



Endüstri Mühendisliği Bölümü

Yöneylem Araştırması II

30 gün yanıtında laboratuvarların gelecek dönem itibarıyla kullanılabileceği belirtildiğinden kaygı bildirimi kaldırılmıştır.



END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

STOK NEDİR?

Stok, bir firmanın üretim yapabilmek için elindebulundurduğu hammadde, yarı mamul, mamul ya da varlıklar gibi ürünlerin tamamıdır.

Stok tutmak, üretim firmalarının maliyet kalemlerinden biri olduğu için aslında istenmez.

Ancak, firmanın sürekli çalışabilmesi için *makul seviyede* stok olmalıdır,

Eğer stok,

Çok az olursa → Üretim aksar, maliyetler artar

Çok fazla olursa → Stok maliyetleri fazla olur

Bu nedenle *stok yönetimi*, maliyet açısından firmalar için çok önemli bir konudur.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

STOK NEDİR

Stok yönetimi için stok politikası (stok yönetimi) belirlemek gerekir.

Stok politikasında;

Stok seviyesi ve müşteri talebi ile ilişkili olarak maliyeti minimize edecek kuralları belirlemektir.

Bu kurallarda genel olarak;

1. *Stok yapılacak ürünlerin sipariş miktarı, ile*
2. *Siparişlerin ne zaman yapılacağıının bilinmesidir?*

Stok politikası için bu kuralların belirlenmesinde ancak *stok sisteminin modellenmesi* yapılarak belirlenebilir.

Stok problemlerinin karmaşıklığı, tüm durumlara cevap verecek genel bir modelin geliştirilmesini engellemektedir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Genel Stok Modeli

Ancak tüm *stok modelleri* aşağıdaki soruların cevabı aranır.

1. *Ne kadar* sipariş verilmeli?
2. *Ne zaman* sipariş verilmeli?

Birinci sorunun cevabı *ekonomik sipariş miktarı (ESM)*'nı verir.

Bunun içinde aşağıdaki maliyet fonksiyonu minimize edilir.

$$\begin{array}{l} \text{Toplam} \\ \text{Stok} \\ \text{Maliyeti} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Satın Alma} \\ \text{Maliyeti} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Hazırlık} \\ \text{Maliyeti} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Elde} \\ \text{Bulundurma} \\ \text{Maliyeti} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Elde} \\ \text{Bulunmama} \\ \text{Maliyeti} \end{array}$$

İkinci sorunun cevabı ise çalışılan stok sistemine bağlıdır.

Stok sistemi iki türlüdür;

1. *Periyodik Gözden Geçirme*; Bu durumda yeni sipariş her yeni dönemin (hafta, ay, vs.) başında verilir
2. *Sürekli Gözden Geçirme*; Bu durumda ise stok miktarı belli bir seviyeye düşünce yeni sipariş verilir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

STOK MODELLERİ

Stok modelinin formülasyonunda ve çözümünde **talebin** *deterministik* veya *olasılıklı* olması önemli bir faktördür.

Buna bağlı olarak stok modellemesi iki ana alt başlığa ayrılırlar:

A. Deterministik Stok Modelleri

1. Statik Stok Modelleri

1.1. Klasik ESM Modeli

1.2. Miktar İndirimli ESM Modeli

1.3. Depo Kısıtlı Çok Kalemli ESM Modeli

2. Dinamik Stok Modelleri

2.1. Hazırlık Maliyetsiz Model

2.2. Hazırlık Maliyetli Model

B. Olasılıklı Stok Modelleri

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

1.1.)Klasik ESM Modeli

Stok modellerinin en basiti olup temel kabulleri şunlardır:

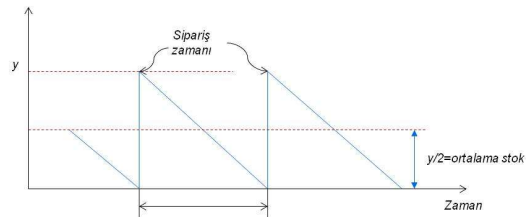
- i. Talep sabit,
- ii. Sipariş yenileme anlık,
- iii. Elde bulundurmamaya izin yok

Bu model için gerekli parametreler;

y = Sipariş miktarı (birim)

D = Talep hızı (birim/birim zaman)

t_0 = Sipariş döngü süresi (birim zaman)



END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

1.1.)Klasik ESM Modeli

ESM modelinde iki tane maliyet kalemi vardır;

$K = \text{sipariş maliyeti (sipariş/TL)}$

$h = \text{elde bulundurma maliyeti (TL/birim zaman)}$

Buradan birim zamandaki toplam maliyet (TBM) fonksiyonu aşağıdaki gibi hesaplanır:

$TBM(y) = \text{Birim Zaman Sipariş Maliyeti} + \text{Birim Zaman Elde bulundurma Maliyeti}$

$$TBM(y) = \frac{K + h\left(\frac{y}{2}\right)t_0}{t_0} \longrightarrow TBM(y) = \frac{K}{t_0} + \frac{h\left(\frac{y}{2}\right)t_0}{t_0}$$

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

1.1.)Klasik ESM Modeli

$$TBM(y) = \frac{K}{t_0} + \frac{h\left(\frac{y}{2}\right)t_0}{t_0}$$

$t_0 = y/D$ bağıntısını yerine yazarsak

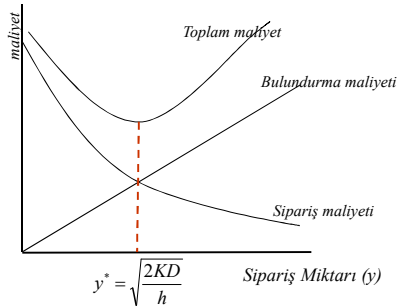
$$TBM(y) = \frac{K}{y/D} + \frac{h\left(\frac{y}{2}\right)t_0}{t_0} \longrightarrow TBM(y) = \frac{KD}{y} + h\left(\frac{y}{2}\right)$$

Optimum sipariş miktarı $TBM(y)$ 'nin y 'ye göre 1.türevi sıfıra eşitlenerek bulunur.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

1.1.)Klasik ESM Modeli



$$TBM(y) = KDy^{-1} + 0.5hy$$

Bağıntısının 1.türevi aşağıdaki gibidir;

$$\frac{dTBM(y)}{dy} = -\frac{KD}{y^2} + \frac{h}{2}$$

Bu bağıntıyı sıfıra eşitlediğimiz zaman ekonomik sipariş miktarı yandaki bağıntı ile bulunur:

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$$

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Optimum ESM Stok Politikası

Buna göre optimum ESM stok politikası aşağıdaki gibidir.

