

# STATİK

## 1. STATİĞE GİRİŞ

### 1.1 TANIMLAR

**Mekanik:** Kuvvet etkisi altında cisimlerin denge ve hareket şartlarını inceleyen bir bilimdir.



Mekanik incelediği cismin fiziksel yapısına göre dallara ayrılabilir. Bu bölümler: Rijit Cisim Mekaniği, Elastik Cisim Mekaniği ve Akışkanlar Mekaniğinden oluşmaktadır.

Rijit Cisim Mekaniği, mühendislikte karşılaşılan birçok yapısal, mekanik ve elektrikli aygıt türlerinin tasarımı için uygun bir temel oluşturmaktadır. Ayrıca, rijit çizim mekaniği, şekil değiştiren cisimler mekaniği ve akışkanlar mekaniğinin incelenesi açılarından gerekli olan altyapının bir parçasını oluşturmaktadır.

Diyagramdan da görüldüğü üzere dış yüklerin özelliklerine göre statik ve dinamik olarak iki alt dala ayrılır.

- **Statik:** Durmakta veya sabit hızla hareket etmekte olan cisimlerin sabit yükler altında denge durumunu inceler.

- **Dinamik:** Hareket halindeki cisimlerin zamanla değişen yükler etkisindeki hareketi ile uğraşır.

- **Kinematik:** Bir harekete sebebiyet veren etkileri göz önüne almadan sadece hareketin kendisiyle (deplasman, hız ve ivme ilişkileri) ilgilenir.
- **Kinetik:** Cisimlerin hareketine sebep olan kuvvetlerle ivme ilişkisini inceler.

Doğadaki cisimlerin hepsi kuvvet etkileri altında az veya çok şekil değiştirirler. Şekil değiştiren malzemelerden yapılmış yapıların kuvvet etkisi altında davranışını inceleyen bilim dalına **Mukavemet** adı verilmektedir. Mühendislikte sonuçlara kolay ve hızlı bir şekilde ulaşmak için bazı kabuller (varsayımlar) yapılmaktadır. **Elastisite Teorisi**'nde ise mukavemetteki kabuller yapılmadan problem çözümleri incelenmektedir. Böylece elastisite teorisi kesin sonuç teorisi, mukavemet ise yaklaşık teori olarak adlandırılmaktadır. Elastisite teorisinde elde edilen kesin sonuçlar yardımıyla mukavemet teorisi sonuçlarının geçerliliği test edilmektedir.

## 1.2 TEMEL KAVRAMLAR

Rijit cisim mekaniği incelemesine başlamadan önce, belirli temel kavramlar ve ilkelerin anlaşılması önemlidir. Rijit cisim mekaniğinde karşılaşılan kavramlar özetle şu şekilde verilebilmektedir.

**Uzay:** Fiziksel olayın gerçekleştiği her yöne genişleyen sonsuz büyüklüktür. Uzayda bir nokta  $x$ ,  $y$ ,  $z$  koordinatlarıyla belirlenir. Uzay incelenen probleme bağlı olarak tek boyutlu, iki boyutlu ya da üç boyutlu olabilir.

**Uzunluk:** Uzaydaki bir noktanın konumunu belirlemek ve böylece bir fiziksel sistemin büyüklüğünü tanımlaman için gereklidir. Standart bir uzunluk birimi tanımlandığında, mesafeler ve cisimlerin geometrik özellikleri birim uzunluğun katları olarak tanımlanabilmektedir.

**Zaman:** Olayların birbirini takip etmesi olarak düşünülebilir. Statik ilkeleri zamandan bağımsız olmakla birlikte, bu büyüklük dinamik incelemesinde önemli rol oynamaktadır.

**Madde:** Uzayda yer kaplayan her şeydir. Bir cisim, kapalı bir yüzeyle çevrelenmiş bir maddedir.

**Cisim:** Tanım olarak cisim, uzayda yer kaplayan her şey cisim olarak adlandırılır. Cisimler çeşitli şekillerde (katı, sıvı, gaz vb.) olabilir. Davranışları çeşitli şekillerde modellenebilir. Mekanikte cisimler davranışına göre, rijit, elastik, elasto-plastik, vizkoelastik cisim olarak adlandırılır. Statikte ise cisimler rijit olarak kabul edilir. Yani cisimler kuvvet etkisi altında hiç şekil değiştirmezler.

**Atalet:** Maddenin, hareketteki değişikliğe karşı direnç gösterme özelliğidir.

**Kütle:** Bir cismin davranışını diğeriyle karşılaştırmak için kullanılan bir madde özelliğidir. Bu özellik, iki cisim arasında gravitasyonel çekim olarak kendini gösterir ve maddenin hız değişimine direncinin nicel bir ölçüsü olarak ortaya çıkar. Kütle, kuvvetin ivmeye bölünmesiyle elde edilir. ( $m=F/a$ )

**Kuvvet:** Genel olarak, bir cismin diğeriye uyguladığı “itme” ya da “çekme” olarak adlandırılabilir. Bu etkileşim, bir kişinin bir duvarı itmesi örneğinde olduğu gibi, cisimler birbirlerine temas ederken veya cisimler fiziksel olarak ayrı iken bile belirli bir mesafe üzerinden gerçekleşebilmektedir. İkinci durumun örnekleri arasında gravitasyonel, elektriksel ve manyetik kuvvetler gelmektedir.

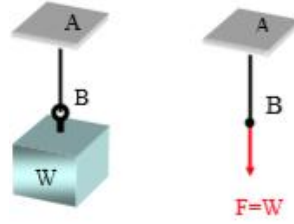
Kuvvetin etkileri olarak:

- a- Duran bir cismi harekete geçirir.
- b- Hareket halindeki bir cismin hareketini değiştirir.
- c- Etkilediği cismin boyutlarını değiştirir.

**Kütle kuvveti;** eğer kuvvet cismin yüzeyine etki ediyorsa yüzeysel kuvvet cismin tümüne hacimsel olarak dağılmışsa buna kütle kuvveti denir. Cismin karşılıklı etkilendikleri bağ kuvvetleri yüzeysel kuvvetlere örnek olarak verilebilir. Ayrıca elektrik ve manyetik kuvvetlerde kütle kuvvetine örnek olarak verilebilir.

