

## SAYILAR

Rakam: Sayıları belirtmek için kullandığımız sembollerdir.  
 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .

Sayılar:

Doğal Sayılar:  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

Sayma Sayılar:  $\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$

Tam Sayılar:  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Pozitif Tamsayılar:  $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$

Negatif Tamsayılar:  $\mathbb{Z}^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$

Ardışık Sayılar:  $n \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere  $n, n+1, n+2, \dots$

Çift Sayılar:  $n \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $2n, 2n+2, 2n+4, \dots$

G.S. =  $\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$

Tek Sayılar:  $n \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $2n-1, 2n+1, 2n+3, \dots$

T.S. =  $\{\dots, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$

## TAMSAYILARDA İŞLEMLER

a) Toplama ve Çıkarma

$$(+) + (+) = (+) \quad \dots \quad (+3) + (+5) = +8$$

$$(-) + (-) = (-) \quad \dots \quad (-3) + (-5) = -8$$

$$\begin{aligned} (+) + (-) &= \{ \text{Büyükten küçük çıkarılır, büyükün işareti yazılır.} \\ (-) + (+) &= \{ \end{aligned}$$

$$(+3) + (-5) = (-2), \quad (-3) + (+5) = +2$$

$$(+)-(+)= (+)+(-) \quad (+3)-(+1)=(+3)+(-1)=+2$$

$$(-)-(+)= (-)+(-) \quad (-3)-(+1)=(-3)+(-1)=-4$$

$$(+)-(-)= (+)+(+1) \quad (+3)-(-1)=(+3)+(+1)=+4$$

$$(-)-(-)= (-)+(+1) \quad (-3)-(-1)=(-3)+(+1)=-2$$

## b) Çarpma ve Bölme

$$(+)\times(+)=(+)\quad\quad (-3)\times(+2)=+6$$

$$(-)\times(-)=(+)\quad\quad (-3)\times(-2)=+6$$

$$(+)\times(-)=(-)\quad\quad (-3)\times(-2)=-6$$

$$(-)\times(+)=(-)\quad\quad (-3)\times(+2)=-6$$

$$\frac{(+)}{(+)}=(+)\quad\quad \frac{(+6)}{(+3)}=+2\quad\quad ,\quad \frac{(+)}{(-)}=(-)\quad\quad \frac{(+6)}{(-3)}=-2$$

$$\frac{(-)}{(-)}=(+)\quad\quad \frac{(-6)}{(-3)}=+2\quad\quad ,\quad \frac{(-)}{(+)}=(-)\quad\quad \frac{(-6)}{(+3)}=-2$$

## c) Karışık İşlemler

Örnek:  $36 \div 9 \times 2 = (36 \div 9) \times 2 = 4 \times 2 = 8$

Sadece çarpmanın ve bölmenin bulunduğu işlemlerde işlem sırası takip edilir.

$$36 \div 9 \times 2 - 2 = (36 \div 9) \times 2 - 2 = 8 - 2 = 6$$

$$7 - 5 \times (4 - 10) = 7 - 5 \times (-6) = 7 + 30 = 37$$

$$\begin{aligned} -2 - 4 + (12 - 8) \div 4 \times (-5 + 8) &= -2 - 4 + (+4) \div 4 \times (+3) \\ &= -2 - 4 + 1 \times 3 = -2 - 4 + 3 = -3 \end{aligned}$$



## RASYONEL SAYILAR

$a \in \mathbb{Z}$ ,  $b \in \mathbb{Z}$  ve  $b \neq 0$  olmak üzere  $\frac{a}{b}$  biçiminde yazılabilen sayılara rasyonel sayılar denir ve  $\mathbb{Q}$  ile gösterilir.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}.$$

$$\frac{a}{b} \xrightarrow{\text{Pay}} \text{Kesir çizgisi} \xrightarrow{\text{Payda}}$$

