

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

SIMPLEKS METOD (YAPAY DEĞİŞKENLER)

Prof.Dr.Birrol ELEVLI

1

YAPAY DEĞİŞKENLER METODU

- Bundan önceki örneklerde kısıtlar '<=' şeklinde idi.
- Bu durumda 0 noktası bilinen çözüm olduğu için başlangıç temel çözüm elde edilmekteydi
- Ancak gerçek problemler '=' veya '>=' şeklinde de kısıtlar içermektedir.
- Bu durumda 0 noktası temel çözüm olmayabilir.
- Bu tür problemleri çözmek için "Yapay Değişkenler" Metodu kullanılır.
- Bu metodun temelinde problemi çözmek için bir başlangıç çözümü bulmak yatar.

2

Yapay değişkenler

Burada iki yeni değişken tanımlanır:

- Fazlalık değişken ($-f_i$) ve Yapay değişken (R_i)

Bu değişkenler \geq ve $=$ şeklindeki kısıtlara eklenir

$$X_j \geq b_i \text{ ise } X_j - f_i + R_i = b_i \text{ haline getirilir}$$

$$X_j = b_i \text{ ise } X_j + R_i = b_i \text{ haline getirilir}$$

3

Yapay Değişkenler

- İki Önemli Yöntem Vardır:

- Büyük-M yöntemi (Penalty Method)
- İki-Aşamalı Yöntem (Two-Phase Method)

- Her iki yöntemde aynı sonucu verir,
- Hangisinin seçileceği tamamen keyfidir

4

Büyük-M Metodu

- Yapay değişkenler çok büyük olan M sayısı ile çarpılır,
- Elde edilen çarpım;
 - min probleminde amaç fonksiyonuna eklenir,
 - maks probleminde ise amaç fonksiyonundan çıkarılır

$$\begin{array}{ll} \text{Min } CX & \text{Min } CX + MR \\ \text{Kısıtlar } AX = b & \text{Kısıtlar } AX + R = b \\ X \geq 0 & X, R \geq 0 \end{array}$$

5

Büyük-M Metodu Örnek

$$\begin{array}{ll} \text{Min } Z = 4X_1 + X_2 & \text{Min } Z = 4X_1 + X_2 + MR_1 + MR_2 \\ 3X_1 + X_2 = 3 & 3X_1 + X_2 + R_1 = 3 \\ 4X_1 + 3X_2 \geq 6 & 4X_1 + 3X_2 - F_1 + R_2 = 6 \\ X_1 + 2X_2 \leq 4 & X_1 + 2X_2 - S_1 = 4 \\ X_1, X_2 \geq 0 & X_1, X_2, F, S, R \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} R_1 = 3 - 3X_1 - X_2 & R_1 + R_2 = 3 - 3X_1 - X_2 + 6 - 4X_1 - 3X_2 + F_1 \\ R_2 = 6 - 4X_1 - 3X_2 + F_1 & \rightarrow R_1 + R_2 = 9 - 7X_1 - 4X_2 + F_1 \end{array}$$

Ve buradan

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 4X_1 + X_2 + MR_1 + MR_2 = 4X_1 + X_2 + M(R_1 + R_2) \\ &= 4X_1 + X_2 + M(9 - 7X_1 - 4X_2 + F_1) \\ &= (4-7M)X_1 + (1-4M)X_2 + MF_1 + 9M \end{aligned}$$

6

➤ Yeni amaç fonksiyonu ile tabloyu oluşturursak;

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
Z	1	-4+7M	-1+4M	-M	0	0	0	9M
R1	0	3	1	0	1	0	0	3
R2	0	4	3	-1	0	1	0	6
S1	0	1	2	0	0	0	1	4

■ Çözüm

■ $Z = 9M$

■ $\{X1, X2, S1, R1, R2, F1\} = \{0, 0, 4, 3, 6, 0\}$

7

➤ Anahtar sütun ve satırı bulalım;

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
Z	1	-4+7M	-1+4M	-M	0	0	0	9M
R1	0	3	1	0	1	0	0	3
R2	0	4	3	-1	0	1	0	6
S1	0	1	2	0	0	0	1	4

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
Z	1	-4+7M	-1+4M	-M	0	0	0	9M
R1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1
R2	0	4	3	-1	0	1	0	6
S1	0	1	2	0	0	0	1	4

