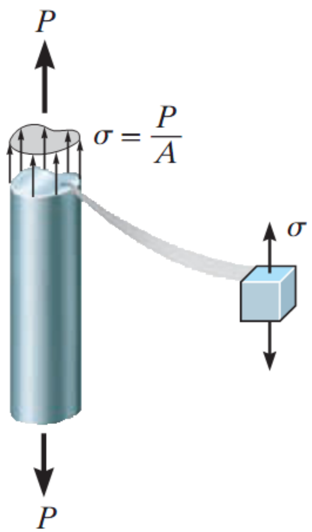
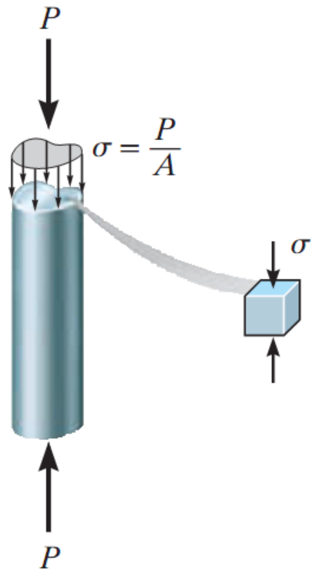
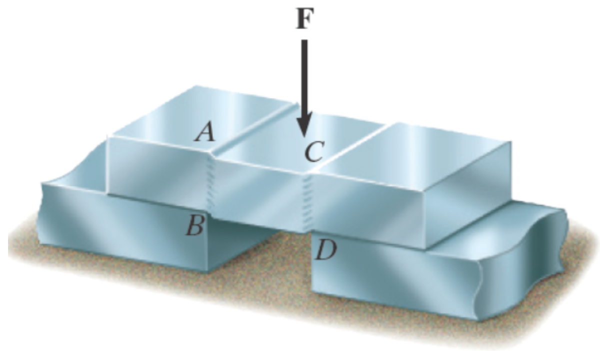
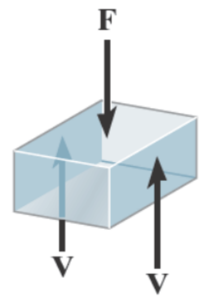
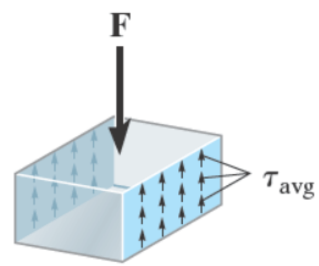

P
$\sigma = \frac{P}{A}$
σ
P


P
$\sigma = \frac{P}{A}$
σ
P


F
A
C
B
D

(a)


F
V
V


F
τ_{avg}

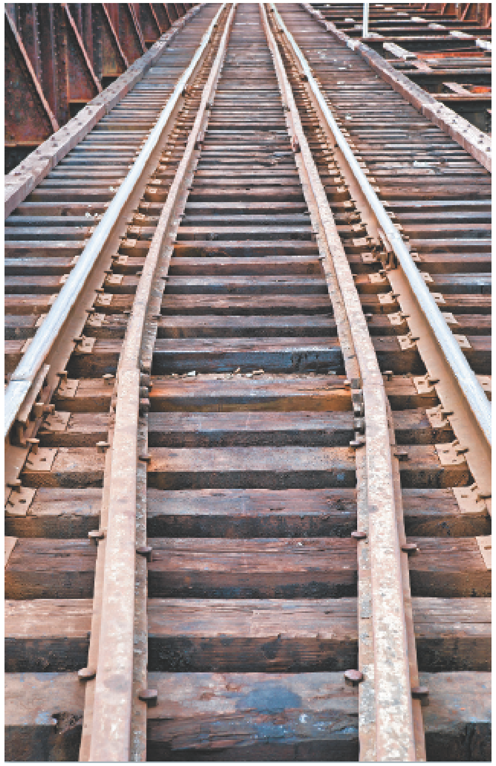
1-gerilme

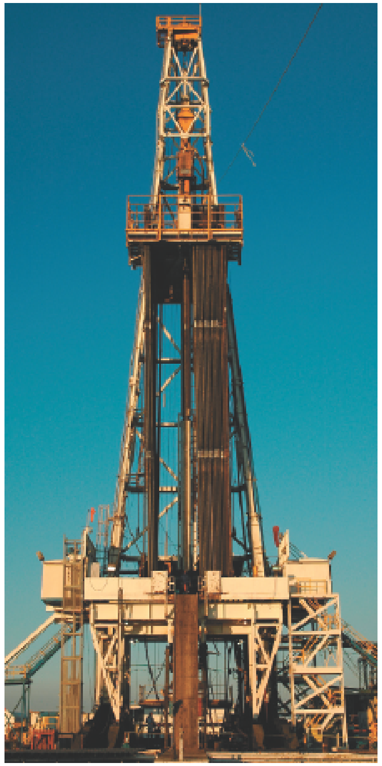
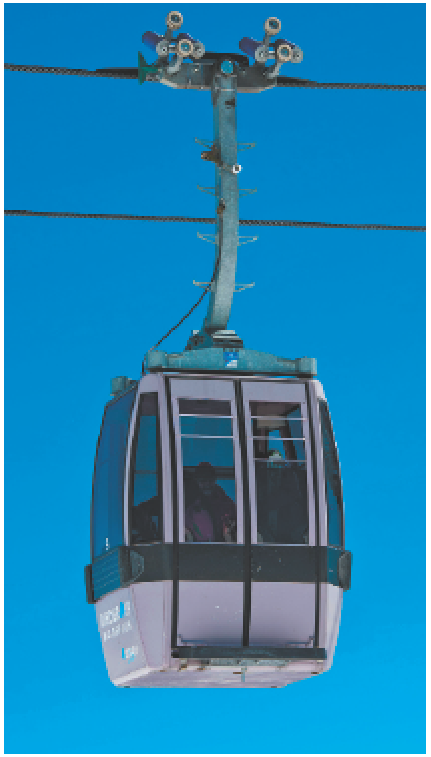
1-Gerilme

1.1. Giriş

Statik cisimlerin dengesi ile ilgilenir ve cisimlerin şekil değiştirmediği kabul edilir. Oysa gerçekte tüm cisimler malzeme, yük, şekil vb. bağlı olarak şekil değiştirirler. **Mukavemet**, mekaniğin **şekil değiştirebilen katı cisimler** ile ilgilenen bir dalıdır. Cisme etkiyen dış yükler ile cisim bünyesindeki **iç kuvvetler** sebebiyle oluşan **gerilmeler** ve **şekil değiştirmeler** arasındaki ilişkiyle ilgilenir. Gerilme, cismin yapıldığı malzemenin dayanımı ile ilgilidir. Şekil değiştirme ise cismin deformasyonunun bir ölçüsüdür.