Örnek olarak bir cisim ip, zincir vb. ile bir yere Şekil 1’de görüldüğü gibi asılmış ise yer çekimi etkisi ile ipi veya zinciri, düşey doğrultuda ağırlığı kadar bir kuvvetle aşağı doğru

çekmektedir. Kuvvet B noktasından etki etmektedir. Yönü aşağı ve doğrultusu AB olmaktadır.



Şekil 1.

Şekil 1’de gösterilen kuvvetin tam olarak belirtilebilmesi için şu 4 unsurun bilinmesi gerekir;

- A. Kuvvetin şiddeti ( $F$ )
- B. Uygulama noktası ( $B$ )
- C. Etkileme doğrultusu ( $AB$ )
- D. Yönü(Aşağı)

Kuvveti tanımlayan bu dört öğeye kuvvetin elemanları denir. Kuvvet gibi şiddeti, uygulama noktası, etki doğrultusu ve yönüyle tanımlanan büyüklüklere “*Vektörel*” büyüklükler denir. Kuvvet gibi ısı akışı, hız, ivme birer vektörel büyük iken, sıcaklık, uzunluk ve kütle skaler büyüklüktür.

### 1.3. İDEALLEŞTİRMELER

Mekanik, fiziksel olayları kendisine konu edinmiştir. Gerçekte olaylar çok karmaşıktır. Karmaşık olayları basit hale indirgeyebilmek için bazı idealleştirmeler yapılabilir ve bunlar problemleri formülleştirmede çok faydalıdır. Önemli idealleştirmelerin bazıları şu şekilde tanımlanabilmektedir.

**Parçacık:** Kütleli var olduğu halde hacmi- geometrik şekli görmezden gelinen parçadır. Bir kütle tane olarak kabul edildiğinde o kütleli içinde yer aldığı mekanik problemler geometrik ölçüleri dikkate alınmayacağı için son derecede basitleşir.

**Rijit cisim:** Birbirleri arasındaki uzaklık, bir kuvvet uygulanmadan önce ve sonra aynı kalan çok sayıdaki parçacığın birleşimi olarak düşünülebilir. Sonuç olarak, rijit olduğu varsayılan bir cismin malzeme özellikleri, cisim üzerine etkiyen kuvvetleri analiz ederken dikkate alınmak zorunda değildir. Çoğu durumda, yapılar, makineler, mekanizmalar ve benzeri cisimlerde meydana gelen deformasyonlar göreceli olarak küçüktür ve rijit cisim varsayımı yapılacak olan analizler için uygun olmaktadır.

**Süreklilik:** Ele alınan cismin atom ve molekülleri arasında sanki boşluk yokmuş gibi bütün hacmin boşluk kalmayacak şekilde bu malzeme ile dolu olduğunu kabul eder.

**Tekil kuvvet:** Bir cismin üzerine bir noktada etkilediği varsayılan yükleme etkisini temsil eder. Cismin toplam büyüklüğü ile karşılaştırıldığında, yükün uygulandığı alanın çok küçük olması şartıyla, bu etkiyi bir tekil kuvvet ile gösterebiliriz.

**Eşdeğer kuvvet sistemi:** Bir kuvvetin oynadığı rolü, n tane kuvvet uyguluyorsa, o bir kuvvet n tane kuvvete eşdeğerdir denir.

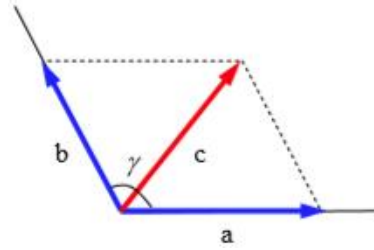
**Bileşke kuvvet:** n tane kuvvetin yaptığı rolün aynısı tek başına uygulayan kuvvete denmektedir.

**Bağlı cisim:** Bir cismin yapacağı etkilerden bazıları engelleniyorsa, bu cisim bağlı cisimdir.

#### 1.4. STATİĞİN PRENSİPLERİ

##### *Paralel Kenar Kanunu*

Bir cismin herhangi bir noktasına etkiyen, iki kuvvetin etkisi, bir paralel kenarın köşegeni ile gösterilen tek bir kuvvetin etkisine denktir. Bu kuvvete Bileşke kuvvet denir. Aşağıdaki Şekil 2’de görüldüğü gibi a ve b vektörlerinin toplamı paralel kenar kuralına göre c vektörüne eşittir.



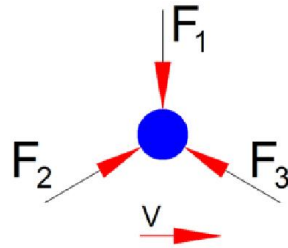
Şekil 2

##### *Newton’un Üç Hareket Kanunu*

Rijit cisim mekaniği konusunun tamamı, geçerliliği deneysel gözleme dayanan, Newton’un üç hareket kanunu temel alınarak formüle edilir.

##### *Newton’un 1. Kanunu: Denge Koşulu*

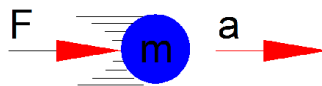
Başlangıçta durağan halde olan veya sabit hızla bir doğru boyunca hareket eden bir parçacık, dengelenmemiş bir kuvvet etki etmedikçe durumunu korur. Denge halindeki kuvvetlerin etkisinde bir maddesel nokta, ya sabit durur ya da doğrusal hareket eder.



Şekil 3

##### *Newton’un 2. Kanunu*

Üzerine dengelenmemiş bir kuvvet etki eden bir parçacık, kuvvetle aynı doğrultuda ve büyüklüğü kuvvetle doğru orantılı olan bir ivme kazanır. m kütleli bir cisme uygulanan kuvvet şu şekilde ifade edilir;  $F=ma$



Şekil 4

### Newton'un 3. Kanunu

Temas halindeki cisimlerin temas noktasındaki etki ve tepki kuvvetleri aynı doğrultuda ve şiddette, fakat zıt yönlüdür.



Şekil 5

Şekil 5'deki top bir düzlem üzerinde durmaktadır. Düzlemde, yani x, y doğrultularında top harekete karşı serbest olduğu halde düşey doğrultuda (z yönünde) hareket serbestliği yoktur. Bu kanuna göre düzlemin topa gösterdiği tepki kuvveti  $R=W$  dir.