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \quad \text{birim sipariş} \quad t_0 = \frac{y^*}{D} \quad \text{zaman diliminde verilmeli}$$

Gerçek dünyada siparişlerin verilir verilmez elde edilmesi çoğunlukla mümkün değildir.

Bu durumda **TEDARİK SÜRESİ (L)** ve **Yeniden Sipariş Noktası (LxD)** kavramı ortaya çıkar

Tedarik süresi kavramı oluşunca da **stok seviyesi, (LxD)** birime düşünce sipariş vermek gerekir,

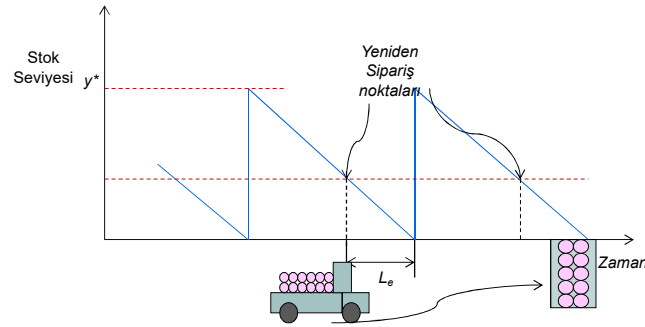
Eğer $L > t_0^*$ ise etkin tedarik süresi $L_e = L - nt_0^*$ tanımlanır.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Yeniden sipariş Noktası

Etkin tedarik süresi bağıntısındaki n , L/t_0^* dan büyük olmayan tamsayı olup, stok seviyesi $L_e D$ birime düştüğünde sipariş vermek gerekir.



END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek 11.3.1 Sayfa 436

Ampül tüketimi (D) = 100 adet/gün
 Sipariş Maliyeti(K) = 100 TL/Sipariş
 Elde bulundurma Maliyeti (h) = 0.02 TL/adet_gün
 Tedarik Süresi (L) = 12 gün

Verilere göre optimum sipariş miktarı ilgili bağıntıdan;

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 100}{0.02}} = 1000 \text{ Adet Ampül}$$

Olarak bulunur. Döngü süresi ise;

$$t_0^* = \frac{y^*}{D} = \frac{1000}{100} = 10 \text{ gün}$$

Olarak bulunur. Burada **tedarik süresi döngü süresinden daha büyük** olduğu için yeniden sipariş verme stok seviyesi bulunmalıdır. Bunun içinde;

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek 11.3.1 Sayfa 436

Öncelikle L_e hesaplanmalıdır.

$$L_e = L - nt_0^* = L - \text{Tamsayı}(L/t_0^*) t_0^* = 12 - 1 \times 10 = 2 \text{ gün}$$

Bu durumda yeniden sipariş noktası(YSN);

$$YSN = L_e \times D = 2 \times 100 = 200 \text{ adet} \quad \text{olarak hesaplanır.}$$

Stok Politikası: *Stok seviyesi 200 adete düşünce 1000 adet sipariş ver.*

Burada Oluşan Maliyet ise;

$$TBM(y) = KDy^{-1} + 0.5hy^* = \frac{100 \times 100}{1000} + 0.5 \times 0.02 \times 1000 = 20 \text{ TL / gün}$$

1.2) Miktar İndirimli ESM Modeli

Bu modelde sipariş miktarı y , tanımlanan q sipariş miktarını aşıyorsa satın alma fiyatında indirim söz konusudur. Yani satın alma maliyeti c ;

$$c = \begin{cases} c_1 & \text{eğer } y \leq q \text{ ise} \\ c_2 & \text{eğer } y > q \text{ ise} \end{cases}$$

ve burada $c_1 > c_2$ 'dir. Dolayısıyla,

$$\text{Birim zaman satın alma maliyeti} = \begin{cases} \frac{c_1 y}{t_0} = \frac{c_1 y}{y/D} = Dc_1, y \leq q \text{ için} \\ \frac{c_2 y}{t_0} = \frac{c_2 y}{y/D} = Dc_2, y > q \text{ için} \end{cases}$$

1.2) Miktar İndirimli ESM Modeli

Birim zaman başına toplam maliyet aşağıdaki gibi yazılır

$$TBM(y) = \begin{cases} Dc_1 + \frac{KD}{y} + \frac{hy}{2}, & y \leq q \text{ için} \\ Dc_2 + \frac{KD}{y} + \frac{hy}{2}, & y > q \text{ için} \end{cases}$$

Ürün maliyeti
Sipariş maliyeti
Elde bulundurma maliyeti

İki fonksiyon ürün maliyeti dışında aynı olduğundan fonksiyonları minimize eden sipariş miktarı aynı noktadır.

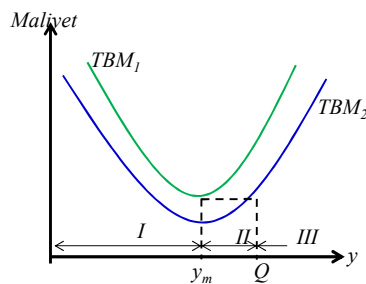
$$y_m = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$$

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

1.2) Miktar İndirimli ESM Modeli

Maliyet fonksiyonu $TBM(y)$, $TBM_1(y)$ ile soldan başlar ve fiyat kırılma noktası q 'da $TBM_2(y)$ 'ye kadar iner.

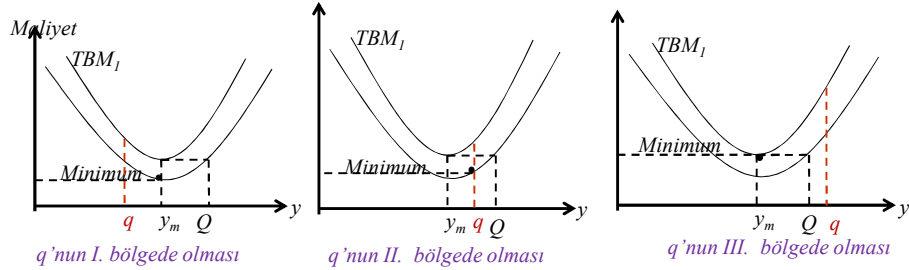


Optimum y^* , q 'nun hangi bölgede olmasına bağlıdır

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

1.2) Miktar İndirimli ESM Modeli



Tüm bunlardan sonra optimum y^* aşağıdaki gibi belirlenir

$$y^* = \begin{cases} y_m, & q, \text{ I. ve III. bölgede} \\ q, & q, \text{ II. bölgede} \end{cases}$$

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLİ

y^* 'in bulunması

1.Adım:

$$y_m = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \quad \text{olarak belirle.}$$

eğer q , I.bölgede ise $y^*=y_m$
aksi durumda ise 2.adıma git.

