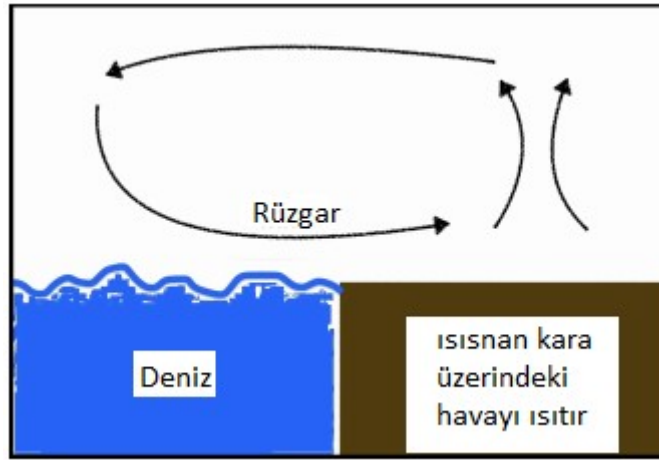


Rüzgar Enerjisi

Rüzgarın kaynağı güneştir. Şöyle ki,

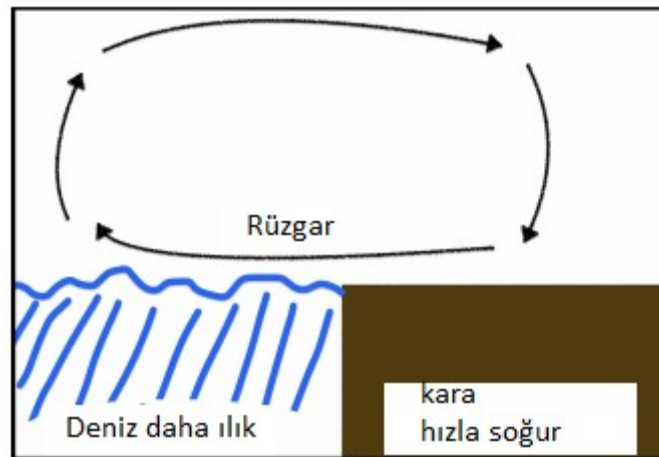
- Güneş havayı ısıtır,
- Isınan havanın yoğunluğu düşer,
- Düşük yoğunluklu hava yükselerek düşük basınç bölgesi oluşturur,
- Bir başka hava kütlesi düşük basınç bölgesine doğru akarken rüzgar oluşur.

Karalar denizlere göre erken ısınır ve erken soğur. Örneğin, sabahleyin ısınan kara üzerindeki havayı ısıtır, ısınan hava yükselir, yükselen havanın yerine deniz üzerindeki serin hava akar. Denizden karaya doğru bir rüzgar eser.

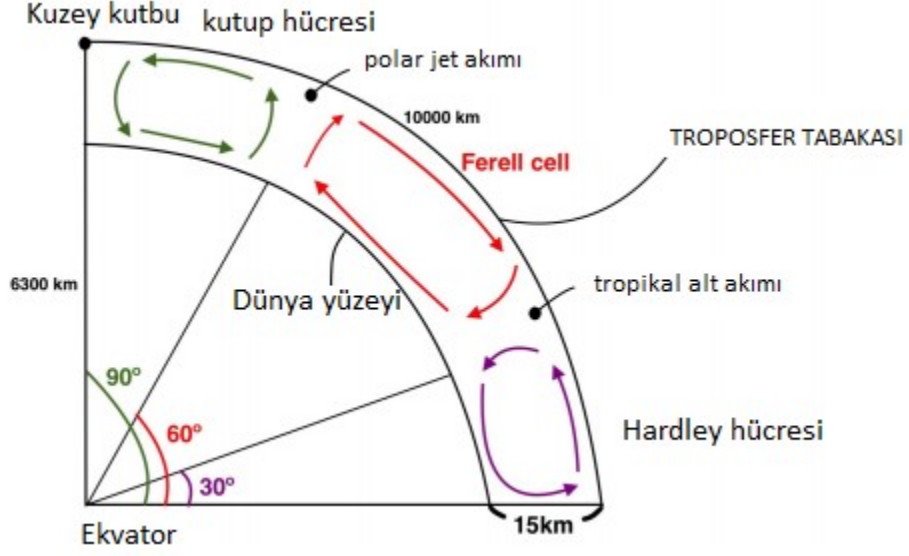


Şekil 1. Denizden karaya doğru oluşan rüzgar.

Güneş battıktan sonra kara hızla soğurken, deniz yavaş soğur. Kara üzerindeki soğuk havanın yoğunluğu fazladır, denizin üzerindeki nemli ve ılık havanın oluşturduğu düşük basınç bölgesine doğru karadaki yüksek yoğunluklu hava akarak karadan denize doğru bir rüzgar eser.



Şekil 2. Karadan denize doğru rüzgar oluşumu.



Şekil 3. Troposferde 5-15 km arasında hava akımı.

Her bir yarım kürede 3 büyük hücre oluşur.

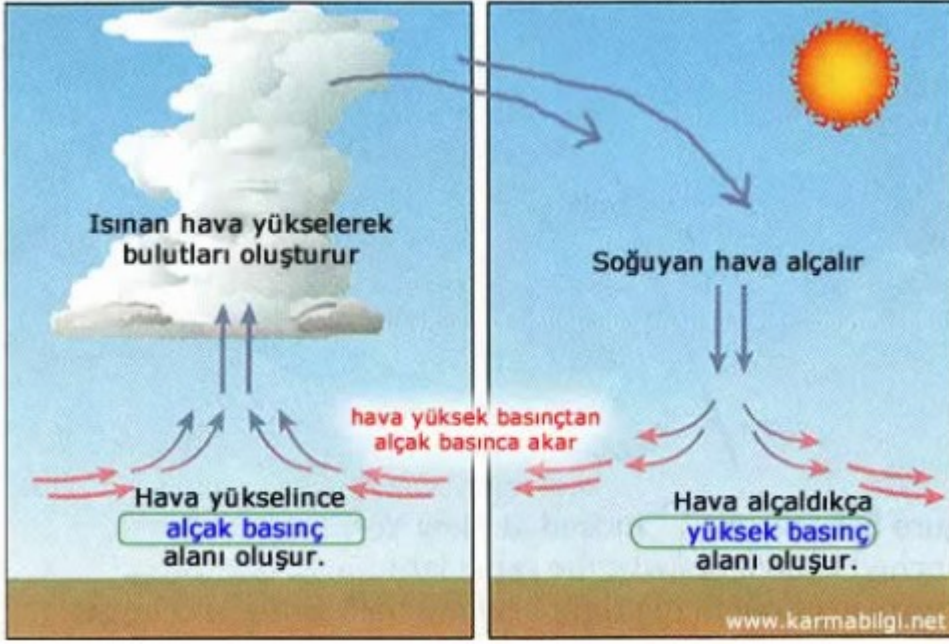
Rüzgarın Mekaniği:

Rüzgar oluşumunu dört faktör etkiler:

- Basınç farkı
- Koriolis kuvveti
- Santrifüj kuvveti
- Sürtünme

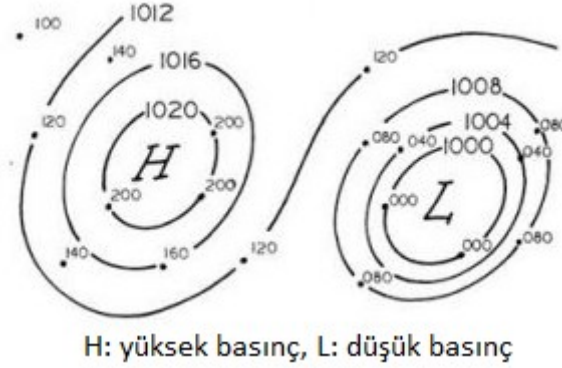
Basınç farkı:

Bir bölgenin üzerindeki hava kütlesi ile bu bölgeye bitişik diğer bir bölge üzerindeki hava kütlesi arasında bir basınç farkı varsa bu bir basınç gradienti oluşturur. Gradient, bir boyuta doğru basıncın, sıcaklığın veya yoğunluğu değişmesidir. Bu basınç gradienti de rüzgar oluşturur. Atmosferi oluşturan havanın yoğunluğunun düşük olmasından güneş ısısından kolay etkilenmesi atmosferde sürekli bir dengesizlik oluşturur. Bu dengesizlik de havanın bir bölgeden diğer bir bölgeye doğru veya aşağı-yukarı hareket etmesine neden olur. Isınan hava yükseldiğinde aşağıdan yukarı doğru nem taşır ve bulut oluşturur (Şekil 3).