Statikte, harekete karşı tamamıyla serbest olmayan cisimlerin denge şartlarını incelemek zorunda kalırız. Cismin herhangi bir doğrultu ve yöndeki serbest hareketine mani olan şeye Bağ denir. Dolayısıyla orada doğan kuvvete de Bağ Kuvveti (Reaksiyon Kuvveti) denir.

**Newton'un Genel Çekim Kanunu:** Newton üç hareket kanunu formüle ettikten kısa süre sonra, iki parçacık arasındaki karşılıklı çekimle ilgili bir kanun ortaya koymuştur. Bu kanun;

$F$  = iki parçacık arasındaki çekim kuvveti

$G$  = Gravitasyonel sabit; deney sonuçlarına göre,  $G = 66.73 (10^{-12})\text{m}^3/(\text{kg.s}^2)$

$m_1, m_2$  = her bir parçacığın kütlesi,

$r$  = iki parçacık merkezleri arasındaki uzaklık

Olmak üzere, matematiksel olarak  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$  şeklinde ifade edilmektedir.

**Örnek:** 70 Kg kütlesi olan bir insanın dünya üzerine uyguladığı kuvvet ile ay üzerine uygulayacağı kuvveti ve yer çekimi ivmelerini bulunuz.

a) Dünya üzerinde insan

İnsanın kütlesi  $m_1 = 70 \text{ Kg}$

Dünyanın kütlesi  $m_2 = 5.9 \times 10^{24} \text{ kg}$

Dünyanın merkezi ile insanın merkezi arasındaki mesafe  $r = 6.380.000 \text{ metre}$

$G = 66.73 \times 10^{-12} \text{ m}^3/(\text{kg.s}^2)$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 66.73 \times 10^{-12} \times \frac{70 \times 5.9 \times 10^{24}}{6380000^2} \Rightarrow F = 687 \text{ N}$$

$$F = ma \Rightarrow a = F/m \Rightarrow a = 687/70 = a = 9.8 \text{ m/s}^2$$

b) Ay üzerinde insan

İnsanın kütlesi  $m_1 = 70 \text{ Kg}$

Ayın kütlesi  $m_2 = 7.4 \times 10^{22} \text{ kg}$

Ayın merkezi ile insanın merkezi arasındaki mesafe  $r = 1.730.000 \text{ m}$

$G = 66.73 \times 10^{-12} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 66.73 \times 10^{-12} \times \frac{70 \times 7.4 \times 10^{22}}{1730000^2} \Rightarrow F = 116 \text{ N}$$

$$F = ma \Rightarrow a = F/m \Rightarrow a = 116/70 = a = 1.66 \text{ m/s}^2$$

**Ağırlık:** Yukardaki denkleme göre, herhangi iki parçacık veya cisim arasında karşılıklı olarak etki eden bir çekim (gravitasyonel) kuvveti vardır. Dünya yüzeyi üzerinde yer alan veya yeryüzüne yakın konumda bulunan bir parçacık için, anlamlı bir büyüklüğe sahip tek gravitasyonel kuvvet dünya ile parçacık arasında olmalıdır. Sonuç olarak, **ağırlık** olarak adlandırılan bu kuvvet, mekanik incelememizde ele alınan tek gravitasyonel kuvvet olacaktır.

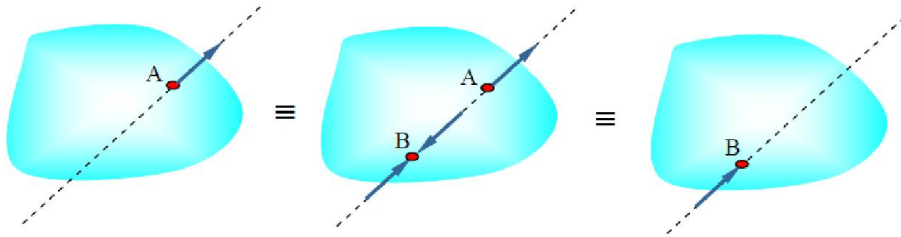
Dünyanın kütlesi ve ağırlık merkezleri arasındaki mesafe sabit olduğu için formülasyon aşağıdaki şekli alır;

$$W = G \frac{m_D \cdot m}{r^2} \quad \boxed{W = mg}$$

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$

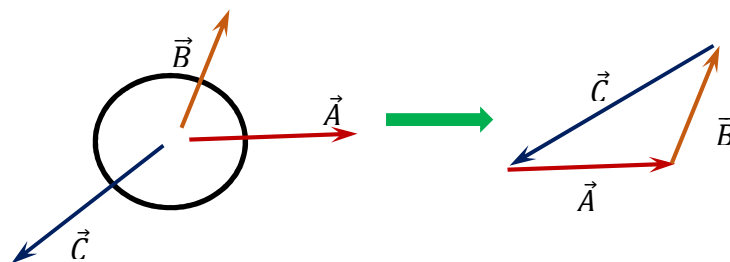
### 1.3.5 Süperpozisyon İlkesi

Bir rijit cismin bir noktasına etkiyen bir kuvvetin yerine, aynı tesir çizgisi üzerinde, aynı şiddet, doğrultu ve yönde, fakat başka bir noktaya etkiyen bir kuvvet konulursa, rijit cismin denge ve hareketinde bir değişiklik olmaz. Bu durum Şekil 6’da gösterilmiştir.



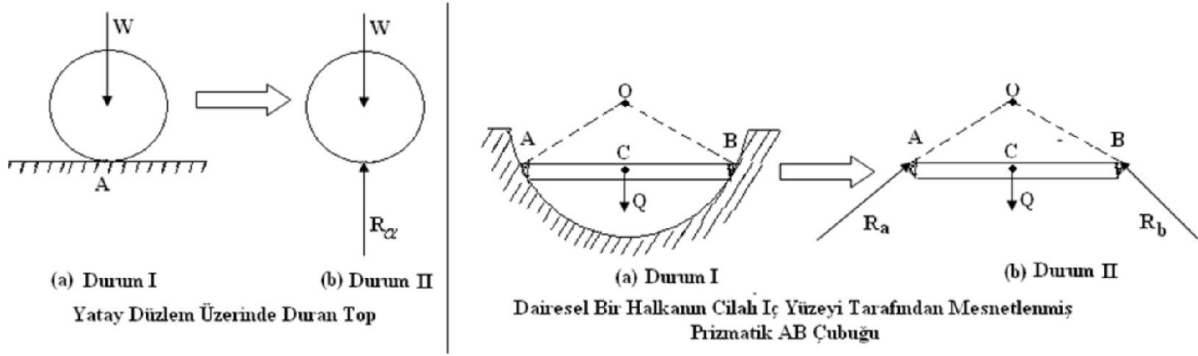
Şekil 6

- ❖ Üç vektörün etki ettiği bir cismin dengede olabilmesi için bu üç vektörün “kapalı kuvvetler üçgeni” oluşturması gerekir. Maddesel nokta üçten fazla kuvvetin etkisinde dengede ise problem grafik yoldan bir kuvvetler çokgeni çizerek çözülebilir.