2.Adım:

- a) Q değerini $TBM_2(Q) = TBM_1(y_m)$ formülünden hesapla,
- b) II. ve III.bölgeleri tanımla.
 - i) Eğer q , II.bölgede ise $y^*=q$ 'dur.
 - ii) Aksi durumda q , III.bölgede olup $y^*=y_m$ 'dir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLİ

Örnek, Sayfa 442, 11.3.2

Bir otomobil servisi motor yağını toptan almakta ve 1 kg'ına 3 TL ödemektedir. Eğer 1000 kg'dan fazla alırsa 1 kg'ına 2.5 TL ödemektedir.

Günlük yağ tüketimi $D=150 \times 1.25 \text{ kg/gün} = 187.5 \text{ kg/gün}$

Bulundurma maliyeti $h=0.02 \text{ TL/kg_gün}$; sipariş maliyeti $K=20\text{TL/sipariş}$

Tedarik Süresi $L=2 \text{ gün}$ olduğuna göre bu servisin stok politikası nasıl olmalıdır? ;

Bu soruda $c_1=3 \text{ TL/kg}$; $c_2=2.5 \text{ TL/kg}$ ve $q=1000 \text{ kg}$

1.Adım:

$$y_m = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 187.5}{0.02}} = 612.37 \text{ kg}$$

$q > y_m$ olduğu için 2.adıma gidilir.

2.Adım:

$$TBM_1(y_m) = TBM_2(Q) \text{ ise } Dc_1 + \frac{KD}{y_m} + \frac{hy_m}{2} = Dc_2 + \frac{KD}{Q} + \frac{hQ}{2}$$

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Formülde değerler yerine konur ve aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$187.5 \times 3 + \frac{20 \times 187.5}{612.37} + \frac{0.02 \times 612.75}{2} = 187.5 \times 2.5 + \frac{20 \times 187.5}{Q} + \frac{0.02Q}{2}$$

Bunu sadeleştirince $0.01Q^2 - 106Q + 3750 = 0$ elde edilir

Bu denklemin köklerinden $Q=10564.5 > y_m$ bulunur.

Böylece;

- Bölge I = (0, 612.37)
- Bölge II = (612.37, 10564.5)
- Bölge III = (10564.5, ∞)

q ikinci bölgede olduğu için, optimum sipariş miktarı $y^*=q=1000 \text{ kg}$ 'dır.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek 11-3.b.2

Bir stok kalemi günde 30 adet azalmaktadır. Bir birimi bir gün elde bulundurma maliyeti 0.05 TL, sipariş hazırlık maliyeti 100 TL'dir. Elde bulundurmamaya izin olmayıp sipariş miktarı 500 adetten az ise satın alma bedeli 10TL/adet, 500'den fazla ise 8TL/adet tir. Tedarik süresi 21 gün ise optimum stok politikası ne olmalıdır?

1.Adım

$$y_m = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 100 \times 30}{0.05}} = 347 \text{ adet}$$

$$(Q=500) > (y_m=347)$$

olduğu için 2.adıma gidilir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

2.Adım

$$TBM_2(Q) = TBM_1(y_m) \text{ ise}$$

$$TBM_1(y_m) = Dc_1 + \frac{KD}{y} + \frac{hy}{2} = 30 \times 10 + \frac{100 \times 30}{347} + \frac{0.05 \times 347}{2} = 317$$

$$TBM_2(Q) = Dc_2 + \frac{KD}{Q} + \frac{hQ}{2} = 30 \times 8 + \frac{100 \times 30}{Q} + \frac{0.05Q}{2} = 317 \text{ olmalı}$$

Buradan

$$240 + (3000/Q) + 0,025Q = 317 \text{ yazılır}$$

ve bu bağıntı sadeleştirilirse 2.dereceden bir denklem haline gelir

$$0,024Q^2 - 77Q + 3000 = 0$$

Bu denklemin köklerini bulduğumuzda;

$$Q = 3040 \text{ olarak hesaplanır}$$

$q = 500$ olduğundan $q < Q$ bağıntısında $y^* = q = 500$ olarak belirlenir

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Sipariş verme zamanı ise;

$$t_0^* = 500 / 30 = 17 \text{ gün}$$

$$L = 21 \text{ olduğuna göre ; } n = L/t_0^* = 21/17 = 1$$

$$Le = L - nt_0^* = 21 - 1 \times 17 = 4 \text{ gün}$$

Buna göre stokta 4 günlük ürün kalınca 500 adet sipariş verilmelidir.

Örnek

Bir firmanın satın alma birimine iki adet stok politikası önerilmiştir:

1P: Yeniden sipariş noktası 50 adet, tedarik süresi 10 gün ve 150 adet sipariş ver,

2P: Yeniden sipariş noktası 75 adet, tedarik süresi 15 gün ve 200 adet sipariş ver.

Sipariş hazırlık maliyeti 20TL, elde bulundurma maliyeti 0,02 TL/adet, buna göre

a) Hangi politika seçilmeli, b) siz stok politikası belirleseniz ne önerirsiniz?

ÇÖZÜM:

$$D = R/Le = 50/10 = 5 \text{ adet/gün}$$

$$1P: \text{Günlük Maliyet} = \frac{KD}{y} + \frac{hy}{2} = \frac{20 \times 5}{150} + \frac{0,02 \times 150}{2} = 2,17 \text{ TL / gün}$$

$$2P: \text{Günlük Maliyet} = \frac{KD}{y} + \frac{hy}{2} = \frac{20 \times 5}{200} + \frac{0,02 \times 200}{2} = 2,5 \text{ TL / gün}$$

b) $K=20$ TL $D=5$ adet/gün $h=0,02$ TL/gün

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 5}{0.02}} = 100 \text{ adet} \quad t_0^* = \frac{y^*}{D} = \frac{100}{5} = 20 \text{ gün}$$

Yeniden Sipariş Seviyesi(YSS)

Eğer $L=10$ gün ise $YSS = 10 \times 5 = 50$ adet

Eğer $L=15$ gün ise $YSS=15 \times 5=75$ adet

Optimum stok politikası ise;

tedarik süresine bağlı olarak stok seviyesi 50 adet veya 75 adete düştüğünde 20 günde bir 100 adet sipariş ver şeklindedir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