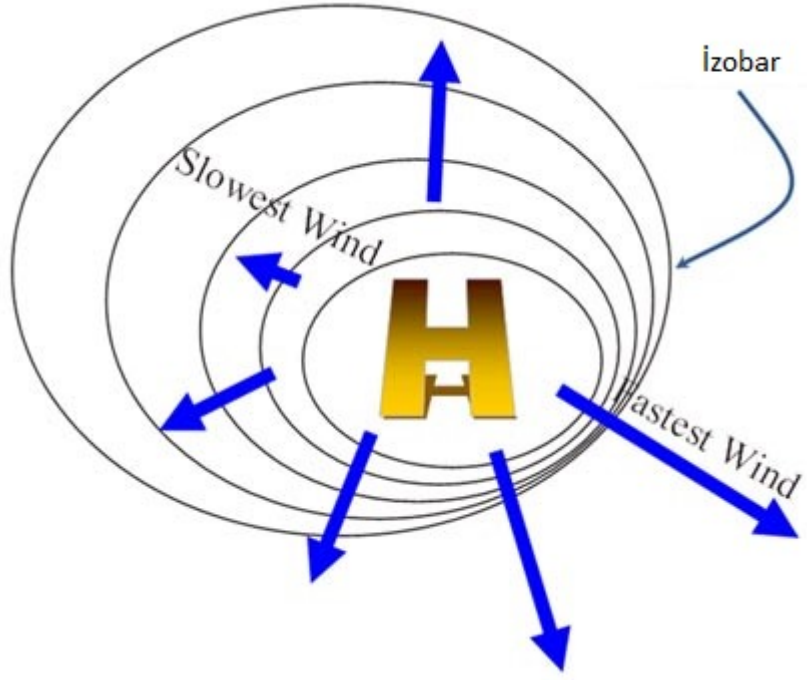


Şekil 3. Düşük basıncın ve yüksek basıncın aşağı-yukarı hareketi.

Yüksek veya düşük basınç bölgesindeki basınç gradientini dairesel çizgilerle gösteririz. Bu çizgilere **izobar** denir (Şekil 4). İzobarlar birbirine yakın ise rüzgar hızlı eser, izobarlar birbirinden uzaklaştıkça rüzgarın hızı düşük demektir (Şekil 5).

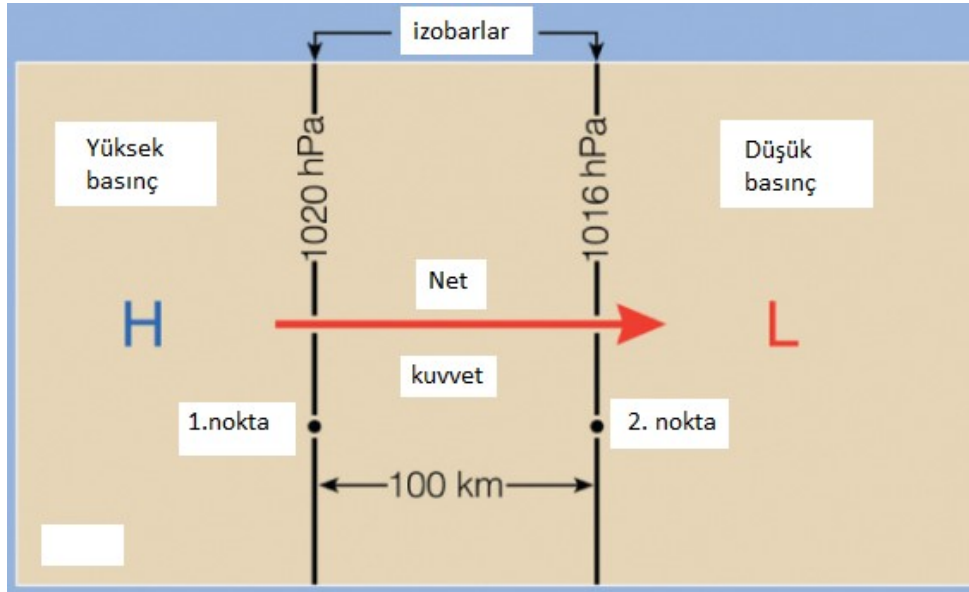


Şekil 4. İzobarlar.



Şekil 5. İzobar ve rüzgar durumu.

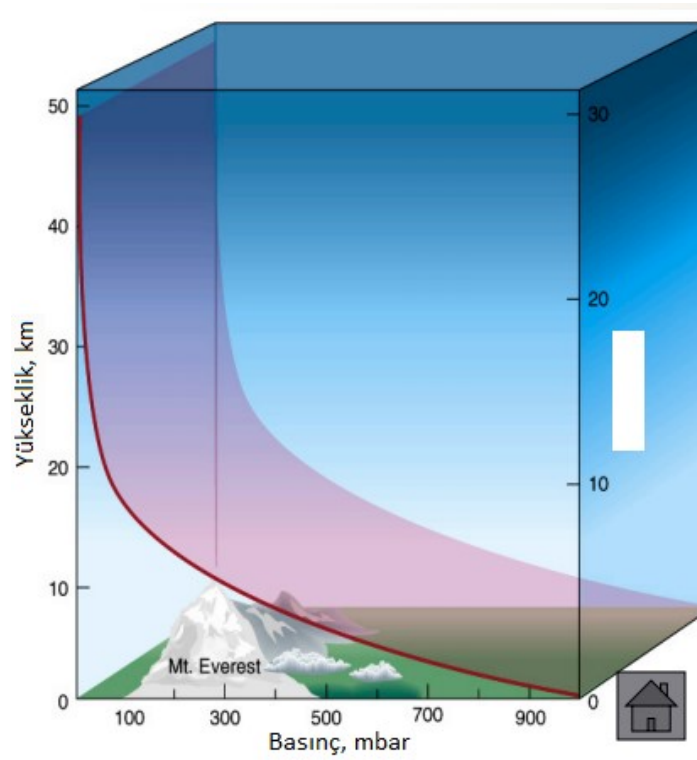
Basınç gradienti kuvveti;



Şekil 6. Basınç gradientine bağlı kuvvet oluşumu.

$$BGK = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta P}{\Delta x} = - \frac{1}{1,28 kg/m^3} \frac{1020 - 1016 hPa}{100\,000 m} =$$

Havanın basıncı yükseklikle de değişir (Şekil 7). Bunun en önemli nedeni yer çekimidir.



Şekil 7. Yükseklikle basıncın değişimi.

$$\Delta P = -\rho \cdot g \cdot \Delta z$$

$$P = \rho R T$$

$$-\rho \cdot g \cdot \Delta z = \rho \cdot R \cdot T$$

$$\Delta z = -\frac{R \cdot T}{g}$$

Yükseklikle sıcaklık ve yoğunluk azalır, dolayısıyla basınç azalır.

Koriolis kuvveti:

Dünyanın dönmesinin yaratmış olduğu hava akımıdır. Buna sapma etkisi de denir. Kutuptaki bir kişi kendi etrafında 24 saatte bir dönerken ekvatordaki bir kişi 24 saatte πR kadar yol alır. Ekvatordaki bir noktanın çizgisel hızı 1670 km/saat tir.Ekvatordan kutba doğru gidildikçe dünya yüzeyindeki her bir noktanın çizgisel hızı azalır. Bu durum hava akımının yönünü değiştirir. Şöyle ki,

Kutuptan ekvatora doğru bir hava kütlesi hareket etmiş oldun, bu hava kütlesi kuzey kutbundan güneye doğru gittikçe varmak istediği nokta da hızlıca batıdan doğuya doğru hareket eder. Dolayısıyla hava kütlesi güneye doğru giderken sağ tarafa doğru da gitmiş olur (Şekil 8).



Şekil 8. Koriolis kuvvetinin hava akımına etkisi.

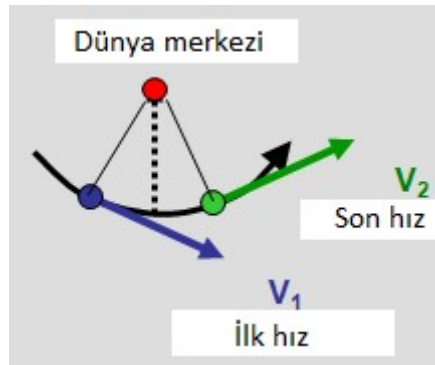
Koriolis kuvveti (KK),

$$KK = m \cdot 2 \cdot U \cdot \omega \cdot \sin\theta$$

m: hareket eden havanın kütlesi (kg), U: havanın hareket hızı (m/s), θ : ekvatordan itibaren hava akımının bulunduğu enlemin yapmış olduğu açı (derece), ω : açısal hız ($7.27 \cdot 10^{-5}$ radyan/s).