## Kuvvetler Üçgeni

**Bağ (Mesnet):** Cismin herhangi bir doğrultudaki serbest hareketine mani olan şeye *bağ* denir. Örneğin, yatay bir düzlem üzerinde duran top, düzlem boyunca harekete karşı serbest olduğu halde, düşey olarak aşağıya doğru hareket edemez.



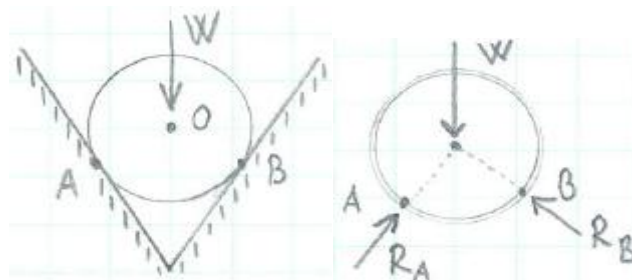
**Mesnet (Bağ) Tepkileri:** Bir takım dış kuvvetlerin etkisine maruz olan ve harekete karşı tamamıyla serbest olmayan bir cisim mesnet noktalarında bir takım *basınçlar* meydana getirir. Bir mesnet üzerindeki herhangi bir basınç, mesnetten eşit fakat zıt yönlü bir basıncın doğmasına sebep olur, öyle ki tesir ve zıt tesir (reaksiyon) eşit fakat zıt yönlü iki kuvvettirler.

Bağlı cisme etkiyen iki cins kuvvet:

- *Aktif kuvvetler* (verilen kuvvetler): Yerçekimi kuvveti (  $W$ ,  $Q$  ) vb.
- Mesnetler yerine konulan *zıt tesir kuvvetleri* (veya *reaksiyon kuvvetleri*) gelir ki yukarıdaki şekilde gösterilen  $R_a$ ,  $R_b$  kuvvetleri bu çeşit kuvvetlerdir.

**Serbest Cisim Diyagramı (SCD):** Mekaniğe ait problemleri çözebilmek için, o duruma ait matematik model oluşturmak gerekmektedir. Cisimlerin mesnetlerinden izole edilip kendilerine etkiyen aktif kuvvetlerle, reaksiyon kuvvetlerinin bir arada gösterildiği modele *serbest cisim diyagramı* adı verilir.

Bir cismin dengede olduğunu söyleyebilmek için yalnız aktif kuvvetlerin dengede olması yeterli değildir. Aktif ve reaksiyon kuvvetlerinin hep birlikte denge koşullarını sağlaması gerekir.



*Serbest Cisim Diyagramı*

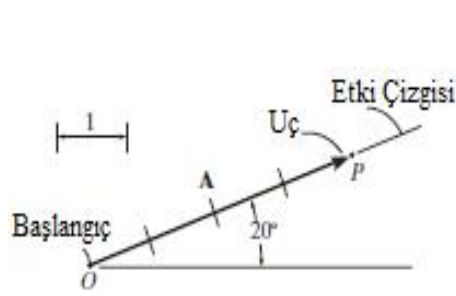
## 2. KUVVET VEKTÖRLERİ

Bu kısımda tekil kuvvet kavramının ne olduğunu anlayacak, kuvvetleri toplama, bileşenlerine ayırma ve bir eksen üzerine izdüşümlerinin bulunması konularında bilgiler öğreneceğiz. Kuvvet vektörel bir büyüklük olduğundan, kuvvetler söz konusu olduğunda vektör cebirinin kurallarını kullanmalıyız. İncelememize önce skaler ve vektörel büyüklükleri tanımlayarak başlayacak ve vektör cebirinin temel kurallarının bir kısmını değineceğiz.

### 2.1. Skalerler ve Vektörler

**Skaler:** Pozitif veya negatif bir sayı ile karakterize edilen bir büyüklüğe skaler adı verilir. Kütle, hacim ve uzunluk statikte sık kullanılan skaler büyüklüklerdir.

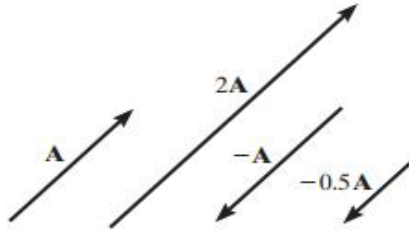
**Vektör:** Bir büyüklük ve bir doğrultuya sahip bir büyüklüktür. Statikte sık karşılaşılan vektörel büyüklükler konum, kuvvet ve momenttir.



Bir vektör grafiksel olarak büyüklük, doğrultu ve yönünü tanımlamada kullanılan bir okla gösterilmektedir. Vektörün büyüklüğü okun uzunluğuyla, doğrultusu bir referans eksenini ve okun etki çizgisi arasındaki açı ile tanımlanır ve yönü ok ucuyla gösterilir. Örnek olarak şekilde gösterilen A vektörü 4 birim uzunlukta, doğrultusu yatay ile saatin tersi yönünde ölçülen  $20^\circ$ 'dir ve yönü sağ yukarı doğrultusundadır. O noktası vektörün başlangıcı, P noktasına ucu olarak tanımlanmaktadır.