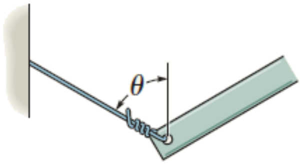
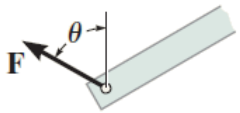
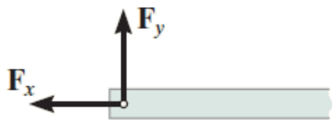
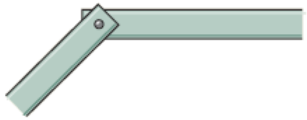
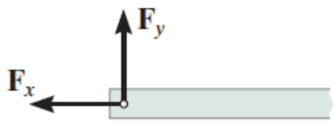
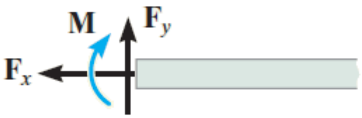
Günlük hayatta bir çok cisim, yapı veya makina, kullanım amacına bağlı olarak çeşitli yüklerin etkisi altında kalmaktadır. Bu cisimlerin dış yükleri güvenle taşıması ihtiyacı önemli bir mühendislik problemidir.



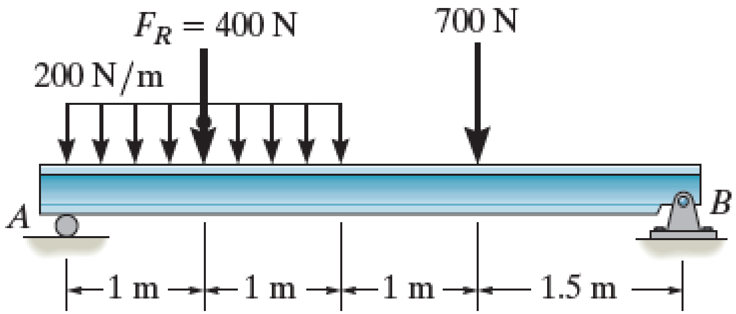
1.1. Giriş

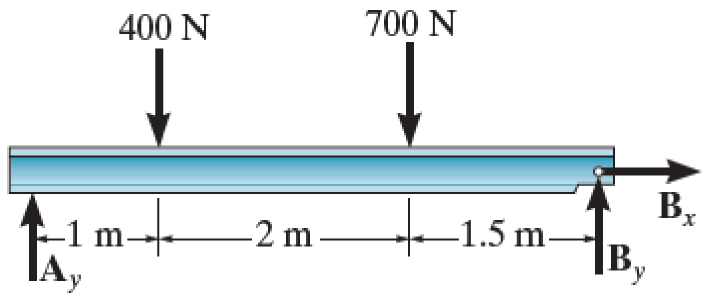
Düzlem kuvvetler etkisindeki sistemler için sıklıkla karşılaşılan mesnet (bağlantı) tipleri aşağıda verilmiştir. Genel bir kural olarak, eğer bir mesnet herhangi bir doğrultudaki ötelenmeyi engelliyor ise, o doğrultuda bir reaksiyon kuvvetinin olması gerekir. Benzer şekilde, eğer mesnette dönme engelleniyor ise, dönme doğrultusunda bir reaksiyon momentinin olması gerekir. Örneğin kayıcı mesnette sadece bir doğrultuda ötelenme engellendiğinden, sadece ötelenmenin engellendiği doğrultuda reaksiyon kuvveti oluşur. Buna karşın, ankastre mesnette hem yatay ve düşey ötelenme hem de dönme engellenmektedir. Bu sebeple, ankastre mesnette hem yatay ve düşey reaksiyon kuvvetleri hem de reaksiyon momenti oluşur.

Bağlantı tipi	Reaksiyon	Bağlantı tipi	Reaksiyon
 Kablo		 Basit mesnet	
 Kayıcı mesnet		 Mafsal (pim)	
 Ankastre mesnet			

1-Gerilme

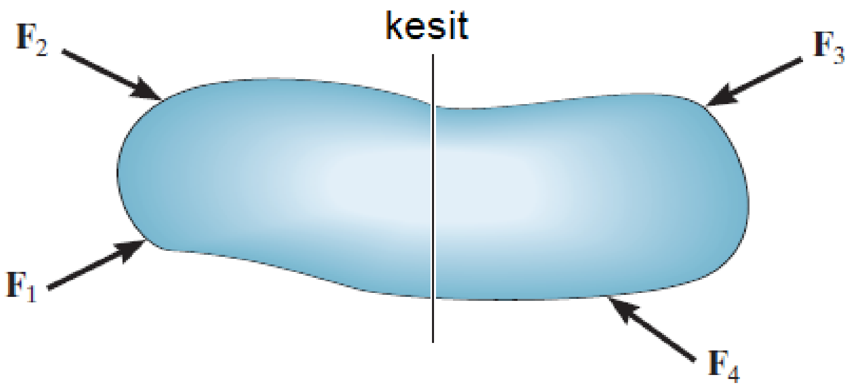
Mukavemet uygulamaları için **statik** önemli bir rol oynar. Zira gerilme ve şekil değiştirme problemlerinde cisme etkiyen dış kuvvetler sonucunda cisimde meydana gelen **iç kuvvetler** önemli bir yer tutar. Statik, **serbest cisim diyagramları** için yazılacak **denge denklemleri** ile bilinmeyen bağ ve reaksiyon kuvvetlerinin belirlenmesi için kullanılır.

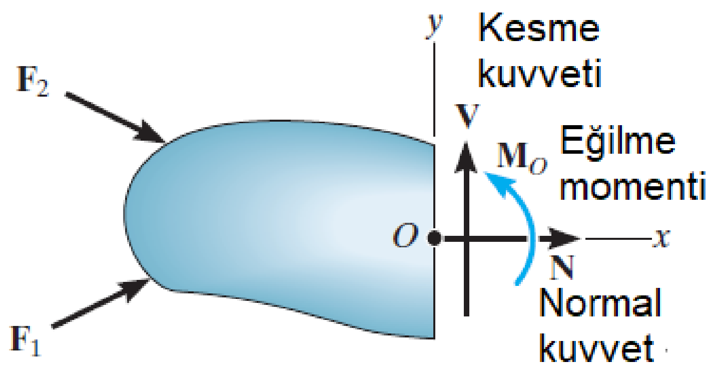




$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma M_O = 0$$

Düzlem sistemler için iç kuvvetlerin belirlenmesinde, kesim yöntemi ile elde edilecek parçalar için tüm kuvvetlerin gösterildiği serbest cisim diyagramları ve denge denklemleri kullanılır.