Basit Kesir:  $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \dots$

Bileşik Kesir:  $\frac{4}{3}, \frac{9}{4}, \dots$

Tamsayı Kesirler:  $2\frac{1}{3}, -3\frac{2}{7}, \dots$

Kesirlerin Birbirine Geçirilmesi

$$\textcircled{1} \quad 2\frac{1}{4} = \frac{4 \times 2 + 1}{4} = \frac{9}{4}, \quad -3\frac{2}{5} = -\frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = -\frac{17}{5}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{9}{4} \rightarrow \begin{array}{r} 9 \overline{) 4} \\ \underline{8} \phantom{0} \\ 1 \phantom{0} \end{array} \Rightarrow 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$-\frac{19}{4} \rightarrow \begin{array}{r} 19 \overline{) 4} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 3 \phantom{0} \end{array} \quad -\frac{19}{4} = -4\frac{3}{4}$$

Kesirlerin Geniştirilmesi ve Sadelerleştirilmesi

$$\frac{12}{6} = \frac{12 \times 4}{6 \times 4} = \frac{48}{24}, \quad \frac{12}{6} = \frac{12 \div 3}{6 \div 3} = \frac{4}{2}$$

## RASYONEL SAYILARDA İŞLEMLER

### a) Toplama ve Çıkarma

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 4}{20} + \frac{7 \cdot 5}{20} = \frac{12}{20} + \frac{35}{20} = \frac{47}{20}$$

(4) (5)

$$\frac{3}{8} - \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 3}{24} - \frac{8 \cdot 5}{24} = \frac{9 - 40}{24} = -\frac{31}{24}$$

(3) (8)

### b) Çarpma ve Bölme

$$\frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20}$$

$$\frac{\frac{3}{8}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{40}$$

## ONDALIK SAYILAR

$n \in \mathbb{N}^+$  olmak üzere paydası  $10^n$  biçimindeki sayılara ondalık sayılar denir.  $\frac{3}{10}, \frac{3}{10^2}, \dots, \frac{3}{10^n}, \dots$  gibi.

$$\frac{3}{10} = 0,3, \quad \frac{3}{100} = 0,03, \quad -\frac{3}{1000} = -0,003$$

### Ondalık Sayılarda İşlemler

1)  $3,233 + 43,94$

$$\begin{array}{r} 3,233 \\ 43,94 \\ + \\ \hline 47,173 \end{array}$$

2)  $24,342 - 5,832$

$$\begin{array}{r} 24,342 \\ - 5,832 \\ \hline 18,510 \end{array}$$

3)  $0,24 \times 1,4$

$$24 \times 14 = 336 \Rightarrow \underset{3\ 2}{0,24} \times \underset{1\ 1}{1,4} = \underset{3\ 2\ 1}{0,336}$$

4)  $64,032 \mid 0,16 \Rightarrow \frac{64,032}{0,16} = \frac{6403,2}{16} = \frac{64032}{160}$

$$\begin{array}{r} 64032 \mid 16 \\ - 640 \quad \mid 400,2 \\ \hline 000320 \\ - 320 \\ \hline 000 \end{array}$$

5)  $\frac{5,1}{0,017} + \frac{0,09}{0,003} + \frac{1}{0,1} = \frac{5100}{17} + \frac{90}{3} + \frac{10}{1}$

$$= 300 + 30 + 10 = 340.$$

### DEVİRLİ ONDALIK SAYILAR

$$\frac{2}{3} = 0,666\ldots = 0,\overline{6}, \quad \frac{4}{33} = 0,1212\ldots = 0,\overline{12}$$

$$\frac{1}{3} = 0,333\ldots = 0,\overline{3}$$

NOT:  $x = \frac{\text{Bütün Sayı} - \text{Devretmeyen Sayı}}{\text{Devreden sayı}}$

$$\frac{99\ldots 9 - 00\ldots 0}{99\ldots 9 - 00\ldots 0}$$

Devreden sayı  
kadar 9,

Tam kısım ile devreden  
arasındaki rakam sayı  
kadar sıfır.