### 2.2 Vektörel İşlemler

**Vektörün bir skalerle çarpımı ve bölümü:**



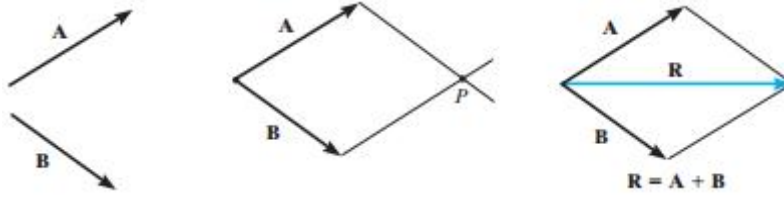
Bir vektör pozitif bir skaler ile çarpıldığında, bu vektörün büyüklüğü skaler çarpanın büyüklüğü miktarında artar. Negatif bir skaler ile çarpmak, vektörün yönünün değişmesine neden olur.

**Vektörlerin toplamı:**

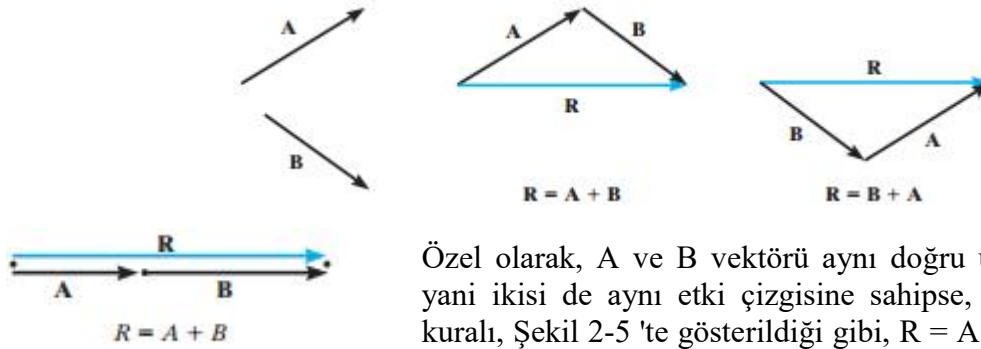
İki vektörü toplarken hem büyüklüklerini hem de yönlerini hesaba katmak önemlidir. Bunu yaparken paralelkenar kuralını kullanabiliriz. Şekilde gösterilen iki vektör toplamında bileşke kuvvet  $R = A + B$ 'yi elde etmede kullanılacak basamaklar şunlardır;

- Önce, A ve B vektörleri başlangıç noktalarında birleştirilir.
- Her bir vektörün uçlarından çizilen paralel doğrular, bir noktada kesişerek paralelkenarın bitişik kenarlarını oluşturur.
- R bileşkesi, A ve B'nin başlangıcından doğruların kesişim noktasına uzanan, paralelkenarın köşegenidir.





B'yi A'ya, paralelkenar kuralının özel bir hali olan üçgen oluşturmaya kullanarak ta ekleyebiliriz; B vektörü, "uç-başlangıç" usulü ile yani A'nın ucu B'nin başlangıcına bağlanmak suretiyle, A vektörüne eklenir. R bileşkesi A'nın başlangıcından B'nin ucuna uzanır. Benzer şekilde, R, A B'ye eklenerek de elde edilebilir, Sonuçların karşılaştırılmasından, vektör toplamının değişme özelliğine sahip olduğu görülür, bir başka deyişle, vektörler herhangi bir sırada toplanabilir, yani  $R = A + B = B + A$



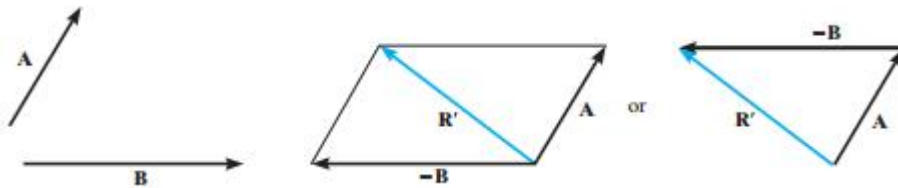
Özel olarak, A ve B vektörü aynı doğru üzerinde ise, yani ikisi de aynı etki çizgisine sahipse, paralelkenar kuralı, Şekil 2-5 'te gösterildiği gibi,  $R = A + B$  cebirsel veya skaler toplamına indirgenir.

### Vektörlerin farkı:

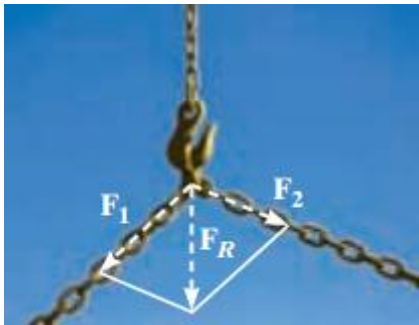
İki vektör arasındaki farkın bileşkesi toplama işleminde olduğu gibi ifade edilmektedir.

$$R = A - B = A + (-B)$$

İki vektörün farkı toplamın bir özel hali olarak tanımlanmış olmaktadır, dolayısıyla vektör toplamı ile ilgili kurallar vektör farkı için de uygulanır.



### 2.3 Kuvvetlerin Vektörel Toplamı

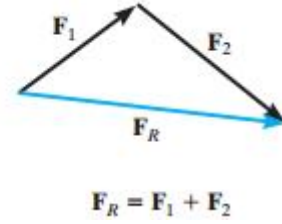
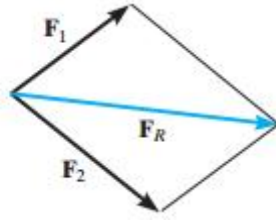
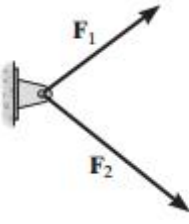


Kuvvetler, belli bir büyüklük, doğrultu ve yöne sahip oldukları için vektörel bir büyüklüktür ve paralelkenar kuralına göre işlemleri yapılır.

Statikte iki genel problem içerir.