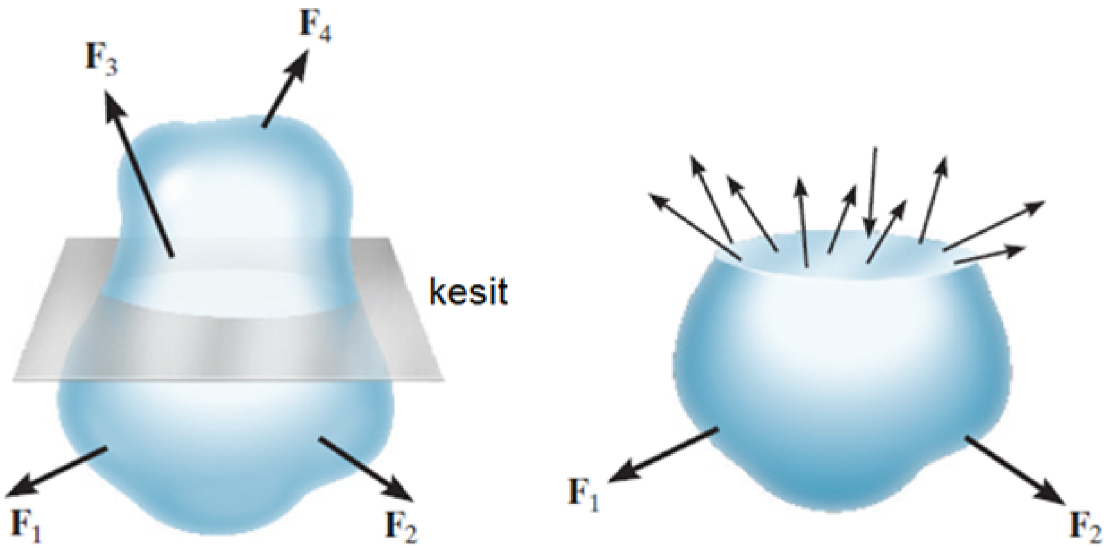


$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma M_O = 0$$

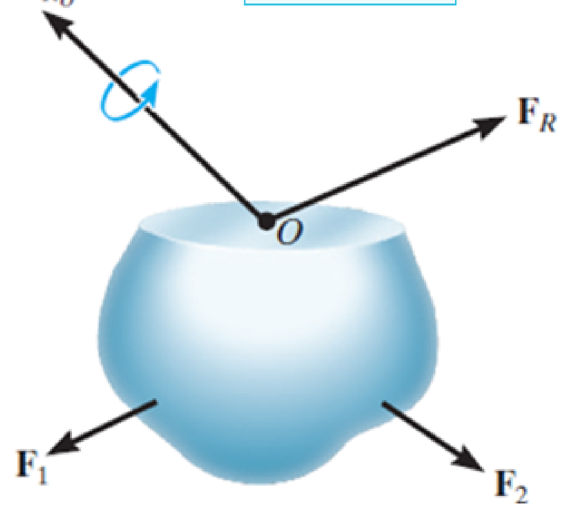
1-Gerilme

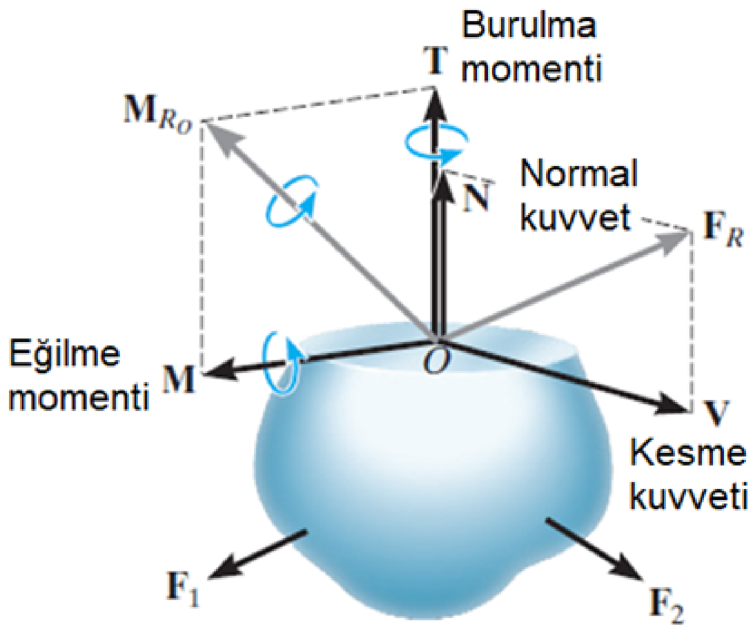
Üç boyutlu sistemlerde iç kuvvetlerin belirlenmesi için de, kesim yöntemi ile elde edilecek parçalar için tüm kuvvetlerin gösterildiği serbest cisim diyagramları ve denge denklemleri kullanılır.

İç kuvvet vektörleri kesit merkezinde bileşkeleri (M_{RO} ve F_R) ile gösterilebilir. Bileşke moment ve kuvvet vektörleri, kesit düzleminde belirlenmiş eksen takımındaki iç kuvvet bileşenlerine de ayrılabilir.



$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$$
$$\Sigma \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$$