$$8,15\overline{42} = \frac{81542 - 815}{9900}$$

$$15,0\overline{12} = \frac{15012 - 1501}{900}$$



Ondalık Sayıların Üslü Biçimde Yazılımı

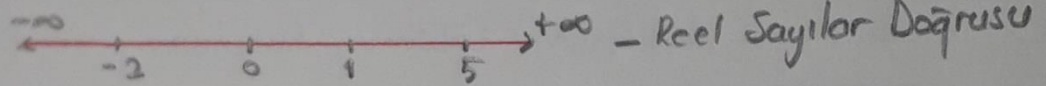
$$0,01 = 10^{-2}, \quad 0,001 = 10^{-3}$$

$$0,005 = 5 \cdot 10^{-3} \quad 0,000016 = 16 \cdot 10^{-6}$$

### REEL SAYILAR

**İRRASYONEL SAYILAR:** Rasyonel olmayan sayılara irrasyonel sayılar denir.

Rasyonel ve irrasyonel sayıların tümüne Reel Sayılar denir.



( $\mathbb{R}$ : Reel Sayılar)

## BİRİNCİ DERECEDEKİ DENKLEMLER

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  olmak üzere,

$$ax + b = 0$$

şartlarına birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem denir.

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

**ÖRNEKLER:**  $3x + 6 = 0 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2$

$$2(3x + 5) = 6 \Rightarrow 6x + 10 = 6 \Rightarrow 6x = -4 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler

$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$  olmak üzere

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{cases}$$

Birinci dereceden iki bilinmeyenli denk.

**ÖRNEK.**  $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 4x - 5y = 6 \end{cases}$

2.4b1.  $5/3x - 2y = 8$

$$-2/4x - 5y = 6$$

$$15x - 10y = 40$$

$$-8x + 10y = -12$$

$$\hline 7x = 28$$

$$x = 4$$

$$3x - 2y = 8 \quad \begin{cases} -2y = -4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$12 - 2y = 8 \quad \begin{cases} -2y = -4 \\ y = 2 \end{cases}$$

İki.  $\begin{cases} 3x - 2y = 8 \quad \text{--- ①} \\ 4x - 5y = 6 \quad \text{--- ②} \end{cases}$

①'den  $x = \frac{8 + 2y}{3}$

②'de yerine yazarsak

$$4\left(\frac{8 + 2y}{3}\right) - 5y = 6 \Rightarrow y = 2$$

$$x = 4$$

bulunur.



①

## ORAN-ORANTI

**Tanım:**  $a$  ve  $b$  reel sayılarından en az biri sıfırdan farklı olmak üzere,  $\frac{a}{b}$  ifadesine oran denir.

$$\frac{a}{b} \text{ ve } \frac{c}{d} \text{ oranları için } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

ifadesine orantı denir. Bu orantı da  $a$  ile  $d$  ye dışlar,  $b$  ile  $c$  ye içler denir.

### Özellikler

$$1. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$2. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

3.  $m \neq 0, n \neq 0$  olmak üzere

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{m \cdot a + n \cdot c}{m \cdot b + n \cdot d}$$

$$4. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{c}{d}\right)^n = k^n$$

$$5. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow a:c:e = b:d:f$$

### ÖRNEKLER.

$$1. \frac{2a+b}{b} = \frac{8}{3} \text{ olduğuna göre } \frac{a}{b} \text{ oranı kaçtır?}$$



(2)

2.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 2$  orantısında  $3a + c - 6e = 18$

ve  $b - 2f = 2$  olduğuna göre,  $d$  kaçtır?

3.  $a - \frac{1}{b} = 3$  ve  $b - \frac{1}{a} = 12$  olduğuna göre  $\frac{b-a}{b}$  oranı kaçtır?

4.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$  ise  $\frac{3a^2 + c^2}{3b^2 + d^2} = ?$

**Dördüncü Orantılı Sayı:**  $a, b, c$  sayılarının dördüncü orantılısı  $x$  ise  $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$  dir.

**Örnek:** 2, 3, 8 sayılarının dördüncü orantılısı;

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{x} \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12.$$

**Doğru ve Ters Orantı**

$x$  ve  $y$  sayıları doğru orantılı ise  $\frac{x}{y} = k$

$x$  ve  $y$  sayıları ters orantılı ise  $x \cdot y = k$ .

**Uyarılar**

1.  $a, b, c$  sayıları, sırasıyla,  $x, y, z$  sayıları ile

i) Doğru orantılı ise  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$

ii) Ters orantılı ise  $ax = by = cz = k$ .

## ÖRNEKLER

1.  $a, b, c$  sayıları, sırasıyla, 2, 3 ve 5 sayıları ile orantılıdır.  $a+b+c=30$  ise  $c=?$
2.  $x, y, z$  sayıları, sırasıyla,  $\frac{1}{2}$ , 2 ve 3 sayıları ile ters orantılıdır.  $x \cdot y \cdot z = 9$  ise  $z=?$
3.  $a, b, c$  sayıları ile, sırasıyla, 2 ve 5 ile orantılı, 4 ile ters orantılıdır.  $b-a+c=52$  ise  $c=?$

## Aritmetik Ortalama

$$a, b \in \mathbb{R} \text{ için } A.O. = \frac{a+b}{2}$$

$$a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R} \text{ için } A.O. = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

## Geometrik Ortalama

$$a, b \in \mathbb{R} \text{ için } G.O. = \sqrt{a \cdot b}$$

$$a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R} \text{ için } G.O. = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

## Harmonik Ortalama

$$a, b \in \mathbb{R} \text{ için } H.O. = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a+b}$$

$$a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R} \text{ için } H.O. = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$



## SORULAR

1. 7 tane sayının aritmetik ortalaması 19 dur. Bunlardan aritmetik ortalaması 15 olan 3 sayı çıkartılıyor. Geriye kalan 4 sayının toplamı kaçtır?
2. a ve b sayılarının aritmetik ortalaması 26 dir. a ile geometrik ort. 8, b ile geometrik ort. 12 olan sayı kaçtır?
3. İki sayının aritmetik ortalaması 15, geometrik ortalaması 12 olduğuna göre harmonik ortalaması kaçtır?
4. 40 kişilik bir gruptaki kızların yaşları ortalaması 16, erkeklerin yaşları ortalaması 20 dir. Gruptakilerin yaşlarının toplamı 740 olduğuna göre, grupta kaç kız vardır?

## DENKLEM KURMA PROBLEMLERİ

Herhangi bir  $x$  sayısı için;

3 fazlası  $x+3$ , 5 eksiği  $x-5$ , 4 katı  $4x$ ,  
 $\frac{2}{3}$  katı  $\frac{2x}{3}$ ,  $\frac{3}{5}$  katının 4 fazlası  $\frac{3x}{5}+4$ ,

3 katının 2 eksiğinin  $\frac{4}{5}$  katı  $\frac{4(3x-2)}{5}$  dir.

### ÖRNEKLER

1.  $\frac{2}{3}$  'ü 450 olan sayının tamamı kaçtır?
2.  $\frac{3}{7}$  nin  $\frac{1}{2}$  sinin  $\frac{5}{9}$  u kaçtır?
3.  $\frac{2}{3}$  ünün  $\frac{5}{7}$  si 400 olan sayının tamamı kaçtır?
4. Ahmet parasının önce  $\frac{3}{5}$  ini harcıyor. Sonra kalan paranın  $\frac{1}{2}$  sini harcıyor. Geriye 4 lirası kaldığına göre Ahmet'in kaç lirası vardır?
5. Bir sınıftaki öğrenciler sıralara ikizler ikizler otururlarsa 3 öğrenci ayakta kalıyor. Üzer üzer otururlarsa 5 sıra boş kalıyor. Buna göre sınıf mevcudu kaçtır?