ÖRNEK

Bir firma günde 50 adet satılan bir malzemeyi stok da bulundurmak zorundadır. Sipariş maliyeti 20TL ve bir ürünü stokta bir hafta tutmanın maliyeti ise 0.35 TL'dir.

a)Tedarik süresi bir hafta ise stok politikası ne olmalı?

b)Bir yıldaki (365gün) optimum sipariş sayısı nedir?

a) $K=20$ TL $D=50$ adet/gün $h=0,35/7=0,05$ TL/adet_gün

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 20 \times 50}{0.05}} = 200 \text{ adet}$$

$$t_0^* = \frac{y^*}{D} = \frac{200}{50} = 4 \text{ gün}$$

$L=7$ gün ise $Le=7-4= 3$ gün ise $YSS=LexD=3 \times 50=150$ adet

b) Sipariş sayısı = $(365/4)=91$ adet/yıl

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

26

1.3.)Depo Kısıtlı Çok Kalemli ESM Modeli

Bu modelde stok kalemleri sınırlı depolama alanı için rekabet halindedir.

Stok kalemi i için aşağıdakiler tanımlanır;

- D_i =Talep hızı
- K_i =Hazırlık maliyeti
- h_i = Elde bulundurma maliyeti
- y_i =Sipariş miktarı
- a_i =Depolama alanı ihtiyacı
- A = n sayıda stok kalemi için mevcut depolama alanı

Bu modelde amaç depo alanı kısıtını yerine getirerek maliyeti minimize etmektir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLİ

1.3.)Depo Kısıtlı Çok Kalemli ESM Modeli

Elde bulundurmamanın söz konusu olmadığı kabulü ile stok maliyeti aşağıdaki model ile hesaplanır.

$$\min TBM(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i D_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2} \right)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad \sum_{i=1}^n a_i y_i \leq A$$

$$y_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$$

Bu modelin çözümü 3 adımda gerçekleşir.

1.Adım: Sipariş miktarlarının sınırlandırılmamış optimum değerlerini aşağıdaki bağıntı ile hesapla;

$$y_i^* = \sqrt{\frac{2K_i D_i}{h_i}}, i = 1, 2, \dots, n$$

28

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLİ

Çözüm Adımları

2.Adım: y_i^* sınırlandırılmamış optimum değerlerin depolama kısıtlarını sağlayıp sağlamadığını kontrol et. Kısıtlar sağlanıyorsa sonuç optimum, aksi durumda 3.adıma git.

3.Adım: Depolama kısıtı denklemde karşılanmak zorundadır. Siparişlerin sınırlandırılmış optimum değerleri için *Lagrange çarpanları* yöntemini kullan.

Bu yöntemde kısıt fonksiyonu λ ile çarpılır ve amaç fonksiyonundan çıkarılır

$$\begin{aligned} L(\lambda, y_1, y_2, \dots, y_n) &= \min TBM(y_1, y_2, \dots, y_n) - \lambda \left(\sum_{i=1}^n a_i y_i - A \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i D_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2} \right) - \lambda \left(\sum_{i=1}^n a_i y_i - A \right) \end{aligned}$$

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Çözüm Adımları

Burada λ (<0) Lagrange çarpanı olup, y_i ve λ değerleri yukarıdaki fonksiyonun birinci türevi alınarak bulunur.

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} = -\frac{K_i D_i}{y_i^2} + \frac{h_i}{2} - \lambda a_i = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = -\sum_{i=1}^n a_i y_i + A = 0$$

Birinci denklemden aşağıdaki formül elde edilir.

$$y_i^* = \sqrt{\frac{2K_i D_i}{h_i - 2\lambda^* a_i}}$$

λ 'nın değerini bulmak içinde λ 'yı 0'dan aşağı makul miktarda azaltarak 2.bağıntının değerini hesaplarız.

İstenen depolama kısıtını sağlayan y_i^* değerlerini veren λ , optimum λ^* 'dır.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek 11.3-3, sayfa 445

Üç stok kalemi verileri aşağıdaki gibidir

| Stok (i) | K_i (TL) | D_i (adet/gün) | h_i (TL) | a_i (m ²) |
|---------------------------------------|------------|------------------|------------|-------------------------|
| 1 | 10 | 2 | 0.3 | 1 |
| 2 | 5 | 4 | 0.1 | 1 |
| 3 | 15 | 4 | 0.2 | 1 |
| Toplam depo alanı = 25 m ² | | | | |

Çözüm: tamamen keyfi olarak sıfırdan başlayarak küçültülür

$$\lambda=0 \quad \text{ise} \quad y_1^* = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 2}{0.3 - 2 \times 0 \times 1}} = 11.5 \quad y_2^* = \sqrt{\frac{2 \times 5 \times 4}{0.1 - 2 \times 0 \times 1}} = 20 \quad y_3^* = \sqrt{\frac{2 \times 15 \times 4}{0.2 - 2 \times 0 \times 1}} = 24.5$$

$$\text{Buradan;} \quad \sum_{i=1}^n a_i y_i - A = 1 \times 11.5 + 1 \times 20 + 1 \times 24.5 - 25 = 31.0$$

bulunur

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek 11.3-3, sayfa 445

$$\lambda=-0.1 \quad \text{ise} \quad y_1^* = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 2}{0.3 - 2 \times (-0.1) \times 1}} = 8.9 \quad y_2^* = \sqrt{\frac{2 \times 5 \times 4}{0.1 - 2 \times (-0.1) \times 1}} = 11.5 \quad y_3^* = \sqrt{\frac{2 \times 15 \times 4}{0.2 - 2 \times (-0.1) \times 1}} = 17.3$$

$$\text{Buradan;} \quad \sum_{i=1}^n a_i y_i - A = 1 \times 8.9 + 1 \times 11.5 + 1 \times 17.3 - 25 = 12.7$$

bulunur. Hesaplamalara bu şekilde devam edilerek aşağıdaki tablo elde edilir

| λ | y_1 | y_2 | y_3 | $\sum_{i=1}^n a_i y_i - A$ |
|-----------|-------|-------|-------|----------------------------|
| 0 | 11.5 | 20.0 | 24.5 | 31.0 |
| -0.1 | 8.9 | 11.5 | 17.3 | 12.7 |
| -0.2 | 7.6 | 8.9 | 14.1 | 5.6 |
| -0.3 | 6.7 | 7.6 | 12.2 | 1.5 |
| -0.4 | 6.0 | 6.7 | 11.0 | -1.3 |

Bu tabloya göre depolama denklemi $-0.3 > \lambda > -0.4$ aralığında sağlanmaktadır. $\lambda^* = -0.345$ optimum değerdir.