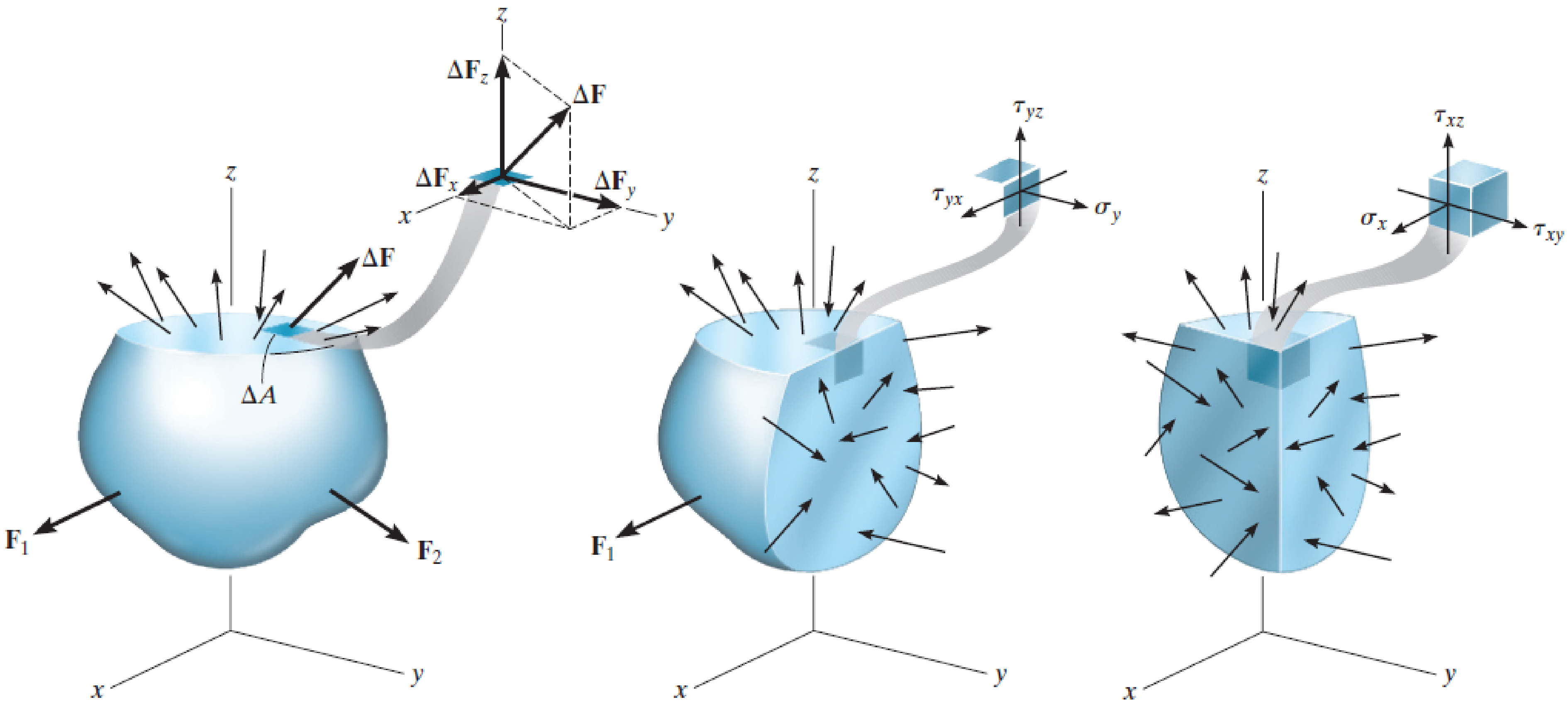
$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_z = 0$$
$$\Sigma M_x = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \quad \Sigma M_z = 0$$

1-Gerilme

Gerilme: Gerilme iç kuvvetler ile ilgili bir kavramdır. Cismin bünyesindeki bir noktada, belirli bir düzlemde birim alana etkiyen iç kuvvete gerilme denir. SI birim sistemine göre gerilmenin birimi Pascal'dır (N/m^2) ve Pa ile gösterilir.

Dış yükler etkisindeki bir cisimde, kesim yapılan düzlemde ΔA alanına etkiyen iç kuvvet ΔF ile bu kuvvetin x, y ve z doğrultusundaki bileşenleri (ΔF_x, ΔF_y, ΔF_z) görülmektedir. Bu bileşenlerin ΔA alanına bölünmesi ile kuvvet bileşeni doğrultularında gerilmeler elde edilir. Farklı doğrultularda kesim yapıldığında, elde edilecek yeni düzlemlerdeki gerilmeler de benzer şekilde elde edilebilir.

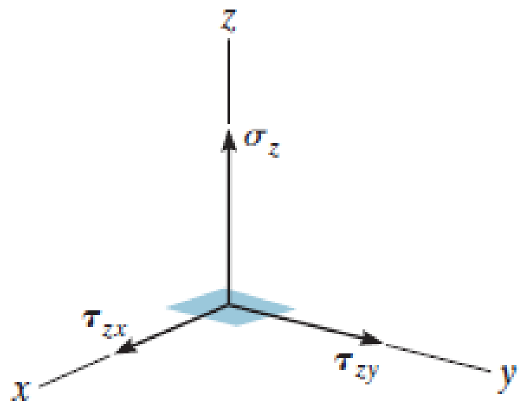
Gerilme bileşenleri: Dikkate alınan düzleme etkiyen gerilmeler, düzleme dik ve düzlem içi bileşenlere ayrılırlar. Gerilme, etkidiği düzlem ve yönüne bağlı olarak adlandırılır.



1-Gerilme

Normal gerilme: İlgili düzleme dik olan gerilme bileşenine normal gerilme adı verilir. Normal gerilme, düzlem normali yönünde olursa çekme gerilmesi, düzleme doğru olursa basınç gerilmesi olarak adlandırılır.

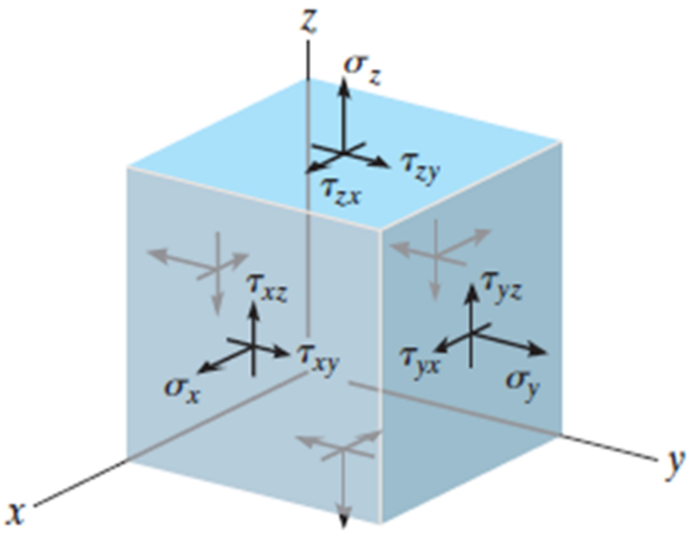
$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A}$$



Kayma gerilmesi: İlgili düzleme teğet olan (düzlem içi) gerilme bileşenine kayma gerilmesi adı verilir. Kayma gerilmesinin iki bileşeni bulunur.

$$\tau_{zx} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A} \qquad \tau_{zy} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A}$$

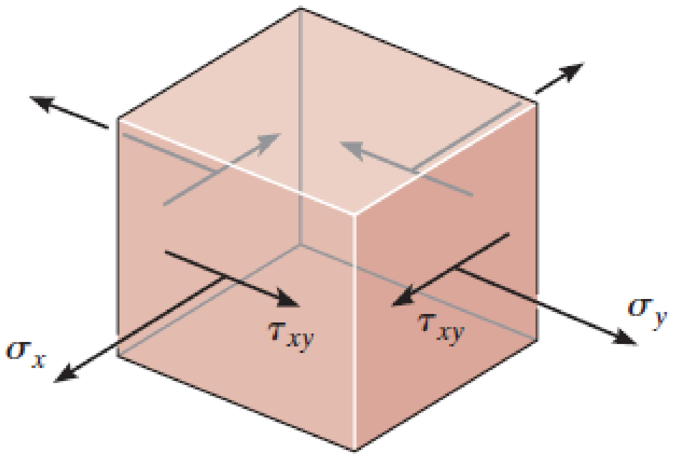
Gerilme durumu: Kesim yöntemi ile cisim bünyesinden çıkarılmış kübik elemanın altı yüzeyindeki gerilmeler, cisim bünyesindeki bir noktada **gerilme durumunu** temsil eder. Bu noktadaki gerilme durumu, **gerilme tansörü** ile ifade edilebilir. Üç eksenli gerilme durumu için, gerilme tansörü aşağıda verilmiştir.