8

➤ Anahtar sütun ve satırı bulalım;

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
Z	1	-4+7M	-1+4M	-M	0	0	0	9M
X1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1
R2	0	4	3	-1	0	1	0	6
S1	0	1	2	0	0	0	1	4

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
Z	1	0	(1+5M)/3	-M	(4-7M)/3	0	0	4+2M
X1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1
R2	0	0	5/3	-1	-4/3	1	0	2
S1	0	0	5/3	0	-1/3	0	1	3

9

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
Z	1	0	(1+5M)/3	-M	(4-7M)/3	0	0	4+2M
X1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1
X2	0	0	1	-3/5	-4/5	3/5	0	6/5
S1	0	0	5/3	0	-1/3	0	1	3

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
Z	1	0	0	1/5	(8/5-M)	(-1/5)-M	0	18/5
X1	0	1	0	1/5	3/5	-1/5	0	3/5
X2	0	0	1	-3/5	-4/5	3/5	0	6/5
S1	0	0	0	1	1	-1	1	1

➤ Artık yapay değişkenler(R1 ve R2) 0(sıfır) olduğu için onların bulunduğu sütunlar tablodan çıkarılır.

10

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
Z	1	0	0	1/5			0	18/5
X1	0	1	0	1/5			0	3/5
X2	0	0	1	-3/5			0	6/5
S1	0	0	0	1			1	1

➤ $Z = 18/5$

➤ $\{X1, X2, F1, S1, R1, R2\} = \{3/5, 6/5, 0, 1, 0, 0\}$

➤ Tabloda Z satırı kontrol edildiğinde F1 sütununda pozitif değer olduğu için optimum çözüme ulaşılmamıştır. Yapay değişken sütunları çıkarılarak işlemler tekrar edilir.

11

Temel	Z	X1	X2	F1	S1	Çözüm
Z	1	0	0	1/5	0	18/5
X1	0	1	0	1/5	0	3/5
X2	0	0	1	-3/5	0	6/5
S1	0	0	0	1	1	1

Temel	Z	X1	X2	F1	S1	Çözüm
Z	1	0	0	-1/5	17/5=3,4	
X1	0	1	0	-1/5	2/5=0,4	
X2	0	0	1	3/5	9/5=1,8	
F1	0	0	0	1	1	1

➤ $Z = 17/5$

➤ $\{X1, X2, F1, S1\} = \{2/5, 9/5, 1, 1\}$

12

İki-Aşamalı Metot

I. Aşama

► Bu aşamada öncelikle yapay değişkenlerden yeni bir amaç fonksiyonu yazılır

$$\bullet \text{ Min } r = R1 + R2$$

► Yapay değişkenlerin değeri yerine yazılarak amaç fonksiyonu tamamlanır ve tablo oluşturulur

► I. Aşamada amaç yeni amaç fonksiyonun değerini sıfıra eşitlemektir.

13

İki-Aşamalı Metot Örnek

$$\text{Min } Z = 4X1 + X2$$

$$3X1 + X2 = 3$$

$$4X1 + 3X2 \geq 6$$

$$X1 + 2X2 \leq 4$$

$$X1, X2 \geq 0$$

$$\text{Min } Z = 4X1 + X2$$

$$3X1 + X2 + R1 = 3$$

$$4X1 + 3X2 - F1 + R2 = 6$$

$$X1 + 2X2 - S1 = 4$$

$$X1, X2, F, S, R \geq 0$$

$$R1 = 3 - 3X1 - X2$$

$$R2 = 6 - 4X1 - 3X2 + F1$$

$$R1 + R2 = 3 - 3X1 - X2 + 6 - 4X1 - 3X2 + F1$$

$$R1 + R2 = 9 - 7X1 - 4X2 + F1$$

ve buradan

$$\text{Min } r = -7X1 - 4X2 + F1 + 9$$

$$\text{Min } r + 7X1 + 4X2 - F1 = 9$$

14

► Yeni amaç fonksiyonu ile tabloyu oluşturursak;

Temel	r	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
r	1	7	4	-1	0	0	0	9
R1	0	3	1	0	1	0	0	3
R2	0	4	3	-1	0	1	0	6
S1	0	1	2	0	0	0	1	4