- Bileşenlerden bileşke kuvveti bulmayı
- Bilinen bir kuvveti iki bileşene ayırmayı

İkiden fazla kuvvet toplanacaksa, bileşke kuvveti bulmak için paralelkenar kuralı arka arkaya uygulanabilir

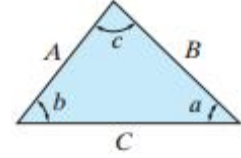


$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

### Analizlerde İzlenecek Yol:

İki kuvvetin toplanmasını içeren ve en fazla iki bilinmeyen içeren problemlerin çözümünde kullanılacak iki yöntem şunlardır;

1. Paralelkenar Kuralı: Bu kural kullanılarak vektör toplamını gösteren bir şekil çizilir. Problem çözümünde paralel kenar içi açıları hesaplanır. Dikkat edilmesi gereken nokta bu açıların toplamının  $360^\circ$  olması gerektiğidir. Bilinen ve bilinmeyen kuvvet büyüklükleri ile bilinmeyen açıları bu şekilde belirtilmelidir.
2. Trigonometri: Bu yöntem kullanılarak, üçgen üzerindeki iki bilinmeyen belirlenebilir. Üçgen  $90^\circ$ 'lik bir açı içermiyorsa, çözüm için sinüs ve kosinüs kanunu kullanılabilir.



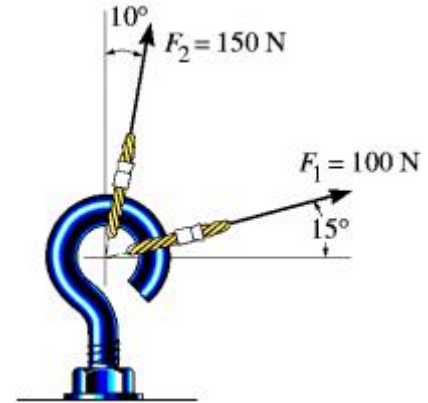
### Sinüs Kanunu

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

### Kosinüs Kanunu

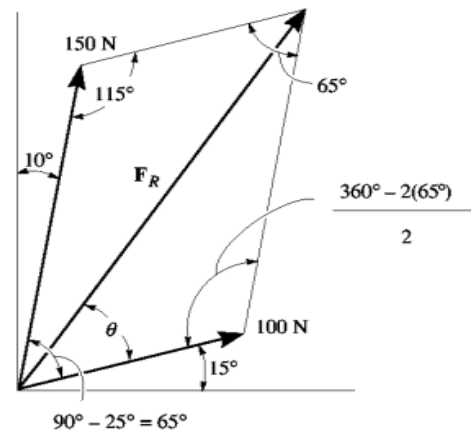
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos c}$$

**Örnek Problem 1:** Şekildeki kanca  $F_1$  ve  $F_2$  kuvvetlerine maruzdur. Bileşke kuvvetin büyüklük ve doğrultusunu bulunuz.



### Çözüm:

**Paralelkenar Kuralı:** Bileşke kuvvet paralel kenar kuralı ile oluşturulur. Vektör toplamı şekildeki gibi yapılır.  $F_R$  ve  $\theta$  açısı olmak üzere iki bilinmeyen vardır.



*Trigonometri:*  $F_R$  kosinüs kanunu yardımıyla belirlenir.

$$F_R = \sqrt{(100N)^2 + (150N)^2 - 2(100N)(150N)\cos 115}$$

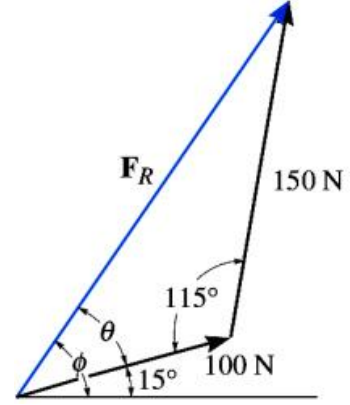
$$= \sqrt{10000 + 22500 - 30000(-0.4226)} = 212.6N \approx 213N$$

$\theta$  açısı hesaplanan  $F_R$  değeri kullanılarak, sinüs kanunu ile belirlenir.

$$\frac{150N}{\sin \theta} = \frac{212.6N}{\sin 115^\circ} \Rightarrow \sin \theta = \frac{150N}{212.6N} (\sin 115^\circ) \Rightarrow \theta = 39.8^\circ$$

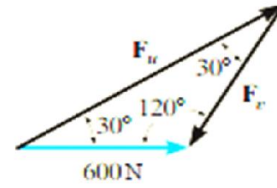
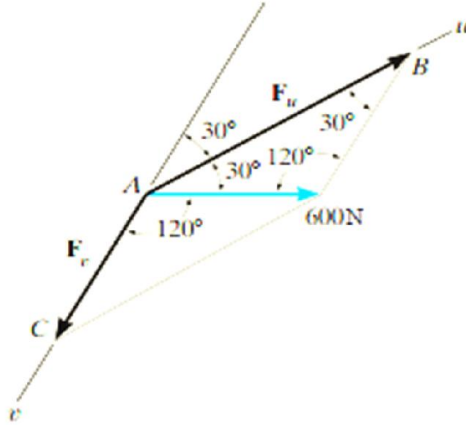
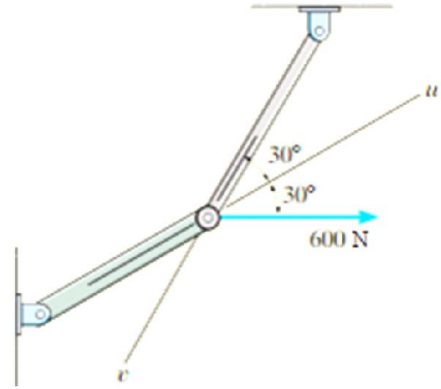
Dolayısıyla,  $F_R$  bileşke kuvvetinin yatayla ölçülen  $\phi$  (fi) değeri:

$$\phi = 39.8^\circ + 15.0 = 54.8^\circ$$



**Örnek Problem 2:** Şekildeki 600N büyüklüğündeki bileşke kuvvetin  $u$  ve  $v$  eksenleri boyunca bileşenlerini bulunuz.

**Çözüm:**



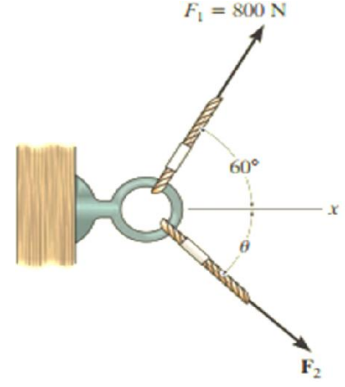
Paralelkenar kuralını uygulayarak, 600 N kuvvetinin başından  $v$  eksenine paralel bir çizginin B noktasında  $u$  eksenine paralel bir çizginin A'dan B'ye kadar olan ok ile  $F_u$  kuvveti oluşturulur. Benzer şekilde,  $u$  eksenine paralel bir çizginin C noktasında  $v$  eksenine paralel bir çizginin A'dan C'ye kadar olan  $F_v$  kuvveti oluşturulur.