Santrifüj kuvveti:

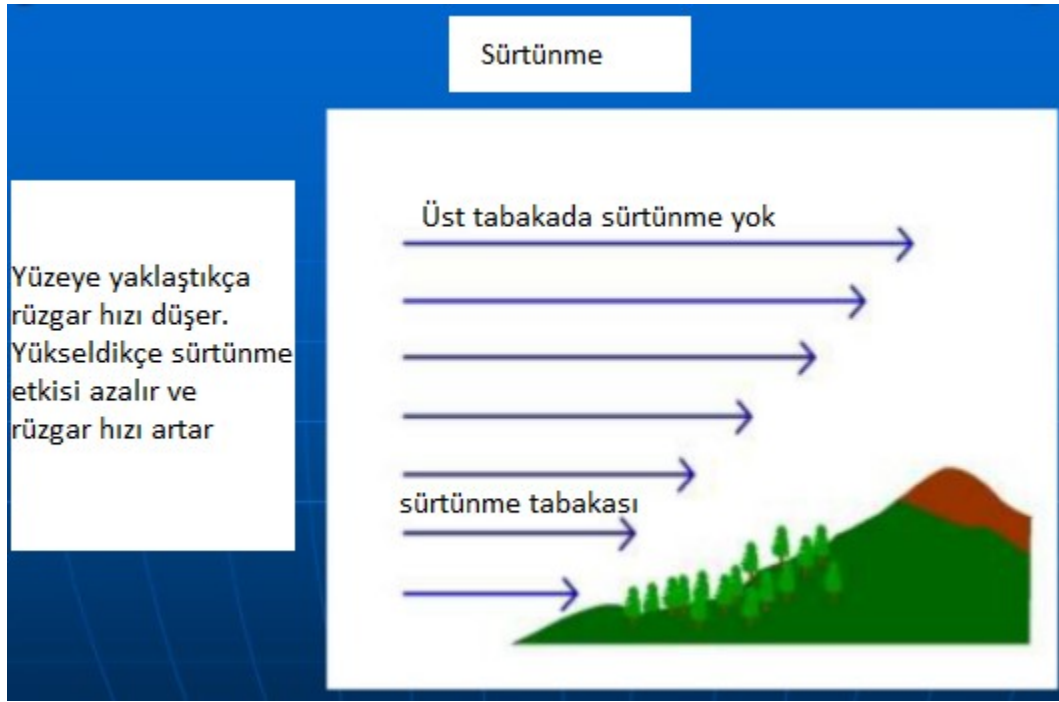
Dünyanın üzerindeki hava kütlesi bir noktadan diğerine doğru akarken, merkezkaç kuvveti veya santrifüj kuvveti onu dışarı doğru iter (Şekil 9). Bu kuvvet rüzgarın hızına bağlıdır.



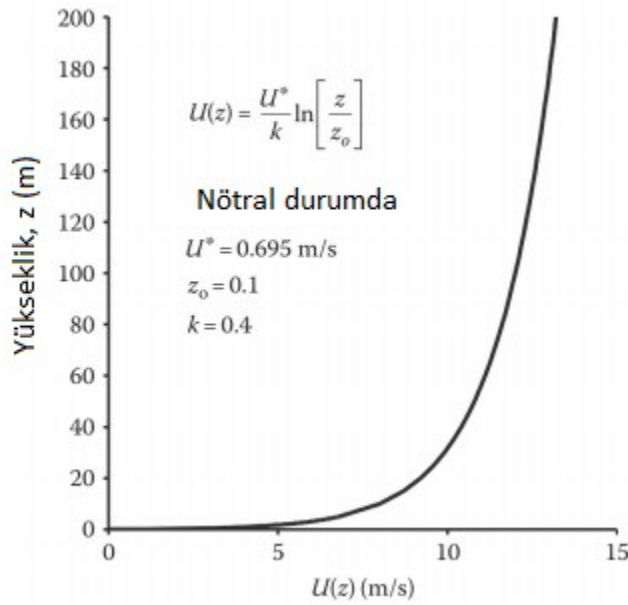
Şekil 9. Santrifüj kuvveti etkisi.

Sürtünme kuvveti:

Hava akımı (rüzgar) dünya yüzeyinde gerçekleşirken yüzey üzerindeki doğal ve yapay engellerle ve bitki örtüsüyle arasında bir sürtünme gerçekleşir. Bu sürtünme kuvveti rüzgar hızını azaltır. Dolayısıyla rüzgar hızı yeryüzünden yukarı doğru çıkıldıkça artar (Şekil 10). Koriolis kuvveti rüzgar hızıyla arttığı için, sürtünme kuvveti Koriolis kuvvetini de azaltır.



Şekil 10. Sürtünme kuvvetinin rüzgar hızına etkisi



Tablo 11. Çeşitli dış ortamlar için yüzey pürüzlülük katsayısı değeri.

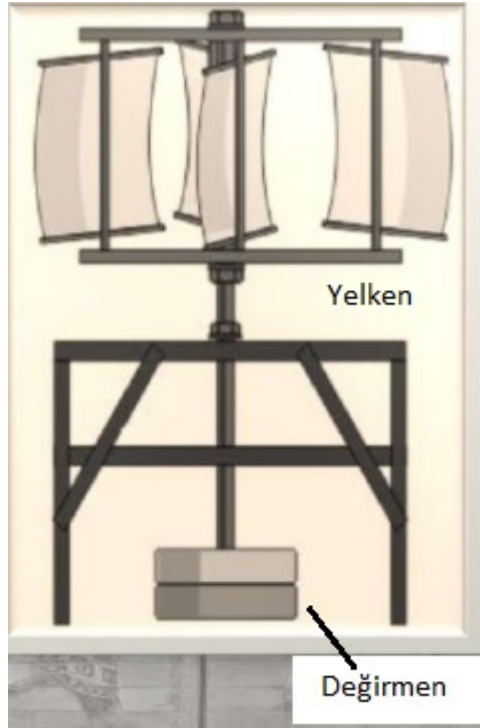
Yüzey türü	Pürüzlülük uzunluğu (z_0), m
Şehir, orman	0,7
Kenar mahalle, ormanlık alan	0,3
Ağaçlık ve çitli kırsal alan	0,1
Açık tarım alanı	0,03
Düzgün çimenlik	0,01
Düzgün çöl, dalgalı deniz	0,001

Rüzgar Enerjisine Tarihsel Bakış

Rüzgar enerjisinden binlerce yıldır yararlanılmaktadır. Rüzgar enerjisinin ilk olarak yelkenli hareketi için kullanıldığı düşünülmektedir (Şekil 12). Milattan önce 500 yıllarında yelkenli prensibinden yararlanılarak İran’da yel değirmenleri geliştirilip kullanılmıştır (Şekil 13).

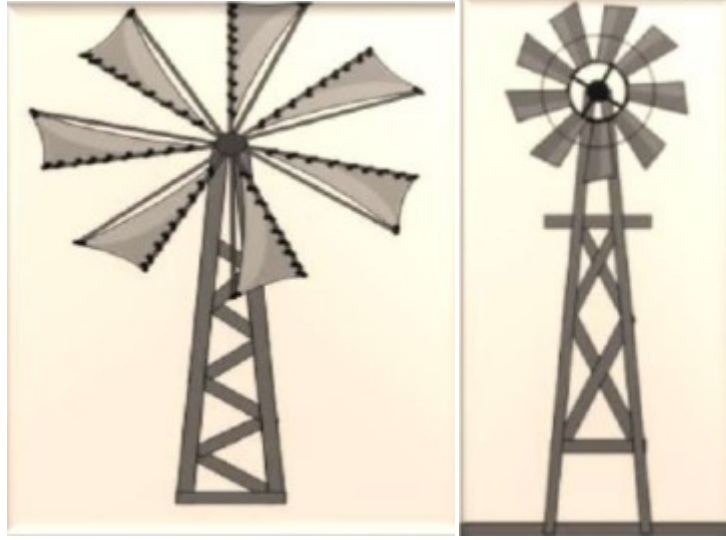


Şekil 12. Rüzgar enerjisi ile hareket eden yelkenli.



Şekil 13. İran’da kullanılmaya başlanılan yel değirmeni.

Yelkenlilerin bazısı kuyudan su çekmek için kullanılmıştır (Şekil 14). Şekil13’de sol tarafta yer alan rüzgar gücüyle çalışan kuyudan su çekme aracı bu gün hala Kıbrıs’ta ve Yunanistan’da kullanılmaktadır. Sağdaki ise Amerika’da su pompalamak için kullanılmıştır.



Şekil 14. Rüzgar gücüyle çalışan kuyudan su çekme sistemi.