► Çözüm

$$\bullet r = 9$$

$$\bullet \{X1, X2, S1, R1, R2, F1\} = \{0, 0, 4, 3, 6, 0\}$$

15

► Anahtar sütun ve satırı bulalım;

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
r	1	7	4	-1	0	0	0	9M
R1	0	3	1	0	1	0	0	3
R2	0	4	3	-1	0	1	0	6
S1	0	1	2	0	0	0	1	4

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
r	1	7	4	-1	0	0	0	9
R1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1
R2	0	4	3	-1	0	1	0	6
S1	0	1	2	0	0	0	1	4

16

► Anahtar sütun ve satırı bulalım;

Temel	r	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
r	1	7	4	-1	0	0	0	9
X1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1
R2	0	4	3	-1	0	1	0	6
S1	0	1	2	0	0	0	1	4

Temel	r	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
r	1	0	5/3	-1	-7/3	0	0	2
X1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1
R2	0	0	5/3	-1	-4/3	1	0	2
S1	0	0	5/3	0	-1/3	0	1	3

17

Temel	r	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
r	1	0	5/3	-1	-7/3	0	0	2
X1	0	1	1/3	0	1/3	0	0	1
X2	0	0	1	-3/5	-4/5	3/5	0	6/5
S1	0	0	5/3	0	-1/3	0	1	3

Temel	r	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
r	1	0	0	0	-1	-1	0	0
X1	0	1	0	1/5	3/5	-1/5	0	3/5
X2	0	0	1	-3/5	-4/5	3/5	0	6/5
S1	0	0	0	1	1	-1	1	1

► Artık yapay değişkenler (R1 ve R2) ve amaç fonksiyonu 0 (sıfır) olduğu için yapay değişkenler tablodan çıkarılır ve II. Aşamaya geçilir.

18

- II. Aşamada öncelikle orijinal amaç fonksiyonu yerine yazılır ve uygun olmayan değerler uygun hale getirilir.
- Bu durumda Z satırı uygun hale getirilmelidir

Temel	Z	X1	X2	F1	R1	R2	S1	Çözüm
Z	1	-4	-1	0			0	0
X1	0	1	0	1/5			0	3/5
X2	0	0	1	-3/5			0	6/5
S1	0	0	0	1			1	1

19

- II. Aşamada öncelikle orijinal amaç fonksiyonu yerine yazılır ve uygun olmayan değerler uygun hale getirilir.

Temel	Z	X1	X2	F1	S1	Çözüm
Z	1	0	0	0	1/5	18/5
X1	0	1	0	1/5	0	3/5
X2	0	0	1	-3/5	0	6/5
S1	0	0	0	1	1	1

- $Z = 18/5$
- $\{X1, X2, F1, S1, R1, R2\} = \{3/5, 6/5, 0, 1, 0, 0\}$

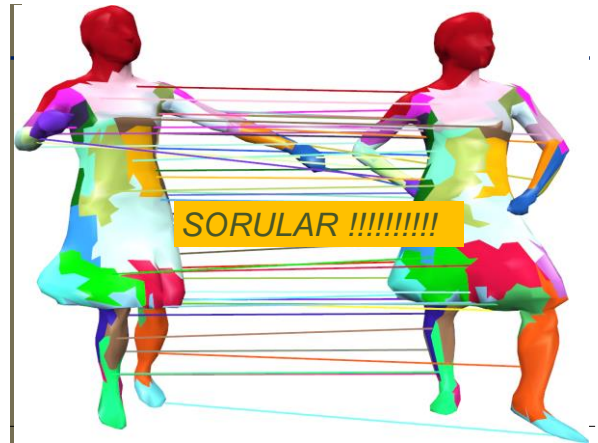
20

Temel	Z	X1	X2	F1	S1	Çözüm
Z	1	0	0	1/5	0	18/5
X1	0	1	0	1/5	0	3/5
X2	0	0	1	-3/5	0	6/5
S1	0	0	0	1	1	1

Temel	Z	X1	X2	F1	S1	Çözüm
Z	1	0	0	0	-1/5	17/5=3,4
X1	0	1	0	0	-1/5	2/5=0,4
X2	0	0	1	0	3/5	9/5=1,8
F1	0	0	0	1	1	1

- $Z = 17/5$
- $\{X1, X2, F1, S1\} = \{2/5, 9/5, 1, 1\}$

21



22