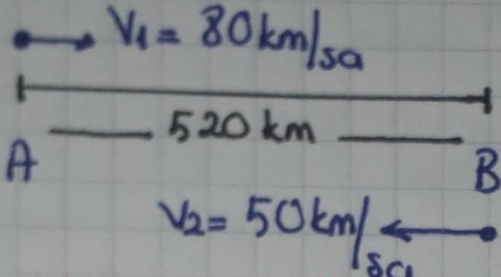


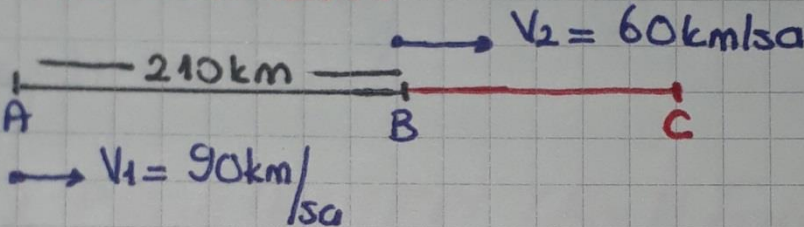
(6)

## HAREKET PROBLEMLERİ

$$\text{Alınan Yol} = \text{Hız} \times \text{Zaman}$$

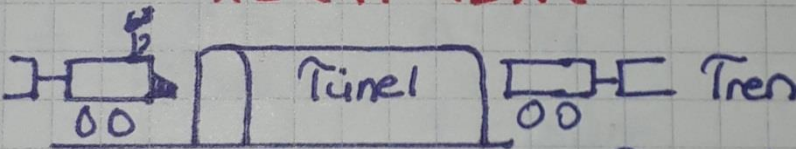
$$X = V \cdot t$$

1.  İki hareketli aynı anda birbirine doğru hareket ediyorlar. Kaç saat sonra karşılaşırlar?
- $$X = (V_1 + V_2) \cdot t$$

2. 

Aynı anda aynı yöne doğru hareket eden araçlar kaç saat sonra biri diğeri yakalar?

$$X = (V_1 - V_2) \cdot t$$

3. 

Trenin boyu  $X_1$ , Tünelin boyu  $X_2$ , Trenin hızı  $V$ ,  
 $= 240 \text{ m}$   $= 320 \text{ m}$   $= 20 \text{ m/s}$

Trenin tüneli terk etme süresi  $t$ ,

$$X_1 + X_2 = V \cdot t$$

4. Bir araç gideceğin yolun yarısını 40 km/sa hızla diğer yarısını 60 km/sa hızla gitmiştir. Bu aracın ortalama hızı kaçtır?

$$V_{\text{ort}} = \frac{2 \cdot V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2}$$

Not:

$$V_{\text{ort}} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n}$$

## KAR-ZARAR - YÜZDE PROBLEMLERİ

1. %40'ı 600 olan sayının tamamı kaçtır.
2. 600 liraya alınan bir mat 720 liraya satılırsa % kaç kâr elde edilir?
3. %15 kâr ile 460 liraya satılan bir malın maliyeteli kaç liradır?
4. %20 ile zararla 540 liraya satılan malın maliyeti kaç liradır?

## FAİZ PROBLEMLERİ (Basit Faiz)

$$F_{\text{Günlük}} = \frac{A \cdot n \cdot t}{36000} \quad A: \text{Anapara}$$

$$F_{\text{Aylık}} = \frac{A \cdot n \cdot t}{1200} \quad n: \%$$

$$F_{\text{Yıllık}} = \frac{A \cdot n \cdot t}{100} \quad t: \text{süre.}$$

- 800 lira %80 den 3 aylığına faize verildiğinde vade sonunda kaç lira faiz getirir?
- Bir miktar para %60'dan faiz oranı ile kaç aylığına bankaya yatırılırsa kendisinin yarısı kadar faiz getirir?



## KARIŞIN PROBLEMLERİ

8

1.

$$\begin{array}{ccc} \text{\%a} & + & \text{\%b} \\ \text{şekerli} & & \text{şekerli} \\ \text{su} & & \text{su} \\ m_1 \text{ gr} & & m_2 \text{ gr} \end{array} = \begin{array}{c} \text{\%x} \\ \text{şekerli} \\ \text{su} \\ (m_1+m_2) \text{ gr} \end{array}$$

$$m_1 \cdot a + m_2 \cdot b = (m_1 + m_2) \cdot x$$

2.

$$\begin{array}{ccc} \text{\%a} & + & \text{\%100} \\ \text{şekerli} & & \text{saf su} \\ \text{su} & & \\ m_1 \text{ gr} & & m_2 \text{ gr} \end{array} = \begin{array}{c} \text{\%x} \\ \text{şekerli} \\ \text{su} \\ (m_1+m_2) \text{ gr} \end{array}$$

$$m_1 \cdot a + m_2 \cdot 100 = (m_1 + m_2) \cdot x$$

3.

$$\begin{array}{ccc} \text{\%a} & + & \text{\%0} \\ \text{şekerli} & & \text{saf şeker} \\ \text{su} & & \\ m_1 \text{ gr} & & m_2 \text{ gr} \end{array} = \begin{array}{c} \text{\%x} \\ \text{şekerli} \\ \text{su} \\ (m_1+m_2) \text{ gr} \end{array}$$

$$m_1 \cdot a + m_2 \cdot 0 = (m_1 + m_2) \cdot x$$

4.

$$\begin{array}{ccc} \text{\%a} & - & \text{\%0} \\ \text{şekerli} & & \text{su buhar.} \\ \text{su} & & \\ m_1 \text{ gr} & & m_2 \text{ gr} \end{array} = \begin{array}{c} \text{\%x} \\ \text{şekerli} \\ \text{su} \\ (m_1-m_2) \text{ gr} \end{array}$$

$$m_1 \cdot a - m_2 \cdot 0 = (m_1 - m_2) \cdot x$$

## PROBLEMLER

1. Şeker oranı %20 olan 70gr gözelti ile şeker oranı %40 olan 30gr gözelti karıştırılıyor. Elde edilen gözeltinin şeker yüzdesi kaçtır?

⑨

2. Şeker oranı %60 olan 60 gr şekerli su karışımına 20gr şeker, 20gr su eklendiğinde elde edilen yeni karışımın şeker yüzdesi kaç?
3. Şeker oran %20 olan 300gr meyve suyunun şeker oranını %25 artırmak için kaç gr şeker katılmalıdır?
4. Tuz oranı %30 olan 20gr tuzlu suyun tuz oranını %20 ye düşürmek için kaç gr su buharlaştırılmalı?



## YAŞ PROBLEMLERİ

1. Bir kızın yaşı  $x$  olsun.  $t$  yıl sonra  $x+t$ ,  
 $t$  yıl önce  $x-t$  yaşında olur.
2.  $n$  kızın bugün kü yaşları toplamı  $A$  olsun.  
 $t$  yıl sonra yaşlarının toplamı  $A+n.t$   
 $t$  yıl önce yaşlarının toplamı  $A-n.t$ .
3. İki kızın bugün kü yaş farkı  $A$  olsun.  
 $t$  yıl sonra (önce) yaşları farkı yine  $A$  dır.  
Yaş farkı sabittir (Değişmez)

## PROBLEMLER

1. Yaşları toplamı 20 olan 2 kardeşin  
yaşlarının oranı  $\frac{2}{3}$  ise kaç yıl sonra  
yaşları oranı  $\frac{4}{5}$  olur?
2. Bir annenin yaşı, iki çocuğunun yaşları  
toplamının 2 katıdır. 15 yıl sonra iki  
çocuğunun yaşları toplamı annenin yaşına  
eşit olacağına göre anne bugün kaç yaşındadır?
3. Dila'nın yaşı Sude'nin yaşının 5 fazlasıdır.  
8 yıl sonra yaşları toplamı 43 olacağına göre  
Dila'nın bugünkü yaşı kaçtır?