Buna göre ;

$$y_1^* = 6,35 \text{ adet} ; y_2^* = 7,11 \text{ adet} ; y_3^* = 11,6 \text{ adet}$$

olarak hesaplanır

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

2.DİNAMİK STOK MODELLERİ

İki ana model olarak incelenirler

2.1. Hazırlık Maliyetsiz Model

2.2. Hazırlık Maliyetli Model

2.2.1. Genel Maliyet Fonksiyonlu Dinamik Modelleme

2.2.2.Sabit veya Azalan Maliyetli Dinamik Modelleme

Bu modeller önceki modellerden iki açıdan farklıdır:

1. Stok seviyesi sonlu sayıda eşit dönemler boyunca dönemsel olarak gözden geçirilir,
2. Talep dönem başına deterministik ancak dönemden döneme dinamik olarak değişebilir

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

DİNAMİK ESM Modelleri

Değişken deterministik talebin ortaya çıktığı durum malzeme ihtiyaç planlaması (**Material Resource Planning (MRP)**) olarak tanımlanır.

MRP aşağıdaki üç soruya cevap arar:

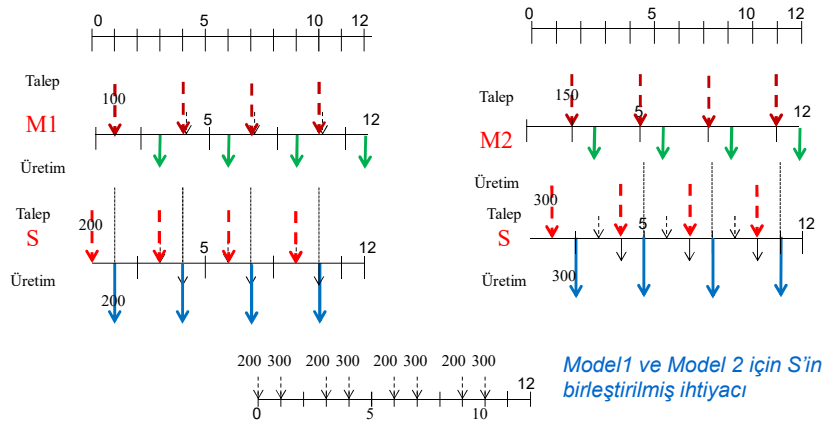
1. **Neye ihtiyaç var?**
2. **Ne kadar ihtiyaç var?**
3. **Ne zaman ihtiyaç var?**

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

MRP Örnek:

Bir ürünün iki yeni modeli M1 ve M2'nin gelecek yıl dönemlik(3ay) talepleri sırayla 100 ve 150 adet. M1 için üretim süreci 2 ay, M2 için üretim süreci 1 aydır. Her bir M1 ve M2 için S parçasından iki adet gereklidir. S'nin üretimi için tedarik süresi 1 aydır.



END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

- Her iki model için üretime zamanında başlamak için S'nin tedarik edilmesi gerekiyor.
- Burada S için değişken(bilinen) talep dinamik ESM örneğidir. Asıl soru ise:
 - *S için değişken talep verildiğinde toplam stok maliyetini düşürmek için her yılın başında ne kadar stok yapılmalıdır?*

Bu sorunun cevabı iki model ile bulunmaya çalışılır.

1. Hazırlık maliyetinin olmadığı dinamik ESM modeli,
2. Hazırlık maliyetli dinamik ESM modeli.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

2.1. Hazırlık Maliyetsiz Dinamik ESM modeli

Bu model n eşit dönemden oluşan planlama dönemi ile ilgilidir. Her dönem sınırlı üretim kapasitesine sahiptir. Sonraki dönemler içinde üretim yapılabilir.

Bu modelin genel kabulleri:

- Hiçbir dönem hazırlık maliyeti olmaz,
- Elde bulundurmamaya izin yok
- Her dönemin birim üretim maliyet fonksiyonu sabit veya artan marjinal maliyete sahiptir.
- Herhangi bir dönemdeki elde bulundurma maliyeti sabittir

n dönem problemi, kn kaynaklı ve n pazarlı ulaştırma problemi olarak formüle edilebilir.

Burada k , dönem başına üretim düzeyidir. Burada üretim kapasitesi arz miktarını, talep ise her dönemin talebi ile belirtilir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLİ

Örnek 11.4.1, sayfa 449

- Bir firmanın aylık üretim kapasiteleri ve talep miktarı aşağıda verilmiştir. Her dönemdeki üretim maliyeti normal mesaide 6 TL/adet, fazla mesaide ise 9 TL/adet'tir. Bir birimi bir ay elde bulundurma maliyeti ise 0.10 TL/ay_adet. Buna göre üretim programını oluşturunuz.

| Aylar | KAPASİTE | | Talep |
|-------|--------------|-------------|-------|
| | Normal Mesai | Fazla Mesai | |
| 1 | 90 | 50 | 100 |
| 2 | 100 | 60 | 190 |
| 3 | 120 | 80 | 210 |
| 4 | 110 | 70 | 160 |

Elde bulundurmamaya izin verilmediği için kümülatif arzın kümülatif talebe eşit veya daha fazla olması gerekir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLİ

Örnek 11.4.1, sayfa 449

Kümülatif arz ve talep aşağıdaki gibi olur

| Aylar | Küm.Arız | Küm. Talep |
|-------|------------------|---------------|
| 1 | $90+50=140$ | 100 |
| 2 | $140+100+60=300$ | $100+190=290$ |
| 3 | $300+120+80=500$ | $290+210=500$ |
| 4 | $500+110+70=680$ | $500+160=660$ |

Buna göre ulaştırma modeli tablosu oluşturulur. Burada normal mesai *NM*, fazla mesai ise *FM* olarak gösterilmiştir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Çözüm Tablosu

| AYLAR | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | ARZ | |
|-------|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| NM1 | | 6 | | 6.1 | | 6.2 | | 6.3 | 0 | 90 |
| | | | | | | | | | | |
| FM1 | | 9 | | 9.1 | | 9.2 | | 9.3 | 0 | 50 |
| | | | | | | | | | | |
| NM2 | | | | 6 | | 6,1 | | 6,2 | 0 | 100 |
| | | | | | | | | | | |
| FM2 | | | | 9 | | 9.1 | | 9.2 | 0 | 60 |
| | | | | | | | | | | |
| NM3 | | | | | | 6 | | 6,1 | 0 | 120 |
| | | | | | | | | | | |
| FM3 | | | | | | 9 | | 9.1 | 0 | 80 |
| | | | | | | | | | | |
| NM4 | | | | | | | | 6 | 0 | 110 |
| | | | | | | | | | | |
| FM4 | | | | | | | | 9 | 0 | 70 |
| | | | | | | | | | | |
| Talep | 100 | | 190 | | 210 | | 160 | | | |