Üçgen kuralını uygulayarak vektör toplama işlemi yapıldıktan sonra,  $F_u$  ve  $F_v$  iki bilinmeyeni belirliyoruz. Sinüs kuralını kullanarak;

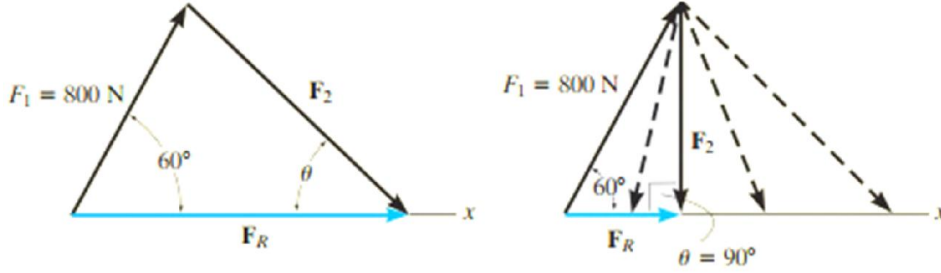
$$\frac{F_u}{\sin 120^\circ} = \frac{600N}{\sin 30^\circ} \Rightarrow F_u = 1039N$$

$$\frac{F_v}{\sin 30^\circ} = \frac{600N}{\sin 30^\circ} \Rightarrow F_v = 600N$$

**Örnek Problem 3:** Şekildeki verilen sistem bileşke kuvvetin  $+x$  yönünde ve  $F_2$  kuvvetinin olabilecek en küçük büyüklükte olabilmesi için  $\theta$  açısını ve bileşke kuvveti hesaplayınız.



**Çözüm:**



$F_R = F_1 + F_2$  üçgen kuralını kullanarak şekilde gösterildiği gibi oluşturuyoruz. Soruda  $F_R$  ve  $F_2$  kuvvetlerinin büyüklükleri için herhangi bir değer verilmediğinden dolayı,  $F_2$  kuvveti  $F_R$  bileşen kuvvetinin baş kısmına değebilecek herhangi bir büyüklüğe sahip olabilmektedir. Fakat soruda bize  $F_2$  kuvvetinin alacağı en küçük değeri sorduğu için, bu durumu sadece bileşke kuvvetle dik açı yaptığı noktada alabiliyoruz. Dolayısıyla;

$$\theta = 90^\circ$$

Trigonometri yardımıyla;

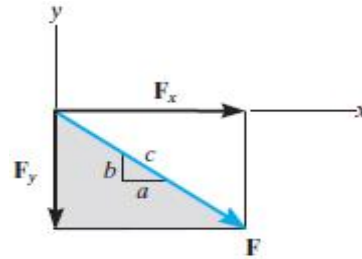
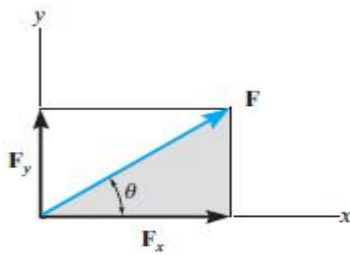
$$F_R = (800\text{ N}) \cos 60^\circ = 400\text{ N}$$

$$F_2 = (800\text{ N}) \sin 60^\circ = 693\text{ N}$$

## DÜZLEMSEL KUVVETLERİN TOPLANMASI

Bir kuvvet,  $x$  ve  $y$  eksenleri boyunca iki bileşene ayrıştırıldığında dik bileşenler olarak adlandırabiliriz. Bu bileşenleri skaler veya kartezyen vektör gösterimleri olarak iki şekilde elde edebiliriz.

**Skaler gösterim:** Paralelkenar kuralını yardımıyla  $F$  bileşke kuvvetinin  $F = F_x + F_y$  şeklinde yazılır.

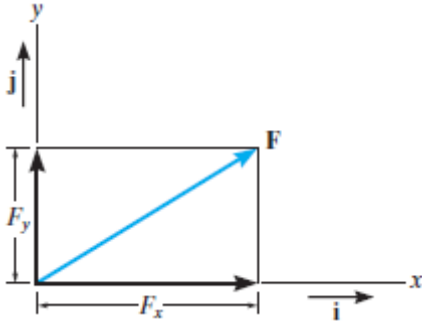


$$F_x = F \cos \theta \quad F_y = F \sin \theta$$

$$\frac{F_x}{F} = \frac{a}{c} \Rightarrow F_x = F \left( \frac{a}{c} \right)$$

$$\frac{F_y}{F} = \frac{b}{c} \Rightarrow F_y = F \left( \frac{b}{c} \right)$$

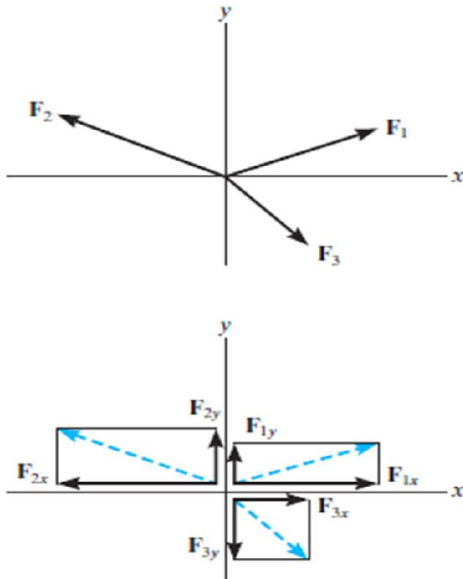
### Kartezyen vektör gösterimi:



Bir kuvvetin  $x$  ve  $y$  bileşenlerini kartezyen birim vektörleri  $i$  ve  $j$  cinsinden göstermek de mümkündür. Boyutsuz büyüklükleri 1 olduğu için birim vektörler olarak adlandırılırlar ve bu nedenle  $x$  ve  $y$  eksenlerinin yönlerini belirtmek için kullanılabilirler.

$$F = F_x i + F_y j$$

### Düzlemsel kuvvetlerin bileşenleri:



Düzlemsel kuvvetlerin çözümünde önce  $x$  ve  $y$  bileşenleri bulunup, aynı eksene denk gelen bileşenler toplanır.