1960'lara kadar rüzgar türbini ile uzun süre büyük miktarda elektrik üretilmedi. Pratikte uygulanan en fazla 200 kW elektrik üretebiliyordu. Kanatlara uçaklardaki sistem uygulanmaya başlandıktan sonra rüzgar türbinleri ile ekonomik şekilde yüksek miktarda elektrik üretmeye başlanılmıştır. Fosil yakıtların ucuz olması ve bunlardan ucuz elektrik üretilmesi rüzgar türbinlerinin yaygın kullanımını engellemiştir. 1960'ların sonuna doğru Alman teknoloji uzmanı Ulrich Hutter fiber glass (cam yünü) ve plastik karışımından oluşan pervaneleri geliştirmiş ve bundan sonra uzun ömürlü ve hafif rüzgar türbini kurmak mümkün olmuştur. Özellikle hafif pervanelerin düşük rüzgar hızlarında da dönebilmesi elektrik üretimini ekonomik hale getirmiştir. 1970'ler ve 80'lerde fosil yakıtın gittikçe tükenmekte olduğu gerçeğinin daha belirginleşmesi ve fiyatlarındaki artış insanları yenilenebilir enerji üretmeye sevk etmiştir. Tabii ki ilk akla gelen de rüzgar enerjisi olmuştur.

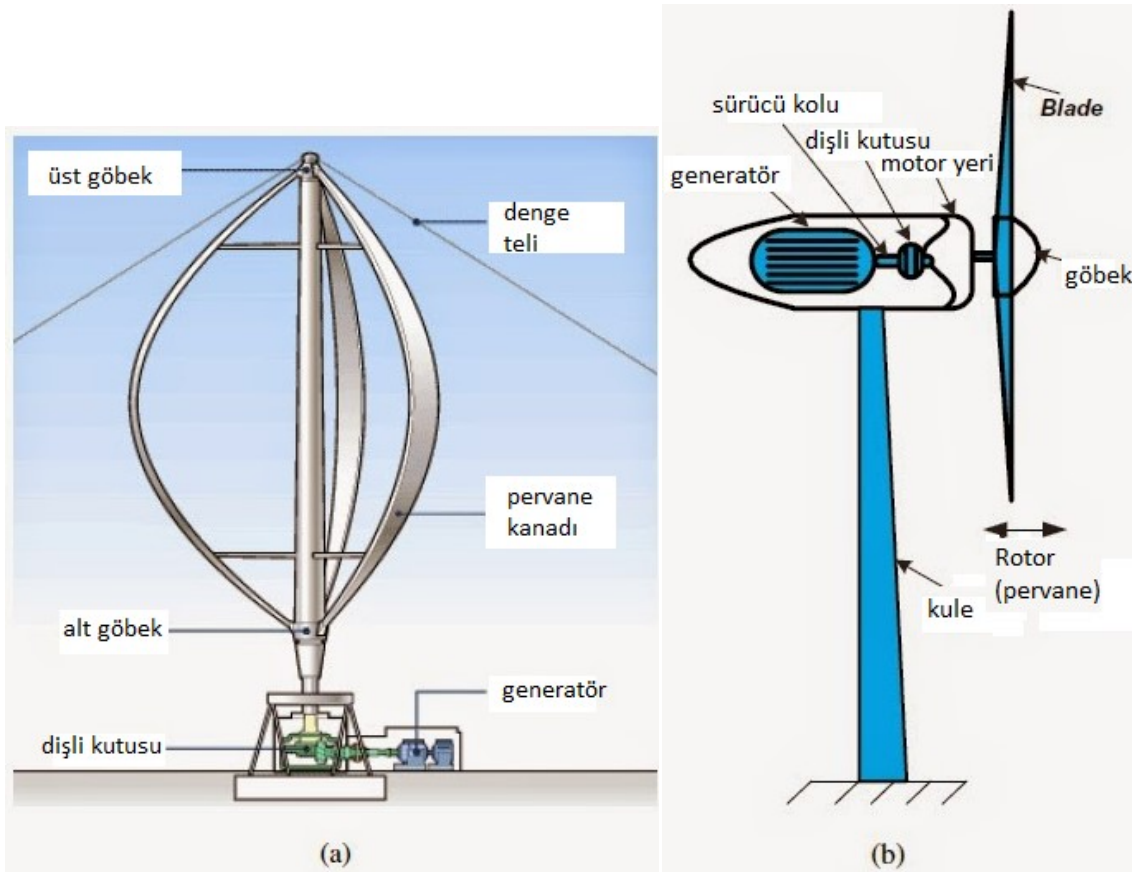
Rüzgar Enerjisinden Elektrik Enerjisi Üretimi:

Rüzgar enerjisinden elektrik üretmek amacıyla ilk geliştirilen alet Palmer-Putman aracı 1930'larda kullanılmaya başlanmıştır (Şekil 15). Bu rüzgar türbini ile 1,25 MW elektrik üretilmiştir.



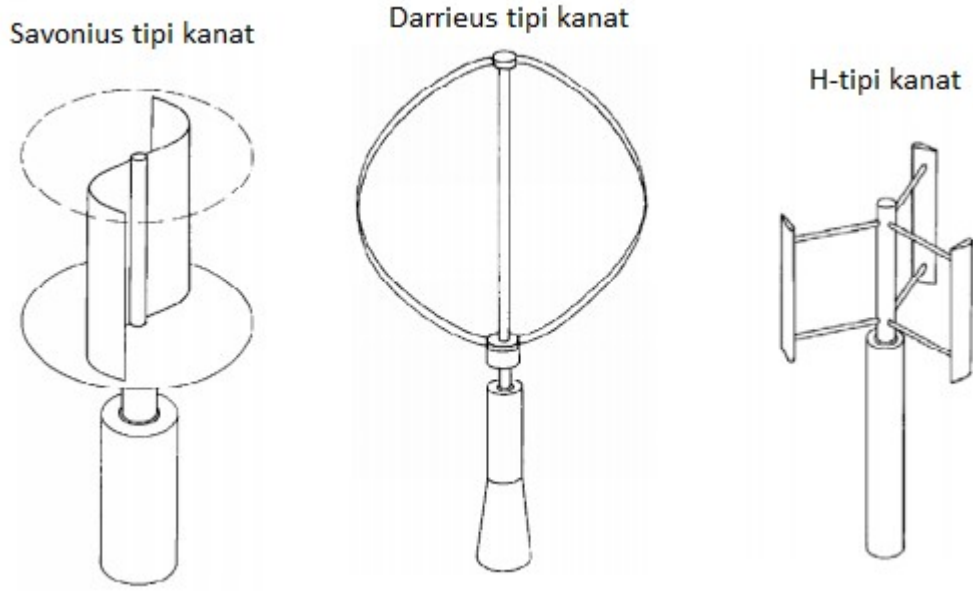
Şekil 15. Palmer-Putman elektrik rüzgar türbini.

İlk rüzgar türbini yapımında kullanılan malzemelerin dayanıksızlığından dolayı bu türbinlerin kullanımı yaygınlaşamadı. Bu türbinlerin kullanımını sınırlandıran bir diğer faktör rotorlarının 50 m kadar uzun olmasıydı. Şekil 16’da günümüzde kullanılan rotor (pervane) görülmektedir.



Şekil 16. Rüzgar türbini. a) düşey eksenli, b) yatay eksenli.

Şekil 17’de farklı tipteki düşey eksenli rüzgar türbinleri görülmektedir.

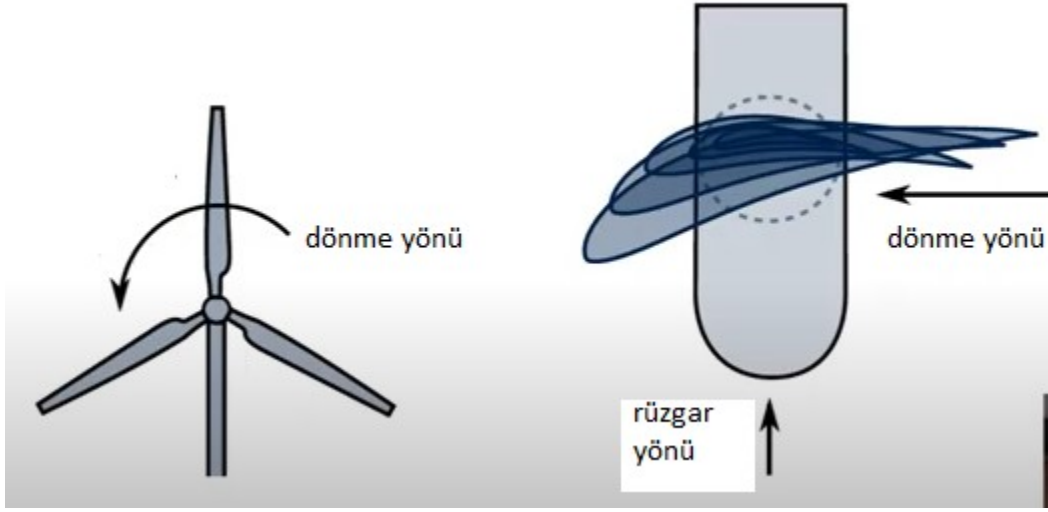
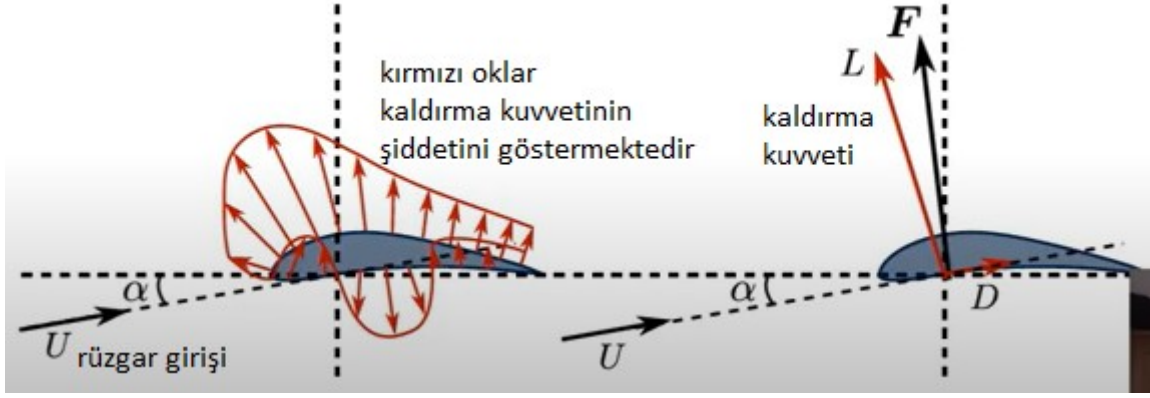


Şekil 17. Farklı tipte düşey eksenli rüzgar türbinleri.

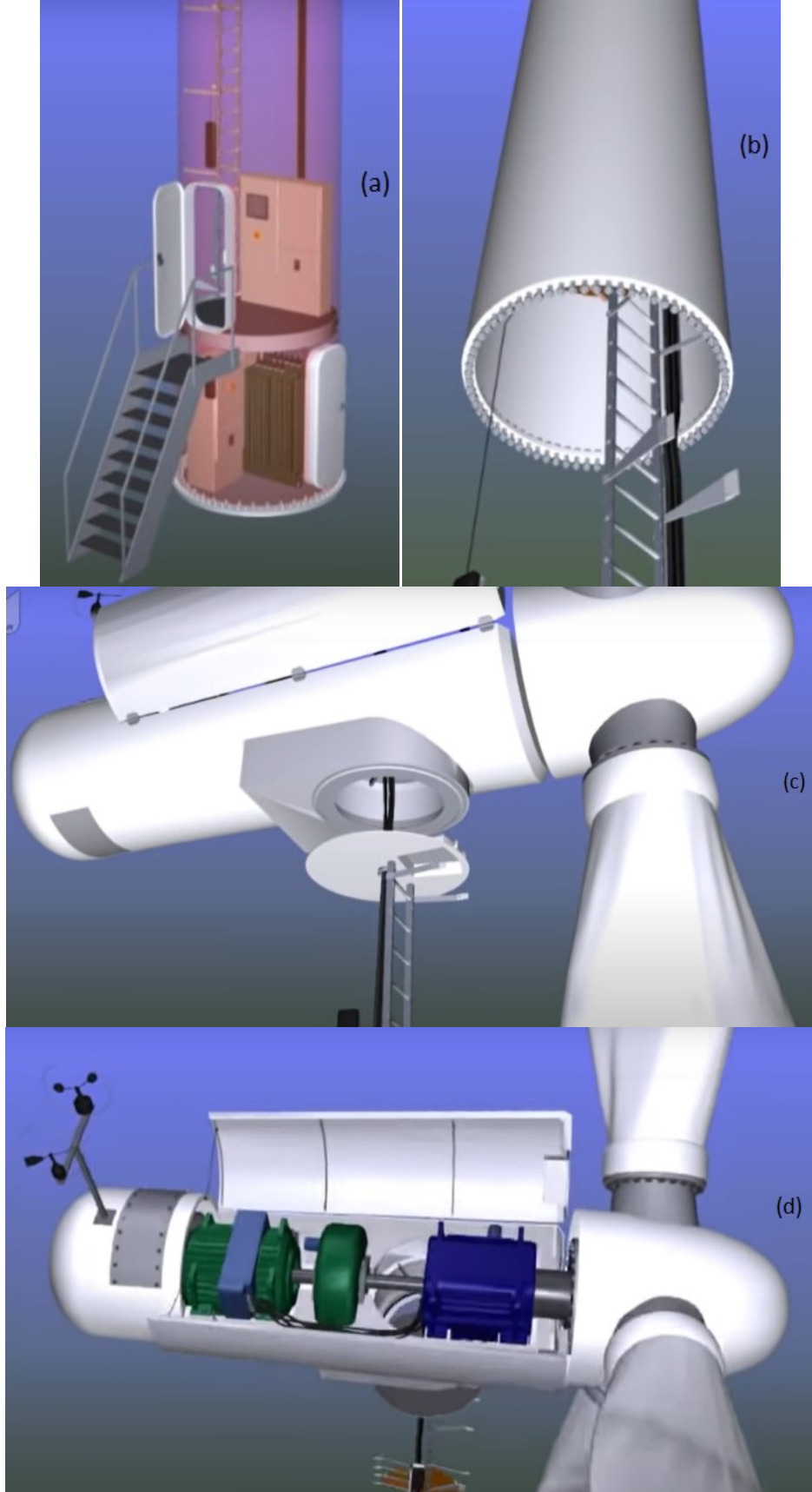
Elektrik üretmek amacıyla en fazla yatay eksenli rüzgar türbini kullanılmaktadır. Çünkü yatay rüzgar türbinleri aşağıdaki avantajlara sahiptir:

- Rotorun (pervanenin) hızı ve üretilecek gücün miktarı kanat yüzey alanını kontrolü ile yapılabilmektedir.
- Rotor aşırı hızlı dönmeye veya yüksek rüzgarlar hızından etkilenmeye karşı daha dayanıklıdır.
- Kanatlar aerodinamik olarak optimize edilerek sistemin verimi artırılabilir.

Rüzgar bir yüzeye çarptığında bu yüzeyden geri dönmez, biraz yönü değişse de yine aynı doğrultuda hareketine devam eder. Bu sürekliliği sağlamak için rüzgar türbini kanadının bir kenarı ince iken diğer kenarı kalındır. Rüzgar kanadın kalın tarafından doğru U-hızında kanada çarptığında ince tarafa doğru hareket ederek türbini terk eder. Kanat ise onu terk eden rüzgarın gittiği yönün aksine döner (Şekil 18). Örneğin, itfaiyenin aracının yangın söndürme hortumundan tazyikli şekilde çıkan su geriye doğru bir basınç yapar ve itfaiye eri hortumu kuvvetlice tutmazsa hortum geriye doğru hareket eder. Kanata giren rüzgar kanadı terk ederken geriye doğru bir basınç yapar, bu basınç kanadı hareket ettirir. Kanadın arkasında oluşan türbülans da bu arka kısımda düşük basınç bölgesi oluşturarak kanadın dönmelerini olumlu yönde etkiler. Şekil 19’da bir rüzgar türbinin bölümleri görülmektedir.



Şekil 18. Rüzgarın türbin kanadını döndürme mekanizması.



Şekil 19. Bir rüzgar türbininin kısımları. a) kule tabanı girişi, b) kule gövdesi
c) türbin alt girişi, d) türbin iç görünüşü.

Rüzgar Enerjisinin Fiziği:

Rüzgar enerjisi aslında rüzgarın sahip olduğu kinetik enerjinin elektrik enerjisine dönüştürüldüğü durumdur.

Kinetik enerji, $E_k = m \cdot V^2$

m: rüzgar türbininin pervanesinin süpürdüğü alana giren havanın kütlesi, kg

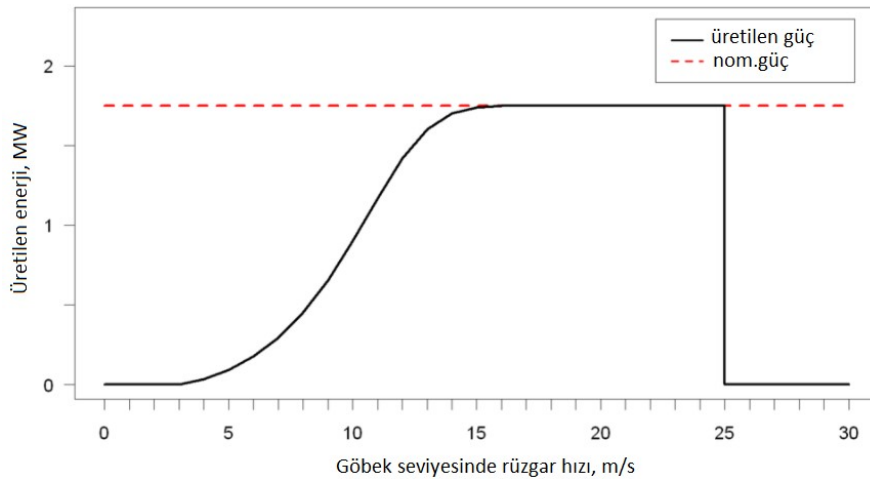
V: rüzgar hızı, m/s

Belli bir alandan belli bir zamanda geçen havanın kütlesi,

$$\frac{dm}{dt} = \rho AV \rightarrow \text{[Diagram of a cylinder with area A]} \rightarrow$$

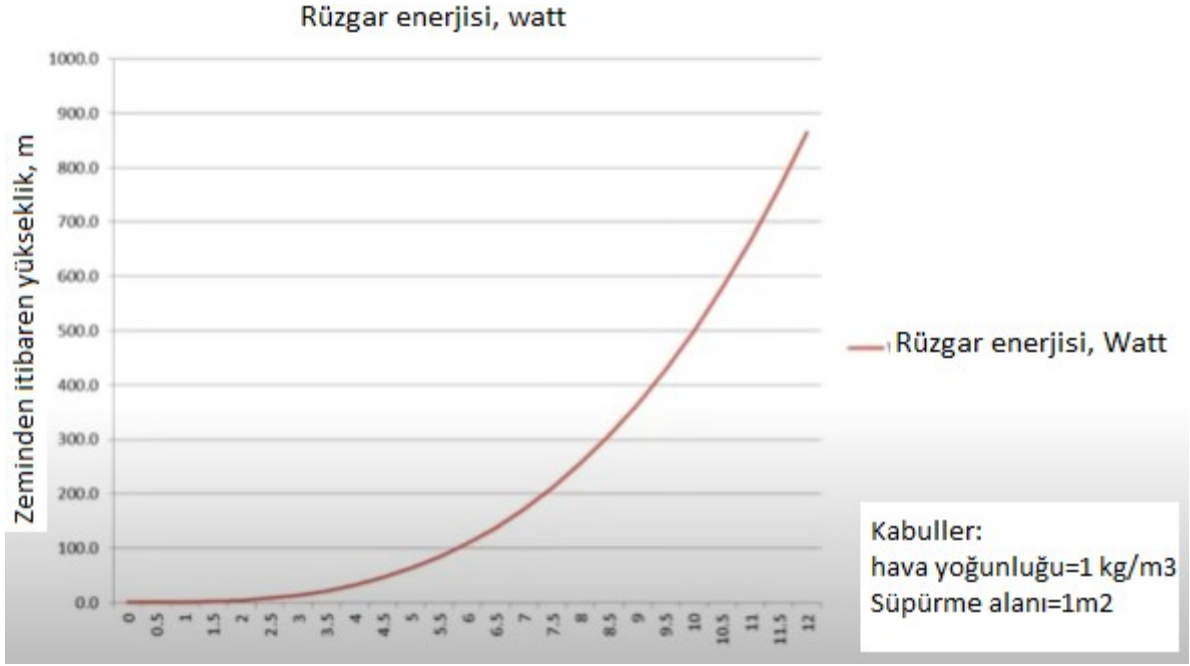
Güç: $P = \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} V^2$ olduğundan $P = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot V^3$ (Watt)

Bu eşitliğe göre rüzgar enerjisinden güç üretmeyi, havanın yoğunluğu (ρ), rüzgar hızı (V) ve kanatların süpürdüğü alan (A) etkilemektedir. Rüzgar hızı arttıkça üretilecek enerji bu hızın üçüncü kuvvetiyle değişir. Şekil 20’de hıza bağlı olarak üretilen enerjinin değişimi görülmektedir.

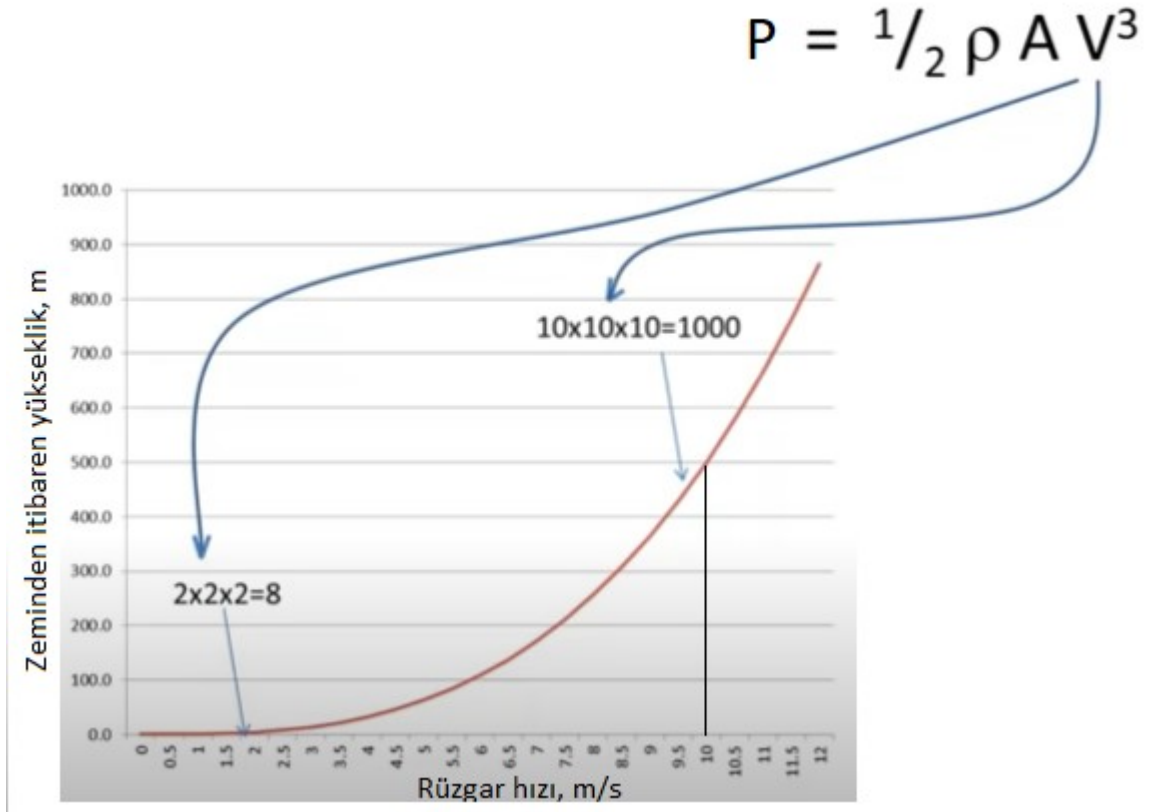


Şekil 20. Rüzgar hızına bağlı olarak enerji üretiminin değişimi.

Şekil 21 ve 22’de zeminden itibaren yukarı doğru çıkıldıkça rüzgar hızının artmasına bağlı olarak enerji üretiminin nasıl değiştiği görülmektedir. Bundan dolayı rüzgar türbinlerinin gövde yükseklikleri rüzgar hızının zemindeki engebelerden ve bitki örtüsünden etkilenmeyeceği yüksekliğe ulaştırılır.

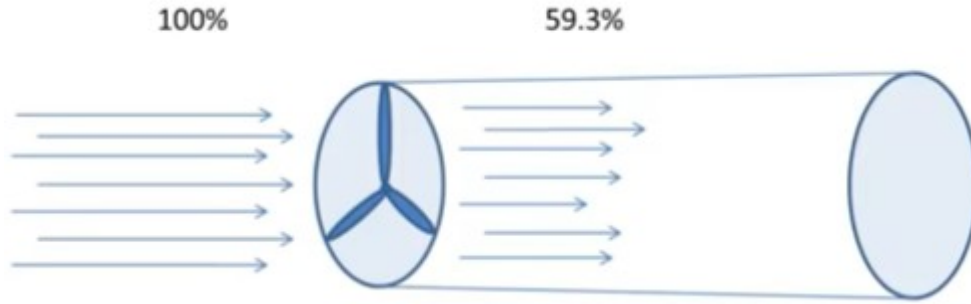


Şekil 21. Rüzgar hızına bağlı olarak rüzgar enerji üretiminin değişimi.



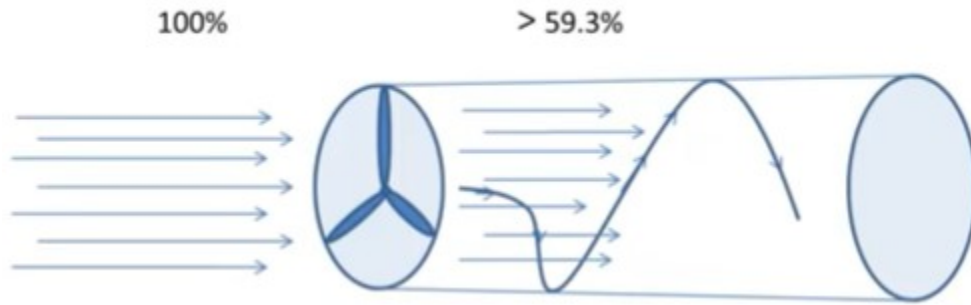
Şekil 22. Rüzgar hızına bağlı olarak enerji üretiminin değişimi.

Bizler bir kaynaktan enerji üretirken bir takım kayıplar olur. Türbine ulaşan rüzgarın enerjisi %100 olsun. Rüzgar bu enerjisinin bir kısmını (%40,7) türbinin kanatlarına aktarır ve türbinin kanatlarından geçtikten sonra rüzgarın enerjisi %59,3'e düşer (Şekil 23).



Şekil 23. Rüzgar enerjisinin elektrik enerjisine dönüştürülme verimi.

Fakat kanatlardan geçtikten sonra rüzgar akım çizgileri türbin kanatlarının dönmesinden dolayı doğrusal olmazlar (Şekil 24). Bu durum da rüzgar enerjisinin daha azını kanatlara aktarır veya rüzgarın kinetik enerjisinin daha azı elektrik enerjisine dönüşür. Kanat uç hızları fazla olan türbin daha fazla enerji üretir. Bir de kanatlara çarpan rüzgarın onda meydana getirdiği kaldırma kuvveti arttıkça üretilen enerji artar.



Şekil 24. Gerçekte rüzgar enerjisinin elektrik enerjisine dönüşmesi.

Aşağıdaki Şekil 25-a'da rüzgar düşey eksenli türbin kanadında sadece sürüklenme kuvveti oluşturduğundan bu türbinin verimi düşüktür. Şekil 25-b ve c'de rüzgar türbin kanadında hem sürüklenme ve hem de kaldırma kuvveti oluşturduğundan bu rüzgar türbininin elektrik üretme verimi daha yüksektir.

$$P = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot V^3 \quad (\text{teorik değer})$$

Pratikte rüzgar türbininden teorik olarak hesaplanan enerji değeri elde edilemez. Türbinden elde edilen enerji (P_T) teorik enerji değerinden (P) küçüktür. P_T/P değerine Betz Sınırı denir.

$$C_p = \frac{P_T}{P}$$

$$P_T = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot V^3 \cdot C_p$$

Kontrol hacmi etrafında kütle korunumu:

$$\dot{m} = \rho \cdot A_o \cdot V_o = \rho \cdot A_r \cdot V_r = \rho \cdot A_2 \cdot \bar{V}_2$$

A_o , A_r ve A_2 kesit alanlarında alınmış ortalama rüzgar hızları V_o , V_r ve V_2 dir.

Türbin pervanesi rüzgarın enerjisini alınca havanın kinetik enerjileri;

$V_o > V_r > V_2$ olur.

Enerjinin korunması:

Total enerji = Kinetik enerji + Basınç enerjisi + Potansiyel enerji

Kinetik enerji pervaneye doğru akan akışkanın enerjisidir, basınç enerjisi hava kütlesi içinde sağa-sola ve yukarı-aşağı gelişigüzel hareket eden hava moleküllerinin oluşturduğu enerjidir, potansiyel enerji akışkanın bir noktaya göre mesafesinin doğurduğu enerjidir.

Birim hacmin toplam enerjisi= kinetik enerji+statik enerji = $\rho \cdot \frac{V^2}{2} + P = \text{sabit}$

Not: Bernulli eşitliği A_o ve A_2 bölgelerine uygulanabilir. Enerjinin rüzgardan alındığı A_r bölgesine uygulanmaz.

Momentumun korunması:

Türbinin pervanesi rüzgardan enerji aldığı için rüzgar hızı düşer. Momentum kütlenin hızla çarpımına eşit olduğundan;

Not: Newton'un ikinci kanununa göre bir kontrol hacmindeki momentum değişimi bu hacme uygulanmış bütün kuvvetlerin toplamına eşittir:

$$F = \bar{m}_o \cdot V_o - \bar{m}_2 \cdot V_2$$

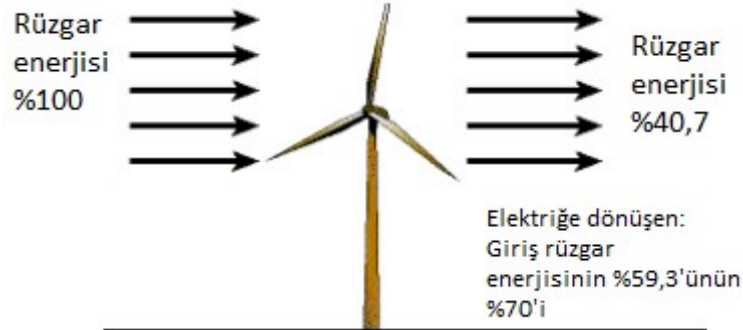
Bir kontrol hacminde momentum değişimi varsa dışarıdan uygulanan bir kuvvet var demektir. Bu durumda pervane kanatları dışarıdan bir kuvvet uyguluyor demektir.

Not: Newton'un üçüncü kanununa göre, pervane kanatlarının uyguladığı kuvvete eşit fakat zıt yönde bu pervaneye bir kuvvet uygulanıyor demektir. Bu kuvvet rüzgar tarafından uygulanmaktadır.

Rüzgar pervaneye bir kuvvet uyguladığında, pervane boyunca bir basınç farklılığı (ΔP) oluşmaktadır ki basınç farkı kuvvetin pervane alanına bölünmesine eşittir. Bu basınç kuvveti pervaneyi döndürür.

Betz Sınırı:

1919'da Alman fizikçi Albert Betz bir rüzgar türbini pervanesi için aşağıdaki gibi bir postulatta bulunmuştur (Şekil 27).

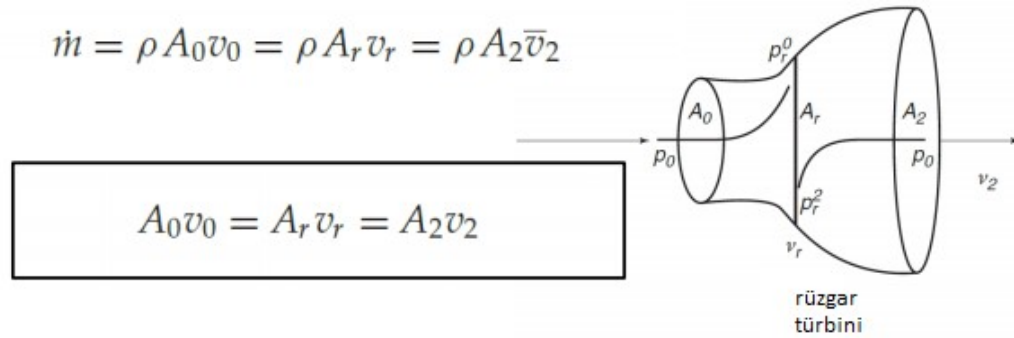


Şekil 27. Betz limitinin şekilsel gösterimi.

Kütle, enerji ve momentumun korunumunu kullanarak Betz bir postulatta bulunmuştur. Buna göre, bir rüzgar türbini içinden doğru geçen hava kütlesinin enerjisinin en fazla %59,3'ünü tutabilir.

Betz sınır değerinin türetilmesi:

Havanın yoğunluğunu sabit alarak bir kontrol hacminde (A_0 , A_r ve A_2) kütlenin korunması uygulandığında;



Newton'un ikinci kanununa göre türbin pervanesine rüzgar tarafından uygulanan kuvvet;

$$\dot{m}_0 v_0 - \dot{m}_2 v_2 = F$$

$$F = \dot{m}_r (v_0 - v_2) = \rho A_r v_r (v_0 - v_2)$$

Pervane kanatları boyunca değişen basınçtan dolayı uygulanan kuvvet;

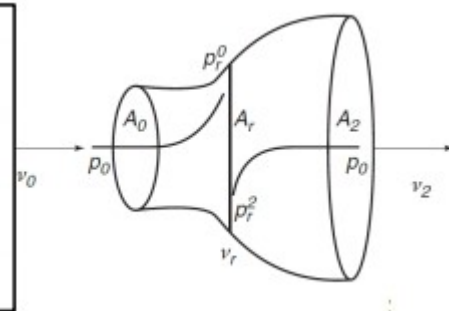
$$F = A_r(p_r^0 - p_r^2)$$

İki kuvvetin eşitlenmesinden;

$$F = A_r(p_r^0 - p_r^2) = \rho A_r v_r (v_0 - v_2)$$

Kontrol hacmine enerjinin korunmasını veya Bernoulli kanununu uyguladığımızda:

- a) Pervanenin önündeki A_0 hacminde gerçekleşen hava akımı
- b) Pervanenin arkasındaki A_2 hacminde gerçekleşen hava akımı

$$\begin{aligned} p_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 &= p_r^0 + \frac{1}{2} \rho v_r^2 \\ p_r^2 + \frac{1}{2} \rho v_r^2 &= p_0 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \end{aligned}$$


Pervanenin iki tarafındaki basınç farkı çıkarılırsa;

$$p_r^0 - p_r^2 = \frac{1}{2} \rho (v_0^2 - v_2^2)$$

Pervanenin iki tarafındaki basınç farkı momentumdan da elde edilebilir;

$$\frac{F}{A_r} = p_r^0 - p_r^2 = \rho v_r (v_0 - v_2) = \frac{\rho}{2} (v_0^2 - v_2^2)$$

Momentum eşitliği Bernoulli eşitliği

Böylece;

$$v_r = \frac{(v_0 + v_2)}{2}$$

Rüzgar türbininde kullanışlı enerjinin eldesi:

Özet:

$$v_r = \frac{(v_0 + v_2)}{2}$$

Rüzgar tarafından türbine verilen güç:

$$P = Fv_r = (p_r^0 - p_r^2)A_r v_r$$

Türbin boyunca hesaplanan basınç farkı;

$$p_r^0 - p_r^2 = \rho v_r (v_0 - v_2) = \frac{\rho}{2} (v_0^2 - v_2^2)$$

Pervaneye rüzgar tarafından aktarılan ideal güç;

$$P = \frac{1}{2} \rho A_r v_r (v_0^2 - v_2^2)$$

$$P = \frac{1}{2} \rho A_r v_r (v_0 - v_2) (v_0 + v_2)$$

Basınç farkından dolayı yapılan iş kinetik enerjidedki değişime eşittir;

$$P = \frac{1}{2} \rho A_r v_r (v_0^2 - v_2^2) = \frac{1}{2} \dot{m} (v_0^2 - v_2^2)$$

Güç eşitliği ve pervanenin ortalama hızı dikkate alındığında;

$$P = \frac{1}{2} \rho A_r v_r (v_0 - v_2) (v_0 + v_2)$$

$$v_r = \frac{(v_0 + v_2)}{2}$$

Aşağıdaki güç eşitliği elde edilir;

$$P = \rho A_r v_r^2 (v_0 - v_2) = 2\rho A_r v_r^2 (v_0 - v_r)$$

Momentum gücü;

$$\frac{\partial P}{\partial v_r} = 0 = 2v_r v_0 - 3v_r^2$$

Aşağıdaki eşitliği verir;

$$v_r = \frac{2}{3}v_0$$

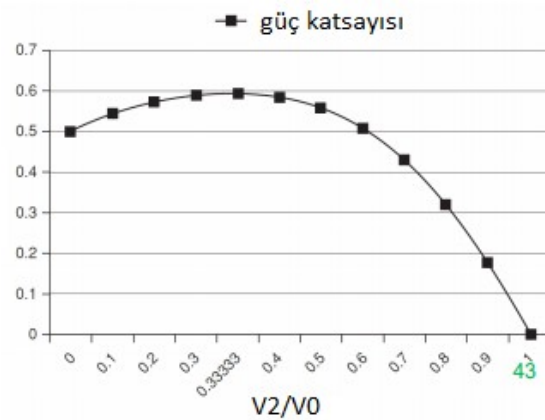
Bu durum şunu belirtir;

$$v_2 = \frac{1}{3}v_0$$

Bu durumda güç eşitliği;

$$P = 2\rho A_r v_r^2 (v_0 - v_r) = \rho A_r v_0^3 \left(\frac{8}{27} \right)$$

$$\frac{\text{Alınacak max. güç}}{\text{Alınabilecek güç}} = P / \frac{1}{2} \rho A_r v_0^3 = \frac{16}{27} = 0.593 = C_p$$



Şekil 28. V_2/V_0 'a göre değişen C_p değeri.

C_p güç katsayısıdır. Benzer şekilde rüzgar tarafından oluşturulan basınç katsayısı (C_T) da vardır:

$$\frac{F}{\frac{1}{2}\rho A_r v_0^2} = \frac{8}{9} = C_T$$

a : türbinin ilk kalkış katsayısı (indüksiyon katsayısı) ise;

$$v_r = (1 - a)v_0$$

Pervaneyi ilk harekete geçiren rüzgar hızı dikkate alındığında kuvvet ve güç;

$$v_2 = (1 - 2a)v_0$$

$$F = 2\rho A_r v_0^2 a (1 - a)$$

$$P = 2\rho A_r v_0^3 a (1 - a)^2 = \left(\frac{1}{2}\rho A_r v_0^3\right) 4a(1 - a)^2$$

Not: $a < 0,5$ olmalı, aksi takdirde $V_2 < 0$ olur. Bu nedenle, yukarıdaki eşitlik $a > 0,5$ için geçerli değildir.

Example 1

Consider 1-MW rated wind turbine with rotor diameter = 70 m and power curve, provided by the turbine manufacturer is given in a Table form shown in the next slide.

- Calculate the turbine swept area
- Plot the turbine power curve
- Generate the Betz limit power expected at the wind velocity range shown on the given table
- Plot the Betz limit curve
- Check if the turbine is within the Betz limit at all wind speeds.

Example 1

m/s	kw
WindSpeed	UsefullPower
2	5
4	50
6	150
8	400
10	660
12	900
14	1000

Solution

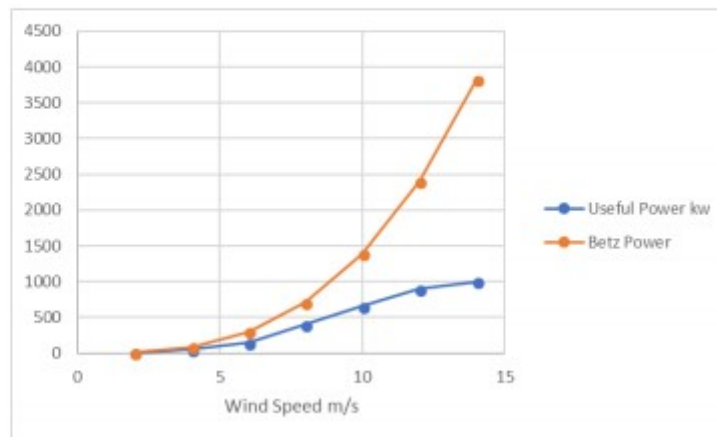
Diameter	70	m		
Swept Area	3850	m2	large WTG	>200 m2
Density	1.22	kg/m3		

$$P_{Betz}(v_0) = \frac{16}{27} \frac{\rho A_r v_0^3}{2}$$

m/s	kw	kw
WindSpeed	UsefullPower	BetzLimit
2	5	11.13
4	50	89.07
6	150	300.61
8	400	712.55
10	660	1391.70
12	900	2404.86
14	1000	3818.83

m/s	kw	kw	
WindSpeed	UsefullPower	BetzLimit	Cp
2	5	11.13	0.44909
4	50	89.07	0.561362
6	150	300.61	0.498989
8	400	712.55	0.561362
10	660	1391.70	0.474239
12	900	2404.86	0.374242
14	1000	3818.83	0.26186

Blue line is the power curve of 1-MW wind turbine generator (WTG) with rotor diameter = 70 m. The brown curve is the Betz limit curve for the same rotor



Example 2

Consider a turbine with rotor diameter = 2 m and power rating of 2 KW at 12 m/s.

Check if this turbine will pass the Betz limit test at 12 m/s wind speed

Solution

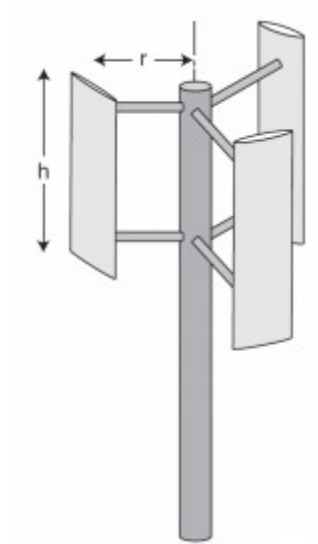
$$P_{ideal} = \frac{\rho A_r v_0^3}{2} = \frac{1.22\pi \left(\frac{2}{2}\right)^2 12^3}{2} = 3.3 \text{ kW}$$

$$P_{Betz} = 0.59 P_{ideal} = 1.953 \text{ kW}$$

Since the power rating of turbine is greater than the maximum power that can be extracted, this turbine rotor, therefore, **does not pass the Betz limit test;** at 12 m/s, the turbine cannot produce 2 KW of power, unless it uses a shroud or some other means to enhance axial wind speed.

Example 3

consider a vertical axis wind turbine .
The height (h) = 6.1 m, diameter (d) = 1.2 m, and swept area = $h \cdot d = 7.43 \text{ m}^2$.
Power rating of rotor at 12 m/s = 1.2 kW.
Check if this turbine will pass the Betz limit test at 12 m/s wind speed

**Solution**

$$P_{ideal} = \frac{\rho A_r v_0^3}{2} = \frac{1.22\pi \cdot 7.43 \cdot 12^3}{2} = 7.8 \text{ kW}$$

$$P_{Betz} = 0.59 P_{ideal} = 4.6 \text{ kW}$$