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Çözüm

| AYLAR | 1 | 2 | 3 | 4 | ARZ | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|---|----------|
| NM1 | 90 | 6 | 6.1 | 6.2 | 6.3 | 0 | 90-90=0 |
| FM1 | 10 | 9 | 9.1 | 9.2 | 9.3 | 0 | 50-10=40 |
| NM2 | | | 6 | 6.1 | 6.2 | 0 | 100 |
| FM2 | | | 9 | 9.1 | 9.2 | 0 | 60 |
| NM3 | | | | 6 | 6.1 | 0 | 120 |
| FM3 | | | | 9 | 9.1 | 0 | 80 |
| NM4 | | | | | 6 | 0 | 110 |
| FM4 | | | | | 9 | 0 | 70 |
| Talep | 100 | 190 | 210 | 160 | | | |

1.Dönem

2.Dönem

| AYLAR | 1 | 2 | 3 | 4 | ARZ | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|---|-----------|
| NM1 | 90 | 6 | 6.1 | 6.2 | 6.3 | 0 | 90-90=0 |
| FM1 | 10 | 9 | 9.1 | 9.2 | 9.3 | 0 | 40-30=10 |
| NM2 | | | 6 | 6.1 | 6.2 | 0 | 100-100=0 |
| FM2 | | | 9 | 9.1 | 9.2 | 0 | 60-60=0 |
| NM3 | | | | 6 | 6.1 | 0 | 120 |
| FM3 | | | | 9 | 9.1 | 0 | 80 |
| NM4 | | | | | 6 | 0 | 110 |
| FM4 | | | | | 9 | 0 | 70 |
| Talep | 100 | 190 | | | | | |

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

3.dönem

| AYLAR | 1 | 2 | 3 | 4 | | ARZ | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| NM1 | 90 | 6 | 6.1 | 6.2 | 6.3 | 0 | 90-90=0 |
| FM1 | 10 | 9 | 9.1 | 9.2 | 9.3 | 0 | 10-10=0 |
| NM2 | | | 6 | 6.1 | 6.2 | 0 | 100-100=0 |
| FM2 | | | 9 | 9.1 | 9.2 | 0 | 60-60=0 |
| NM3 | | | | 6 | 6.1 | 0 | 120-120=0 |
| FM3 | | | | 9 | 9.1 | 0 | 80-80=0 |
| NM4 | | | | | 6 | 0 | 110 |
| FM4 | | | | | 9 | 0 | 70 |
| Talep | 100 | 190 | 210 | | | | |

3.Dönem

| AYLAR | 1 | 2 | 3 | 4 | ARZ |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| NM1 | 6 | 6.1 | 6.2 | 6.3 | 0 |
| FM1 | 9 | 9.1 | 9.2 | 9.3 | 0 |
| NM2 | 6 | 6.1 | 6.2 | | 0 |
| FM2 | 9 | 9.1 | 9.2 | | 0 |
| NM3 | 6 | 6.1 | | | 0 |
| FM3 | 9 | 9.1 | | | 0 |
| NM4 | 6 | | | 6 | 0 |
| FM4 | 9 | | | 9 | 0 |
| Talep | 100 | 190 | 210 | 160 | |

4.Dönem

Buna göre optimum çözüm ;

1.dönem: normal mesaide 90 adet, fazla mesaide 50 adet üret,

2.Dönem : normal mesaide 100 adet, fazla mesaide 60 adet üret

3.Dönem : normal mesaide 120 adet, fazla mesaide 80 adet üret

4.Dönem : normal mesaide 110 adet, fazla mesaide 50 adet üret

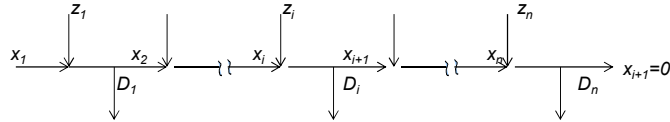
END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

2.2. Hazırlık Maliyetli Dinamik ESM modeli

Bu modelde elde bulundurmamaya izin verilmediği ve her siparişte hazırlık maliyetinin olduğu varsayılır.

Bu modelin stok durumu aşağıda şematik olarak özetlenmiştir



Burada;

z_i = sipariş edilen miktar;

D_i = i.dönem için talep

x_i = i.dönemin başlangıcındaki stok miktarı

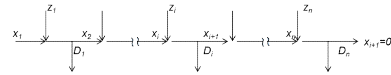
END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLİ

Bu durumda maliyet bileşenleri;

K_i = i.dönem hazırlık maliyeti,

h_i = i.dönemden i+1.döneme birim elde bulundurma maliyeti



Bu durumda i.dönem marjinal maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$C_i(z_i) = \begin{cases} 0, & z_i = 0 \\ K_i + c_i(z_i), & z_i > 0 \end{cases}$$

Burada $c_i(z_i)$, verilen z_i değeri için marjinal üretim maliyeti fonksiyonudur.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLİ

2.2.1. Genel Maliyet Fonksiyonlu DP Algoritması

- Elde bulundurmamaya izin verilmemesi yüzünden, stok modeli tüm n dönemleri için üretim ve elde bulundurma maliyetlerini minimum kılmaya uğraşır.
- i . dönem elde bulundurma maliyeti, dönem sonu stoğu esas alacak şekilde basitleştirilir:

$$x_{i+1} = x_i + z_i - D_i$$

- Burada i . dönemdeki durum, dönem sonu stok düzeyi olan x_{i+1} ile tanımlanır ve burada aşağıdaki eşitsizlik söz konusudur.

$$0 \leq x_{i+1} \leq D_{i+1} + \dots + D_n$$

- Kalan stok x_{i+1} geri kalan dönemleri karşılayacak şekildedir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

$f_i(x_{i+1})$, i . dönem için minimum stok maliyetidir.