$$F_1 = F_{1x} i + F_{1y} j$$

$$F_2 = -F_{2x} i + F_{2y} j$$

$$F_3 = F_{3x} i - F_{3y} j$$

Bu şekilde bileşke vektör;

$$\begin{aligned} F_R &= F_1 + F_2 + F_3 \\ &= F_{1x} i + F_{1y} j - F_{2x} i + F_{2y} j + F_{3x} i - F_{3y} j \\ &= (F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}) i + (F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}) j \\ &= (F_{Rx}) i + (F_{Ry}) j \end{aligned}$$

Skaler gösterim ile yapılırsa aynı sonuç elde edilir;

$$\rightarrow (F_R)_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$

$$\uparrow (F_R)_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$

Genel olarak, herhangi bir sayıda düzlemsel kuvvetin bileşkesinin  $x$  ve  $y$  bileşenleri, bütün kuvvetlerin  $x$  ve  $y$  bileşenlerinin cebirsel toplamıyla hesaplanabilir.

$$F_{Rx} = \sum F_x$$

$$F_{Ry} = \sum F_y$$

Buna göre pozitif koordinat eksenleri yönündeki bileşenler pozitif Skalerler, negatif koordinat eksenleri yönündeki bileşenler negatif Skalerler olarak elde edilirler. Buna göre de, bileşke

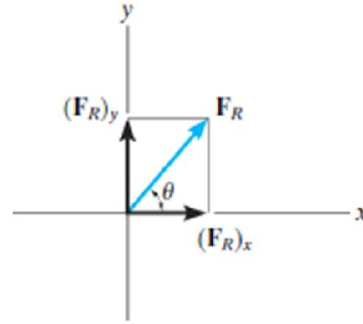
kuvvetin bileşenlerinin işaretleri bu bileşenlerin yönünü belirleyecektir. Yani, pozitif bir sonuç, bileşenin pozitif koordinat yönünde olduğunu göstermektedir.

Bileşenler elde edildikten sonra, doğrultuları göz önüne alınarak, toplam bileşke kuvvet Pisagor bağıntısı bulunur.

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

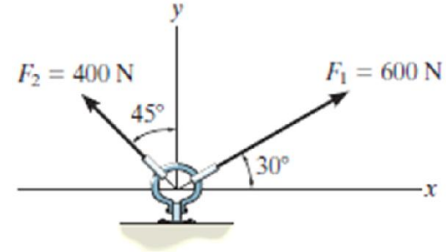
Toplam bileşke kuvvetin yönünün belirleyen açı;

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{(F_R)_y}{(F_R)_x} \right|$$



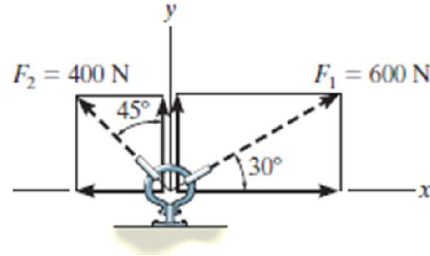
### ÖRNEK:

Şekilde verilen halkaya F<sub>1</sub> ve F<sub>2</sub> kuvvetleri uygulanmaktadır. Bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve doğrultusunu belirleyiniz.



### ÇÖZÜM:

Skaler Gösterimi: Bu problemi paralelkenar kurallı kullanılarak da çözümlenebilir. Ancak biz her bir kuvveti x ve y bileşenlerine ayırarak problemi çözeceğiz.



$$\rightarrow (F_R)_x = \sum F_x \rightarrow (F_R)_x = 600 \cos 30^\circ N - 400 \sin 45^\circ N = 236.8 N \rightarrow$$

$$\uparrow (F_R)_y = \sum F_y \rightarrow (F_R)_y = 600 \sin 30^\circ N + 400 \cos 45^\circ N = 582.8 N \uparrow$$

$$F_R = \sqrt{(236.8 N)^2 + (582.8 N)^2} = 629 N$$

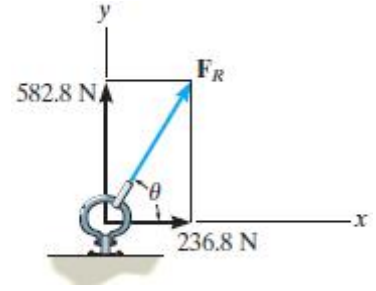
$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{582.8 N}{236.8 N} \right) = 67.9^\circ$$

Kartezyen vektör gösterimi:

$$F_1 = \{600\cos 30^\circ i + 600\sin 30^\circ j\}N$$

$$F_2 = \{-400\sin 45^\circ i + 400\cos 45^\circ j\}N$$

$$\begin{aligned} F_R = F_1 + F_2 &= \{600\cos 30^\circ N - 400\sin 45^\circ N\}i + \{600\sin 30^\circ N + 400\cos 45^\circ N\}j \\ &= \{236.8i + 582.8j\}N \end{aligned}$$



**Not:** İki çözüm yöntemi karşılaştırıldığında, skaler gösterimin kullanılmasının daha verimli olduğu görülmektedir, çünkü bileşenleri toplamadan önce, her bir kuvveti kartezyen vektör şeklinde ifade etmek zorunda olmadan, skaler bileşenler doğrudan bulunabilmektedir. Ancak, kartezyen vektör analizinin, üç boyutlu problemlerin çözümünde daha avantajlı olduğu sonraki bölümlerde gösterilecektir.

## REFERANSLAR

1. Mühendislik Mekaniği-Statik (Metrik Baskı), R.C. HİBBELER, S.C. FAN, Çevirenler: Ayşe SOYUÇOK, Özgün SOYUÇOK, Literatür Yayınları, 1. Basım, Mart 2005, ISBN: 975-04-0217-0.
2. Statik-Mukavemet Ders Notları, Prof. Dr. Zihni ZERİN, OMÜ, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü.
3. Statik Ders Notları, Prof. Dr. Muzaffer Topçu, PAÜ Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü.
4. Statik Ders Notları, Doç. Dr. Hüseyin BAYIROĞLU, YTÜ, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü.
5. Statik Ders Notları, Prof. Dr. Cesim ATAŞ, DEÜ, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü.