s_4 &= 2 \\ x_j, s_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Başlangıç Tablosu

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-2	-3	0	0	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	0	0	6
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
S3	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

8

Cebirsel işlemler

➤ Cebirsel işlem aşamasında işlemler için 3 soru sorulur.

- 1) Hangi temel olmayan değişken temel değişkene döndürülecek?
- 2) Hangi temel değişken temel olmayan değişkene döndürülecek?
- 3) Elde edilen çözüm optimum mu?

10

Hangi temel değişken temel olmayan değişken ile değiştirilecek?

- Seçilen temel olmayan değişkenin değerini pozitif yapmak, bulunduğumuz noktadan hareket ediyoruz demektir.
- Hareketimiz bir mümkün komşu köşe nokta üzerinde durmalıdır.
- Aksi halde kısıtları ihlal ederiz, bunun için ilk komşu köşe-nokta da durmamız gerekiyor
- Bunun için aşağıdaki işlemler yapılır:
 - Anahtar sütündeki $a_{ij} > 0$ olan a_{ij} 'ler seçilir.
 - Daha sonra seçilen tüm a_{ij} 'ler için (b_j/a_{ij}) işlemi yapılır.
 - İşlemlerden elde edilen en küçük değerin bulunduğu satır anahtar satır olarak seçilir ve bu satırdaki değişken temel olmayan değişken ile değiştirilir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz	b_j/a_{ij}
Z	1	-2	-3	0	0	0	0	0	
S1	0	1	2	1	0	0	0	6	$6/2=3$
S2	0	2	1	0	1	0	0	8	$8/1=8$
S3	0	-1	1	0	0	1	0	1	$1/1=1$
S4	0	0	1	0	0	0	1	2	$2/1=2$

Anahtar Satır

Anahtar Eleman

11

12

- Seçimden sonra anahtar elemanın bir (1) olması garanti edilir.
- Eğer eleman 1 değil ise, tüm satır elemanları anahtar elemanın değerine bölünerek anahtar elemanın bir (1) olması sağlanır.
- Bundan sonraki aşamada ise anahtar sütündeki anahtar eleman dışındaki elemanları sıfır (0) yapmaktır. Bunun içinde tüm satırlar için aşağıdaki bağıntı uygulanır;

$$\text{Yeni Satır Elemanı} = \text{eski satır elemanı} + (\text{yeni anahtar satır elemanı} \times \text{eski satır anahtar sütünü elemanı})$$

- Bu işlem sonucunda anahtar eleman hariç tüm sütun elemanları sıfır yapılarak yeni tablo elde edilir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-2	-3	0	0	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	0	0	6
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
S3	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

13

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-2	-3	0	0	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	0	0	6
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
S3	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

Z satırındaki -3 değerini sıfır yapmak için, X2 satırındaki elemanlar 3 ile çarpılıp Z satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	1	2	1	0	0	0	6
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

14

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	1	2	1	0	0	0	6
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

S1 satırındaki 2 değerini sıfır yapmak için, X2 satırındaki elemanlar -2 ile çarpılıp S1 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

15

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

S2 satırındaki 1 değerini sıfır yapmak için, X2 satırındaki elemanlar -1 ile çarpılıp S2 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

16

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

S4 satırındaki 1 değerini sıfır yapmak için, X2 satırındaki elemanlar -1 ile çarpılıp S4 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	1	0	0	0	-1	1	1

17

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	1	0	0	0	-1	1	1

➤ Çözüm:

$$\bullet Z = 3$$

$$\bullet \{X1, X2, S1, S2, S3, S4\} = \{0, 1, 4, 7, 0, 1\}$$

18

3.Soru: Elde edilen çözüm optimum mu?

- Bunun için Z satırına bakılır.
- Eğer Z satırında (-) değerli sayı yok ise çözüm optimumdur.
- Aksi takdirde işlemlere devam edilir.

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	1	0	0	0	-1	1	1

- Z satırında -5 olduğu için henüz optimum çözüm elde edilmemiştir. Cebirsel işleme devam edilir....

19

2.Tekrar

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz	b_i/a_{ij}
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3	
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4	$4/3=1.3$
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7	3
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1	$7/3=2.3$
S4	0	1	0	0	0	-1	1	1	3

Anahtar sütun: X1
Anahtar Satır: S4
Anahtar Eleman: 1

$1/1=1$

20

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

- Z satırındaki -5 değerini sıfır yapmak için, X1 satırındaki elemanlar 5 ile çarpılıp Z satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	0	0	-2	5	8
S1	0	3	0	1	0	-2	0	4
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

21

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	3	0	0	0	-2	0	4
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

- S1 satırındaki 3 değerini sıfır yapmak için, X1 satırındaki elemanlar -3 ile çarpılıp S1 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	0	0	-2	5	8
S1	0	0	0	0	0	1	-3	1
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

22

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	3	0	0	1	-1	0	7
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

- S2 satırındaki 3 değerini sıfır yapmak için, X1 satırındaki elemanlar -3 ile çarpılıp S2 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	0	0	-2	5	8
S1	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	0	1	2	-3	4
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

23

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	-5	0	0	0	3	0	3
S1	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	0	1	2	-3	4
X2	0	-1	1	0	0	1	0	1
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

- X2 satırındaki -1 değerini sıfır yapmak için, X1 satırındaki elemanlar 1 ile çarpılıp S2 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	0	0	-2	5	8
S1	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	0	1	2	-3	4
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

24

➤ Çözüm:

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	0	0	-2	5	8
S1	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	0	1	2	-3	4
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

➤ $Z=8$

➤ $\{X1, X2, S1, S2, S3, S4\} = \{1, 2, 1, 4, 0, 0\}$

25

➤ 3.Soru: Elde edilen çözüm optimum mu?

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	0	0	-2	5	8
S1	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	0	1	2	-3	4
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

➤ Z satırında -2 olduğu için henüz optimum çözüm elde edilmemiştir. Cebirsel işleme devam edilir....

26

3.Tekrar

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz	b_i/a_{ij}
Z	1	0	0	0	0	-2	5	8	
S1	0	0	0	1	0	1	-3	1	1/1=1
S2	0	0	0	0	1	2	-3	4	4/2=2
X2	0	0	1	0	0	0	1	2	-
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1	-

Anahtar Satır
Anahtar Eleman

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	0	0	-2	5	8
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	0	1	2	-3	4
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

➤ Z satırındaki -2 değerini sıfır yapmak için, S3 satırındaki elemanlar 2 ile çarpılıp Z satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	0	1	2	-3	4
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

27

28

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	0	1	2	-3	4
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

➤ S2 satırındaki 2 değerini sıfır yapmak için, S3 satırındaki elemanlar -2 ile çarpılıp S2 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	-2	1	0	-3	2
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	-2	1	0	3	2
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	0	0	-1	1	1

➤ X1 satırındaki -1 değerini sıfır yapmak için, S3 satırındaki elemanlar 1 ile çarpılıp S2 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S2	0	0	0	-2	1	0	3	2
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	1	0	0	-2	2

29

30

➤ Çözüm:

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10
S3	0	0	1	0	1	-3	1	1
S2	0	0	0	-2	1	0	3	2
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	1	0	0	-2	2

➤ Z= 10

➤ {X1,X2,S1,S2,S3,S4}={2,2,0,2,1,0}

31

➤ 3.Soru: Elde edilen çözüm optimum mu?

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10
S3	0	0	1	0	1	-3	1	1
S2	0	0	0	-2	1	0	3	2
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	1	0	0	-2	2

➤ Z satırında -1 olduğu için henüz optimum çözüm elde edilmemiştir. Cebirsel işleme devam edilir....

32

4.Tekrar

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz	b_i/a_{ij}
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10	
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1	-
S2	0	0	0	-2	1	0	0	2	$2/3=0.66$
X2	0	0	1	0	0	0	1	2	$2/1=2$
X1	0	1	0	0	0	0	-2	2	-

Bu durumda anahtar elemanı 1 yapmak gerekir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S4	0	0	0	-	1/3	0	3/3	2/3
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	0	0	0	-2	2

33

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	2	0	0	-1	10
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	1	0	0	-2	2

➤ Z satırındaki -1 değerini sıfır yapmak için, S4 satırındaki elemanlar 1 ile çarpılıp Z satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	4/3	1/3	0	0	32/3
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	1	0	-1	1	1

34

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	4/3	1/3	0	0	32/3
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	1	0	0	-2	2

➤ S3 satırındaki -3 değerini sıfır yapmak için, S4 satırındaki elemanlar 3 ile çarpılıp S3 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	4/3	1/3	0	0	32/3
S3	0	0	0	-1	1	1	0	3
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	1	0	-1	1	1

35

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	4/3	1/3	0	0	32/3
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
X2	0	0	1	0	0	0	1	2
X1	0	1	0	1	0	0	-2	2

➤ X2 satırındaki 1 değerini sıfır yapmak için, S4 satırındaki elemanlar -1 ile çarpılıp X2 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	4/3	1/3	0	0	32/3
S3	0	0	0	-1	1	1	0	3
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
X2	0	0	1	2/3	-1/3	0	0	4/3
X1	0	1	0	1	0	-1	1	1

36

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	4/3	1/3	0	0	32/3
S3	0	0	0	1	0	1	-3	1
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
				2/3				
X2	0	0	1	2/3	-1/3	0	0	4/3
X1	0	1	0	1	0	0	-2	2

- X1 satırındaki -2 değerini sıfır yapmak için, S4 satırındaki elemanlar 2 ile çarpılıp X1 satırına eklenir

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	4/3	1/3	0	0	32/3
S3	0	0	0	-1	1	1	0	3
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
				2/3				
X2	0	0	1	2/3	-1/3	0	0	4/3
X1	0	1	0	-	2/3	0	0	10/3
				1/3				

37

► Çözüm:

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	4/3	1/3	0	0	32/3
S3	0	0	0	-1	1	1	0	3
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
				2/3				
X2	0	0	1	2/3	-1/3	0	0	4/3
X1	0	1	0	-	2/3	-1	0	10/3
				1/3				

► $Z = 10.67$

► $\{X1, X2, S1, S2, S3, S4\} = \{10/3, 4/3, 0, 0, 3, 2/3\}$

38

► 3.Soru: Elde edilen çözüm optimum mu?

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	S4	Çöz
Z	1	0	0	4/3	1/3	0	0	32/3
S3	0	0	0	-1	1	1	0	3
S4	0	0	0	-	1/3	0	1	2/3
				2/3				
X2	0	0	1	2/3	-1/3	0	0	4/3
X1	0	1	0	-	2/3	-1	0	10/3
				1/3				

- Z satırında negatif sayı olmadığı için elde edilen çözüm optimum çözümdür.

39

Problemin GRAFIKSEL Çözümü

$$\text{Maks } Z = 2x_1 + 3x_2$$

Kısıtlar

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 6 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 8 \\ -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ x_2 &\leq 2 \\ x_j &\geq 0 \end{aligned}$$

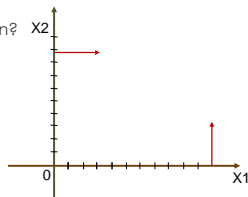
40

1.Adım (Çözüm bölgesi)

a) Öncelikle pozitiflik kısıtı için eksenler çizilir, (2 değişken için X1 ve X2 eksenleri)

- Önce X1 eksenini
- Sonra X2 eksenini çizilir

b) Hangi bölge çözüme uygun?



41

► Kısıtları sırayla çizelim

- 1.kısıt ($x_1 + 2x_2 \leq 6$)

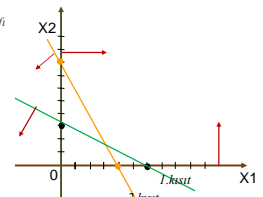
$$\begin{aligned} X1=0 &\Rightarrow X2=(6/2)=3 \\ X2=0 &\Rightarrow X1=(6/1)=6 \end{aligned}$$

Sonra bu iki nokta birleştirilir, ve çözüm tarafı işaretlenir

- 2.kısıt ($2X1 + X2 \leq 8$)

$$\begin{aligned} X1=0 &\Rightarrow X2=(8/1)=8 \\ X2=0 &\Rightarrow X1=(8/2)=4 \end{aligned}$$

Sonra bu iki nokta birleştirilir



42

- 3.kısıt ($-X_1 + X_2 \leq 1$)

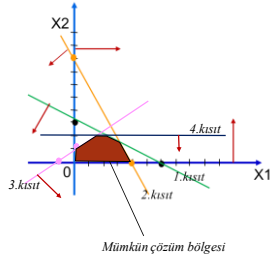
$$X_1=0 \Rightarrow X_2=1$$

$$X_2=0 \Rightarrow X_1=-1$$

Sonra bu iki nokta birleştirilir, ve çözüm tarafı işaretlenir

- 4.kısıt ($X_2 \leq 2$)

Tüm X_1 'ler için $X_2=2$



Optimum Çözüm

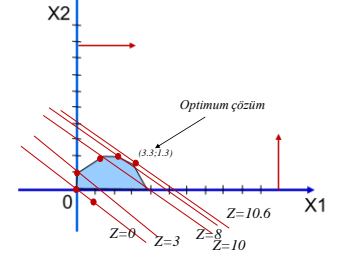
- Çözüm bölgesi belirlendi.
- Amaç fonksiyonu bu grafikte gösterilmeli

$$Z = 2X_1 + 3X_2$$

$$2X_1 + 3X_2 = 0$$

$$X_1=0 \text{ ve } X_2=0 \Rightarrow Z=0$$

$$Z=0, X_1=1 \Rightarrow X_2=-2/3$$



43

44



45