Bu durumda ileriye doğru yineleme denklemi aşağıdaki gibidir;

$$f_1(x_2) = \min_{0 \leq z_1 \leq D_1 + x_2} \{C_1(z_1) + h_1 x_2\}$$

$$f_i(x_{i+1}) = \min_{0 \leq z_i \leq D_i + x_i} \{C_i(z_i) + h_i x_{i+1} + f_{i-1}(x_{i+1} + D_i - z_i)\}, i = 2, 3, \dots, n$$

$x_i = x_{i+1} + D_i - z_i$ şeklindedir.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek, sayfa 454 11.4-2

Aşağıda verilen stok durumu tablosu için, üretim maliyeti ilk üç birim için 10TL, ilave her bir birim için 20 TL'dir. Ayrıca başlangıç stoku $x_1 = 1$ 'dir.

| Dönem (i) | D_i | $K_i(TL)$ | $h_i(TL)$ |
|-----------|-------|-----------|-----------|
| 1 | 3 | 3 | 1 |
| 2 | 2 | 7 | 3 |
| 3 | 4 | 6 | 2 |

i.dönem maliyet fonksiyonu aşağıdadır:

$$c_i(z_i) = K_i + c_i(z_i), z_i > 0$$

ve $c_i(z_i)$ aşağıdaki gibi hesaplanır

$$c_i(z_i) = \begin{cases} 10z_i, 0 \leq z_i \leq 3 \\ 30 + 20(z_i - 3), z_i \geq 4 \end{cases}$$

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek, sayfa 454 11.4-2 dev.

1.aşama ($D_1=3; 0 \leq x_2 \leq 2+4 = 6$)

$$c_i(z_i) = K_i + c_i(z_i), z_i > 0 \quad c_i(z_i) = \begin{cases} 10z_i, 0 \leq z_i \leq 3 \\ 30 + 20(z_i - 3), z_i \geq 4 \end{cases}$$

| | | $f_1(x_2) = C_1(z_1) + h_1 x_2$ | | | | | | | | |
|-------|-----------|---------------------------------|---|---|---|---|---|---|------------|---------|
| | | $z_1=2$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | | |
| x_2 | $h_1 x_2$ | | | | | | | | $f_1(x_2)$ | z_1^* |
| 0 | 0 | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | | | | | |
| 2 | 2 | | | | | | | | | |
| 3 | 3 | | | | | | | | | |
| 4 | 4 | | | | | | | | | |
| 5 | 5 | | | | | | | | | |
| 6 | 6 | | | | | | | | | |

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek, sayfa 454 11.4-2 dev.

1.aşama ($D_1=3$; $0 \leq x_2 \leq 2+4 = 6$)

$$c_i(z_i) = K_i + c_i(z_i), z_i > 0 \quad c_i(z_i) = \begin{cases} 10z_i, 0 \leq z_i \leq 3 \\ 30 + 20(z_i - 3), z_i \geq 4 \end{cases}$$

| | | $f_1(x_2) = C_1(z_1) + h_1 x_2$ | | | | | | | | |
|-------|-----------|---------------------------------|----|----|----|----|-----|-----|------------|---------|
| | | $z_1=2$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | | |
| x_2 | $h_1 x_2$ | $C_1(z_1)=23$ | 33 | 53 | 73 | 93 | 113 | 133 | $f_1(x_2)$ | z_1^* |
| 0 | 0 | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | | | | | | | | | |
| 2 | 2 | | | | | | | | | |
| 3 | 3 | | | | | | | | | |
| 4 | 4 | | | | | | | | | |
| 5 | 5 | | | | | | | | | |
| 6 | 6 | | | | | | | | | |

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek, sayfa 454 11.4-2 dev.

1.aşama ($D_1=3$; $0 \leq x_2 \leq 2+4 = 6$)

$$c_i(z_i) = K_i + c_i(z_i), z_i > 0 \quad c_i(z_i) = \begin{cases} 10z_i, 0 \leq z_i \leq 3 \\ 30 + 20(z_i - 3), z_i \geq 4 \end{cases}$$

| | | $f_1(x_2) = C_1(z_1) + h_1 x_2$ | | | | | | | | |
|-------|-----------|---------------------------------|----|----|----|----|-----|-----|------------|---------|
| | | $z_1=2$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | | |
| x_2 | $h_1 x_2$ | $C_1(z_1)=23$ | 33 | 53 | 73 | 93 | 113 | 133 | $f_1(x_2)$ | z_1^* |
| 0 | 0 | 23 | | | | | | | 23 | 2 |
| 1 | 1 | | 34 | | | | | | 34 | 3 |
| 2 | 2 | | | 55 | | | | | 55 | 4 |
| 3 | 3 | | | | 76 | | | | 76 | 5 |
| 4 | 4 | | | | | 97 | | | 97 | 6 |
| 5 | 5 | | | | | | 118 | | 118 | 7 |
| 6 | 6 | | | | | | | 139 | 139 | 8 |

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek, sayfa 454 11.4-2 dev.

2.aşama ($D_2=2$; $0 \leq x_3 \leq 4$)

$$c_i(z_i) = K_i + c_i(z_i), z_i > 0 \quad c_i(z_i) = \begin{cases} 10z_i, 0 \leq z_i \leq 3 \\ 30 + 20(z_i - 3), z_i \geq 4 \end{cases}$$

| | | $f_2(x_3) = C_2(z_2) + h_2x_3 + f_1(x_3 + D_2 - z_2)$ | | | | | | | | |
|-------|----------|---|----|----|----|----|----|----|------------|---------|
| | | $z_2=0$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | |
| x_3 | h_2x_3 | $C_2(z_2)=0$ | 17 | 27 | 37 | 57 | 77 | 97 | $f_2(x_3)$ | z_2^* |
| 0 | 0 | | | | | | | | | |
| 1 | 3 | | | | | | | | | |
| 2 | 6 | | | | | | | | | |
| 3 | 9 | | | | | | | | | |
| 4 | 12 | | | | | | | | | |

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek, sayfa 454 11.4-2 dev.

2.aşama ($D_2=2$; $0 \leq x_3 \leq 4$)

$$c_i(z_i) = K_i + c_i(z_i), z_i > 0 \quad c_i(z_i) = \begin{cases} 10z_i, 0 \leq z_i \leq 3 \\ 30 + 20(z_i - 3), z_i \geq 4 \end{cases}$$

| | | $f_2(x_3) = C_2(z_2) + h_2x_3 + f_1(x_3 + D_2 - z_2)$ | | | | | | | | |
|-------|----------|---|-----------|----------------------|-----|-----|-----|-----|------------|---------|
| | | $z_2=0$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | |
| x_3 | h_2x_3 | $C_2(z_2)=0$ | 17 | 27 | 37 | 57 | 77 | 97 | $f_2(x_3)$ | z_2^* |
| 0 | 0 | 0+55=55 | 17+34= 51 | 27+23= 50 | | | | | 50 | 2 |
| 1 | 3 | 3+76=79 | 75 | 64 | 63 | | | | 63 | 3 |
| 2 | 6 | 103 | 99 | 88 | 77 | 86 | | | 77 | 3 |
| 3 | 9 | 118 | 123 | 112 | 101 | 100 | 109 | | 100 | 4 |
| 4 | 12 | 151 | 147 | 136 | 125 | 124 | 123 | 132 | 123 | 5 |

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek, sayfa 454 11.4-2 dev.

3.aşama ($D_3=4; x_4=0$)

| | | $f_3(x_4)=C_3(z_3)+h_3x_4+f_2(x_4+D_3-z_3)$ | | | | | | |
|-------|----------|---|--------------|-------------|------------|-------------|------------|---------|
| | | $z_3=0$ | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| x_4 | h_3x_4 | $C_3(z_3)=0$ | 16 | 26 | 36 | 56 | $f_3(x_4)$ | z_3^* |
| 0 | 0 | $0+123=123$ | $16+100=116$ | $26+77=103$ | $36+63=99$ | $56+50=106$ | 99 | 3 |

Optimum çözüm $z_1=2, z_2=3, z_3=3$

2.2.2. Sabit veya Azalan Maliyetli DP Algoritması

- Önceki modelde x_i değeri birer arttığı için, büyük değerlerde tablo çok fazla uzar, ve optimum sonucu bulmak zorlaşır.
- Hesaplamayı azaltmak için özel bir DP modeli önerilmiştir.
- Bu modelde üretim ve elde bulundurma maliyeti üretim miktarı ve stok seviyesinin bir içbükey fonksiyonudur.
- Bu durum miktar indirimi sözkonusu olduğunda veya birim maliyet fonksiyonu sabit olduğunda geçerlidir.

Örnek,

Aşağıda stok durumu tablosu için, stok politikasını belirleyelim .

| Dönem (i) | D_i | $K_i(TL)$ | $h_i(TL)$ |
|-----------|-------|-----------|-----------|
| 1 | 76 | 98 | 1 |
| 2 | 26 | 114 | 1 |
| 3 | 90 | 185 | 1 |
| 4 | 67 | 70 | 1 |

Ayrıca başlangıç stoku $x_1 = 15$. Birim üretim maliyeti ise 2 TL'dir.

Çözüm ileri algoritması ile elde edilir.

Burada x_{i+1} ve z_i birer artırmak yerine kümülatif olarak ele alınır.

İlk dönemin talebide $76-15 = 61$ adet olur.

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek, dev.

| Dönem (i) | D_i | $K_i(TL)$ | $h_i(TL)$ |
|-----------|-------|-----------|-----------|
| 1 | 76 | 98 | 1 |
| 2 | 26 | 114 | 1 |
| 3 | 90 | 185 | 1 |
| 4 | 67 | 70 | 1 |

1.aşama ($D_1=61$)

$$c_i(z_i) = K_i + c_i(z_i), z_i > 0$$

| $f_1(x_2) = C_1(z_1) + h_1x_2$ | | | | | | | |
|--------------------------------|----------|----------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|------------|---------|
| | | $z_1=61$ | $61+20=87$ | $87+90=177$ | $177+67=244$ | | |
| x_2 | h_1x_2 | $C_1(z_1)=220$ | $2 \times 87 + 98 = 272$ | $2 \times 177 + 98 = 452$ | $2 \times 244 + 98 = 586$ | $f_1(x_2)$ | z_1^* |
| 0 | 0 | 220 | | | | 220 | 61 |
| 26 | 26 | | $272+26=298$ | | | 298 | 87 |
| 116 | 116 | | | $452+116=568$ | | 568 | 177 |
| 183 | 183 | | | | $586+183=769$ | 769 | 244 |

2.aşama ($D_2=26$)

| $f_2(x_3) = C_2(z_2) + h_2x_3 + f_1(x_3 + D_2 - z_2)$ | | | | | | | |
|---|----------|---------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|------------|---------|
| | | $z_2=0$ | $0+26=26$ | $26+90=116$ | $116+67=183$ | | |
| x_3 | h_2x_3 | $C_2(z_2)=0$ | $2 \times 26 + 114 = 166$ | $2 \times 116 + 114 = 346$ | $2 \times 183 + 114 = 480$ | $f_2(x_3)$ | z_2^* |
| 0 | 0 | $0+298=298$ | $166+220=386$ | | | 298 | 0 |
| 90 | 90 | $90+568=658$ | | $346+90+220=656$ | | 656 | 116 |
| 157 | 157 | $157+769=926$ | | | $480+157+220=857$ | 857 | 183 |

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI

Örnek, dev.

| Dönem (i) | D_i | $K_i(TL)$ | $h_i(TL)$ |
|-----------|-------|-----------|-----------|
| 1 | 76 | 98 | 1 |
| 2 | 26 | 114 | 1 |
| 3 | 90 | 185 | 1 |
| 4 | 67 | 70 | 1 |

3.aşama ($D_3=90$)

$$c_i(z_i) = K_i + c_i(z_i), z_i > 0$$

$$f_3(x_4) = C_3(z_3) + h_3x_4 + f_2(x_4 + D_3 - z_3)$$

| | | $z_3=0$ | $0+90=90$ | $90+67=157$ | | |
|-------|----------|------------------|---------------------------|----------------------------|------------|---------|
| x_4 | h_3x_4 | $C_3(z_3)=0$ | $2 \times 90 + 185 = 365$ | $2 \times 157 + 185 = 499$ | $f_3(x_4)$ | z_3^* |
| 0 | 0 | $0 + 656 = 656$ | $365 + 298 = 663$ | | 656 | 0 |
| 67 | 67 | $67 + 857 = 924$ | | $499 + 67 + 298 = 864$ | 864 | 157 |

4.aşama ($D_4=67$)

$$f_4(x_5) = C_4(z_4) + h_4x_5 + f_2(x_5 + D_4 - z_4)$$

| | | $z_4=0$ | $0+67=67$ | | |
|-------|----------|-----------------|--------------------------|------------|---------|
| x_5 | h_4x_5 | $C_4(z_4)=0$ | $2 \times 67 + 70 = 204$ | $f_4(x_5)$ | z_4^* |
| 0 | 0 | $0 + 864 = 864$ | $204 + 656 = 860$ | 860 | 67 |

Optimum politika;

$$Z_4^* = 67 ; Z_3^* = 0 ; Z_2^* = 116 \text{ ve } Z_1^* = 61$$

ve Toplam Maliyet = 860 TL

END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI



END 324, YÖN II, Ders Notları

Prof.Dr.Birol ELEVLI