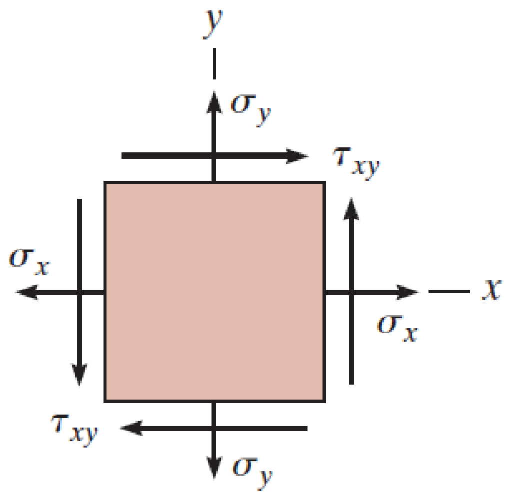


$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

1-Gerilme

Düzlem gerilme durumu: Cisim bünyesindeki bir noktada gerilme durumunu temsil eden gerilmeler sadece bir düzlemde ise bu durumda, düzlem gerilme durumundan bahsedilir. Gerilmelerin *x-y* düzleminde olduğu örnek düzlem gerilme durumu ve buna ait gerilme tansörü aşağıda verilmiştir.





$$[\sigma]=\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy}\\ \tau_{yx} & \sigma_y\end{bmatrix}$$

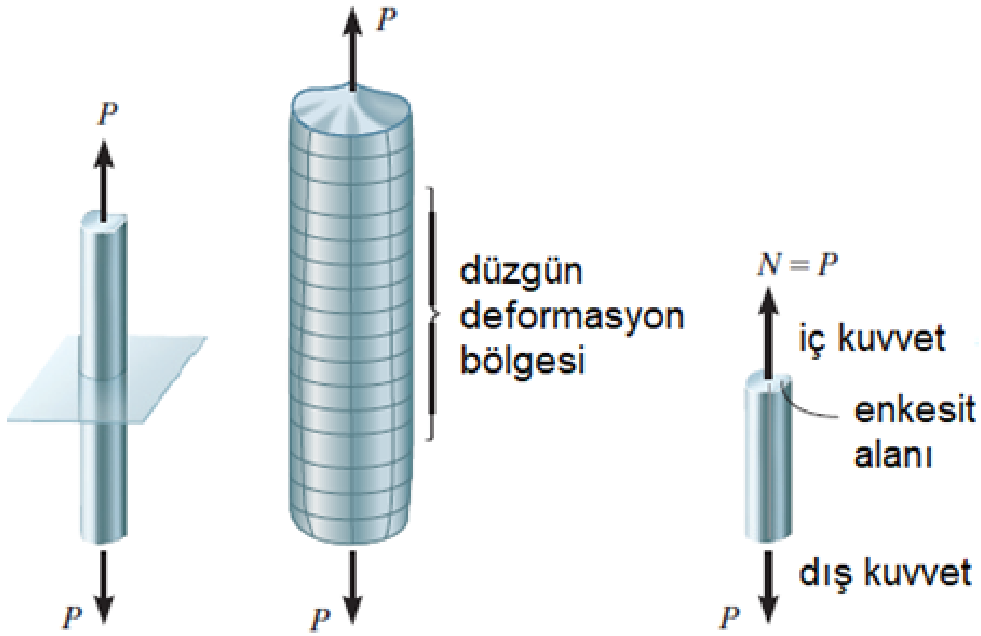
1.2. Eksenel Yüklü Çubukta Ortalama Normal Gerilme

Eksenel yüklü bir çubukta ortalama normal gerilme, çubuğa etkiyen yük ve çubuğun enkesit alanı dikkate alınarak hesaplanır. Enkesit, çubuk doğrultusuna dik olan kesittir. Prizmatik bir çubukta, çubuk boyunca enkesit aynı kalır.

Malzeme homojen ve izotropik ise (örneğin çelik), çubuğun her bir noktasında ve her doğrultuda aynı fiziksel ve mekanik özellikler sözkonusudur.

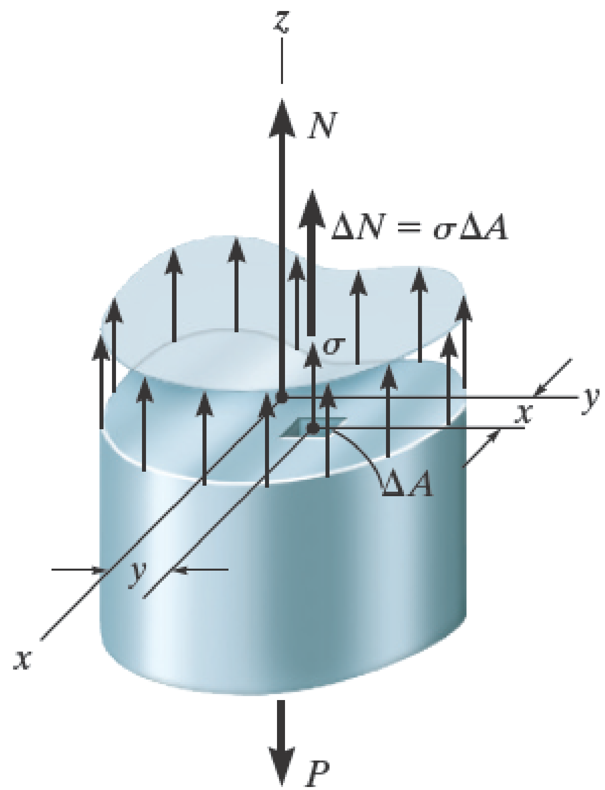
Çubuk *P* dış yükü etkisinde kalırsa, cismin uzunluğu boyunca ortasına yakın bölgede düzgün deformasyon gözlenir. Eğer çubuk, kesim yöntemi ile düzgün deformasyon bölgesindeki bir noktadan itibaren ikiye ayrılırsa, parçalardan birisi için serbest cisim diyagramı elde edilebilir. Denge denklemi yardımı ile de iç kuvvet (*N*) bulunur.

Malzeme düzgün deformasyona uğradığı için, enkesitte sabit bir normal gerilme (σ) dağılımının olması gerekir.



1.2. Eksenel Yüklü Çubukta Ortalama Normal Gerilme

Enkesitte sabit gerilmeye sahip her bir ΔA alanına sabit bir $\Delta N=\sigma(\Delta A)$ kuvveti etkir. Burada σ, ortalama normal gerilmedir. Kesitteki tüm ΔA alanlarına etkiyen ΔN kuvvetleri toplandığında ise, enkesit alanı A'ya etkiyen iç kuvvet N değeri elde edilmelidir. Buna göre, enkesitteki herhangi bir noktada ortalama normal gerilme değeri aşağıdaki şekilde elde edilir.



$$\left.\begin{array}{l}\Delta A \to dA \\ \Delta N \to dN\end{array}\right\} \to \int dN = \int_A \sigma \, dA$$

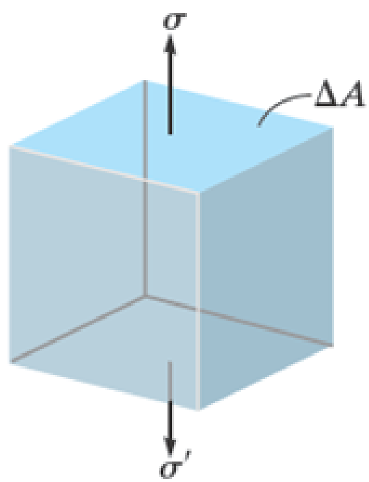
$$N = \sigma A \quad \to \quad \sigma = \frac{N}{A}$$

Enkesitte herhangi bir noktada alınacak birim hacimli elemanda sadece normal gerilme olacağı açıktır. Elemanda düşey kuvvetlerin dengede olması şartından, alt ve üst yüzeylerindeki normal gerilmelerin de eşit olması gerektiği gösterilebilir.

$$\Sigma F_z = 0$$

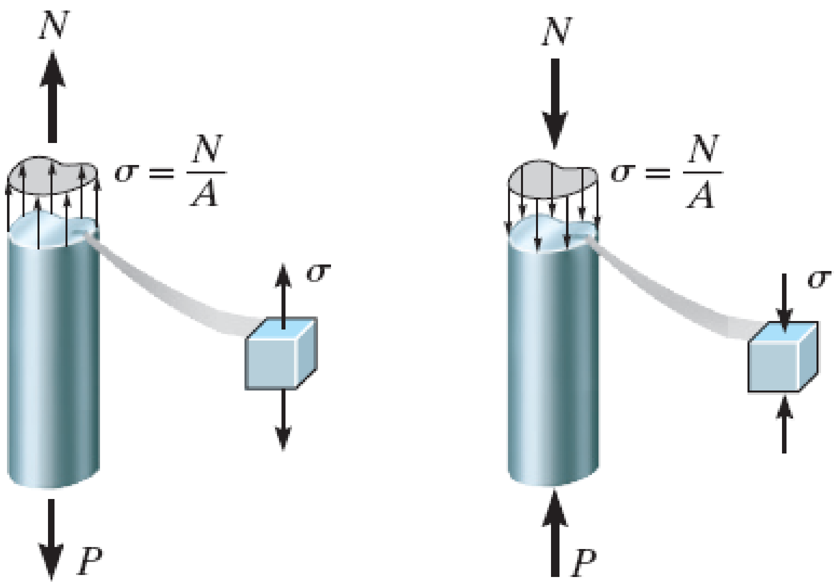
$$\sigma(\Delta A) - \sigma'(\Delta A) = 0$$

$$\sigma = \sigma'$$



1.2. Eksenel Yüklü Çubukta Ortalama Normal Gerilme

Enkesitte her bir noktada sabit bir eksenel gerilmenin olması ve birim hacimli elemanın karşılıklı yüzeylerindeki gerilmelerin eşit olması durumu, eksenel yükün hem basınç hem de çekme olması durumu için geçerlidir.

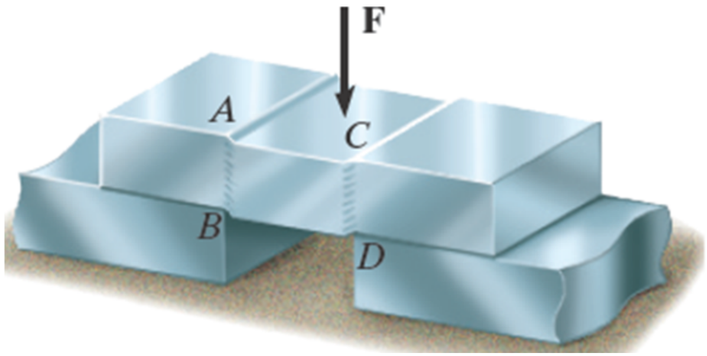


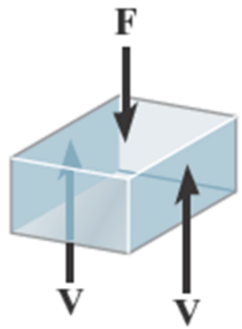
Çubuk boyunca kesitin ve eksenel yükün sabit olması durumunda, çubuk boyunca ortalama normal gerilme sabit olur. Bazı durumlarda çubuk boyunca eksenel yükler veya kesit değişebilir. Dolayısıyla, çubuk boyunca ortalama normal gerilme de değişecektir.

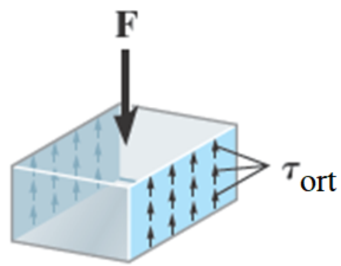
1.3. Ortalama Kayma (kesme) Gerilmesi

Kayma gerilmesi, ilgili düzleme teğet (düzlem içi) gerilme bileşenidir. Şekilde görülen *F* kuvveti etkisindeki cisim *AB* ve *CD* ile belirtilen kısımdan kesilir ve çıkarılan parça için serbest cisim diyagramı çıkarılırsa, kuvvetlerin denge şartından *A* ve *C* noktalarını içeren düşey düzlemlerde *V* iç kuvvetinin meydana geleceği görülür.

Bu iç kuvvetler etkidikleri düzlemlerde, kendileri ile aynı yönde kayma gerilmelerine sebep olur. Kesitin her noktasında kayma gerilmesinin aynı olacağı kabulü ile kesitte ortalama kayma gerilmesi hesaplanabilir.

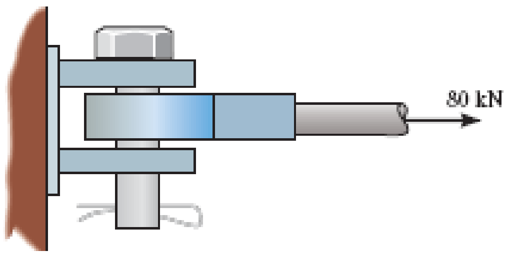


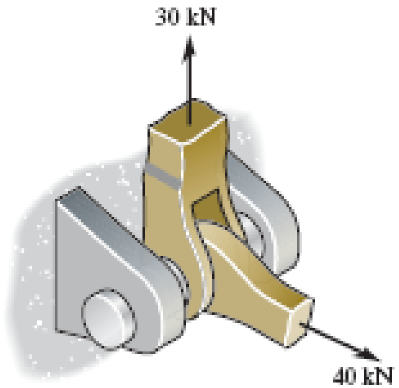


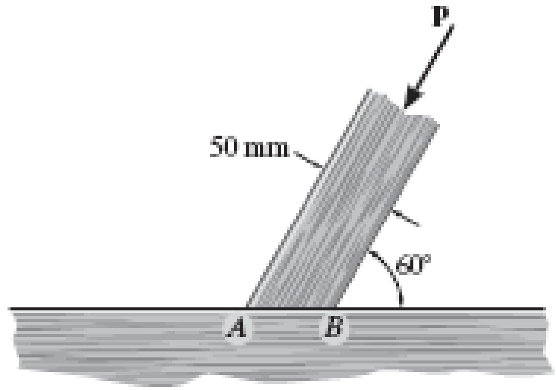


$$\boxed{\tau_{ort} = \frac{V}{A}}$$

Buradaki kesme, basit veya doğrudan kesme olarak adlandırılır. Çünkü, uygulanan *F* kuvvetinin doğrudan etkisinden kaynaklanır. Bu tip kesme durumu genellikle bulonlu, perçinli veya kaynaklı birleşimlerde gözlenir.

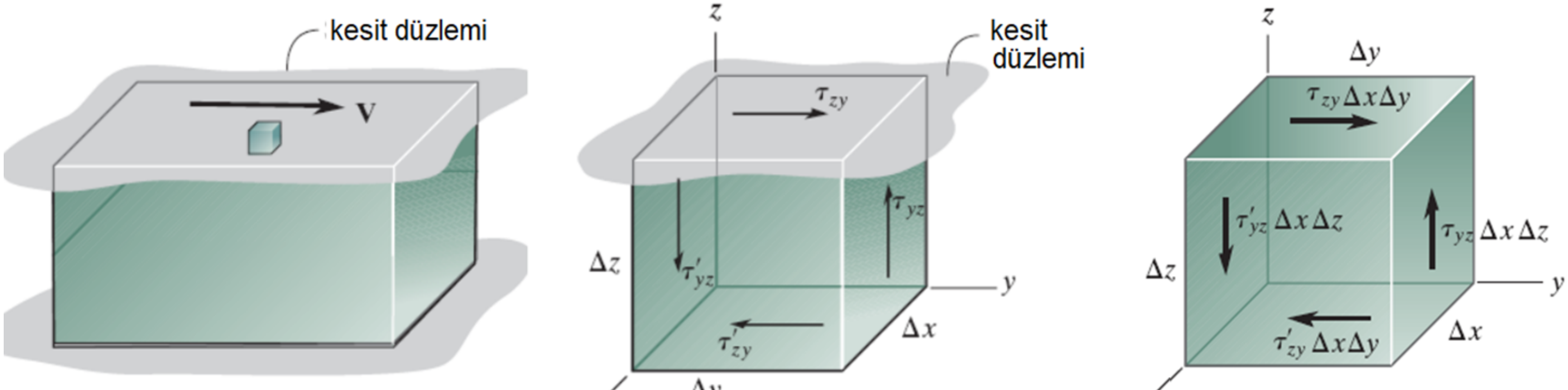






Kayma gerilmesinin dengesi

Kesme kuvveti etkisindeki bir blokta, *V* iç kuvveti etkisindeki düzlemde herhangi bir noktada birim hacimli eleman dikkate alınsın. *V* iç kuvvetinin bulunduğu düzlemdeki kayma gerilmesinin yönü *V* kuvveti ile aynıdır. Birim hacimli elemanın serbest cisim diyagramı çizilir ise denge denklemleri yardımı ile diğer düzlemlerdeki kayma gerilmeleri ve yönleri belirlenebilir.



Serbest cisim diyagramı

$$\Sigma F_y = 0; \qquad \tau_{zy}(\Delta x\,\Delta y) - \tau'_{zy}\,\Delta x\,\Delta y = 0$$
$$\tau_{zy} = \tau'_{zy}$$

$$\Sigma M_x = 0; \qquad -\tau_{zy}(\Delta x\,\Delta y)\,\Delta z + \tau_{yz}(\Delta x\,\Delta z)\,\Delta y = 0$$
$$\tau_{zy} = \tau_{yz}$$

$$\tau_{zy} = \tau'_{zy} = \tau_{yz} = \tau'_{yz}$$

Görüldüğü gibi dört kesme gerilmesinin değeri de birbirine eşittir. Ancak, karşılıklı kenarlarda birbirleri ile zıt yönlüdürler. Düzlemlerin ortak kenarlarında birbirinden uzaklaşan veya birbirine yaklaşan şekilde yönlenmişlerdir. Buna, kesmenin tamamlayıcı özelliği adı verilir.

Birim hacimli eleman basit kesme etkisi altındadır.

1.4. Emniyet Gerilmeleri Yöntemi İle Tasarım

Bir elemanın güvenliğinden emin olabilmek için, uygulanacak yükün elemanın taşıyabileceği yükten daha düşük bir değer ile sınırlandırılması gerekir.

- Hesapta öngörülen malzeme kalitesi ve kesit boyutları tam olarak sağlanamamış olabilir.
- Hesapta dikkate alınmayan, sonradan ortaya çıkan ilave yük etkileri olabilir (titreşim, çarpma vb).
- Elemanın malzeme kalitesi ve kesit boyutları ile ilgili değişkenlik, belirsizlik söz konusudur.

Yükün sınırlandırılması ile ilgili yaklaşımlardan birisi, güvenlik katsayısı kullanmaktadır. Buna göre, izin verilen yük F_{em} (emniyetle taşınabilecek yük de denir), elemanın taşıyabileceği maksimum yükün (F_{mak}) belirli bir güvenlik katsayısına (GK) bölünmesi ile belirlenir.

$$F_{em} = \frac{F_{mak}}{GK}$$

Gerilmeler, yükler ile orantılı olduğunda, yukarıdaki ilişki gerilmeler kullanılarak da ele alınabilir. Yani, elemanda izin verilen normal gerilme veya kesme gerilmesi (emniyetle taşınabilecek gerilme de denir), elemanın taşıyabileceği maksimum gerilmenin belirli bir güvenlik katsayısına (GK) bölünmesi ile belirlenir. Kayma gerilmesi ve normal gerilme için farklı güvenlik katsayıları kullanılabilir.

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_{mak}}{GK_{\sigma}} \qquad \tau_{em} = \frac{\tau_{mak}}{GK_{\tau}}$$

Güvenlik katsayısının değeri, malzeme türüne, elemanın kullanım amacına, gerilme türüne, belirsizliklerin niceliğine bağlı olarak kararlaştırılır.

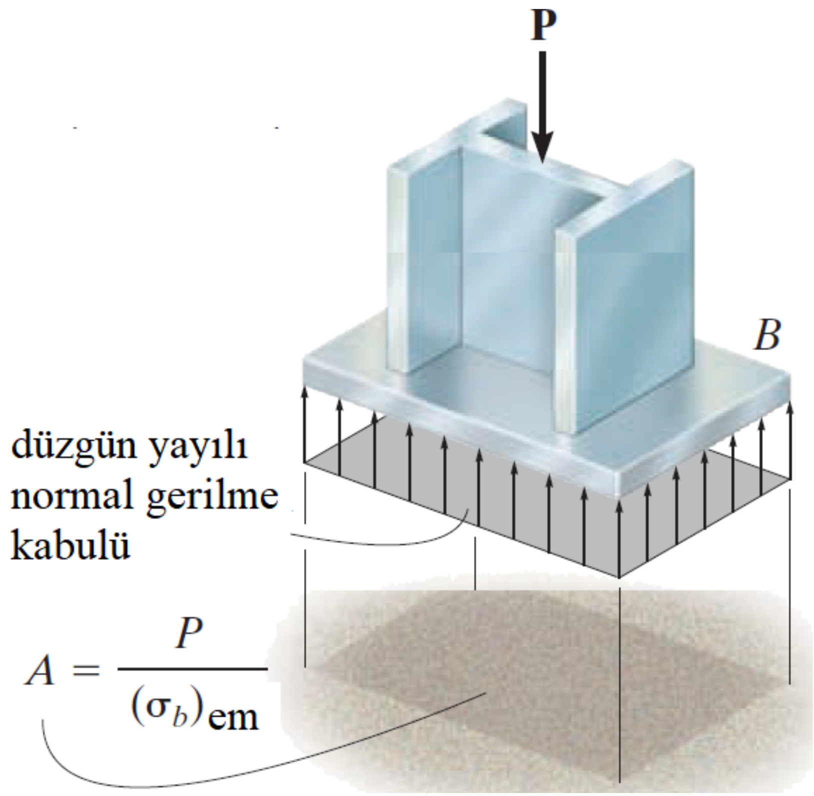
1.5. Basit Birleşimlerin Tasarımı

Malzeme davranışına ilişkin olarak tasarımda normal gerilmenin ve ortalama kayma gerilmesinin kullanılması, basit birleşimlerin tasarımında kullanılan bir yaklaşımdır.

$$\sigma = P/A \qquad \tau_{\text{ort}} = V/A$$

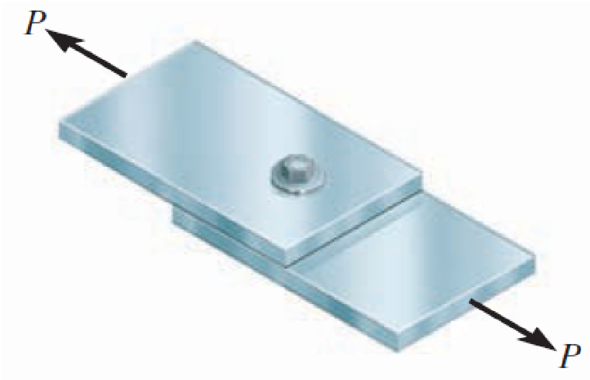
Eğer bir eleman normal gerilme veya kayma gerilmesi etkisinde ise gerekli kesit alanı aşağıdaki denklemler ile elde edilir.

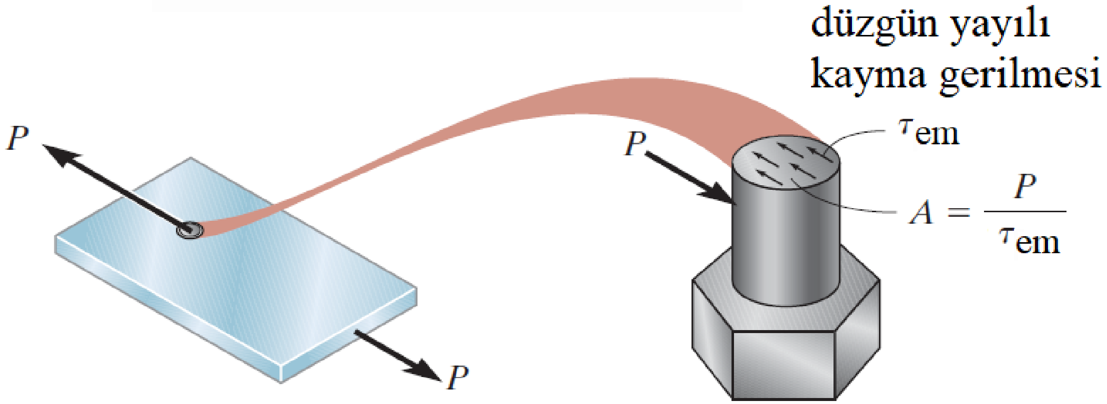
$$A = \frac{P}{\sigma_{\text{em}}} \quad \text{veya} \quad A = \frac{V}{\tau_{\text{em}}}$$

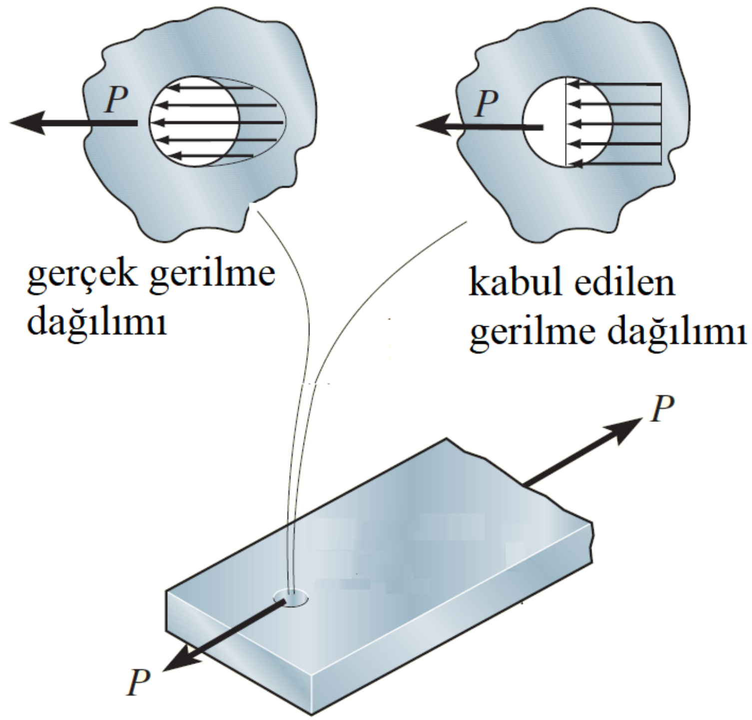


1.5. Basit Birleşimlerin Tasarımı

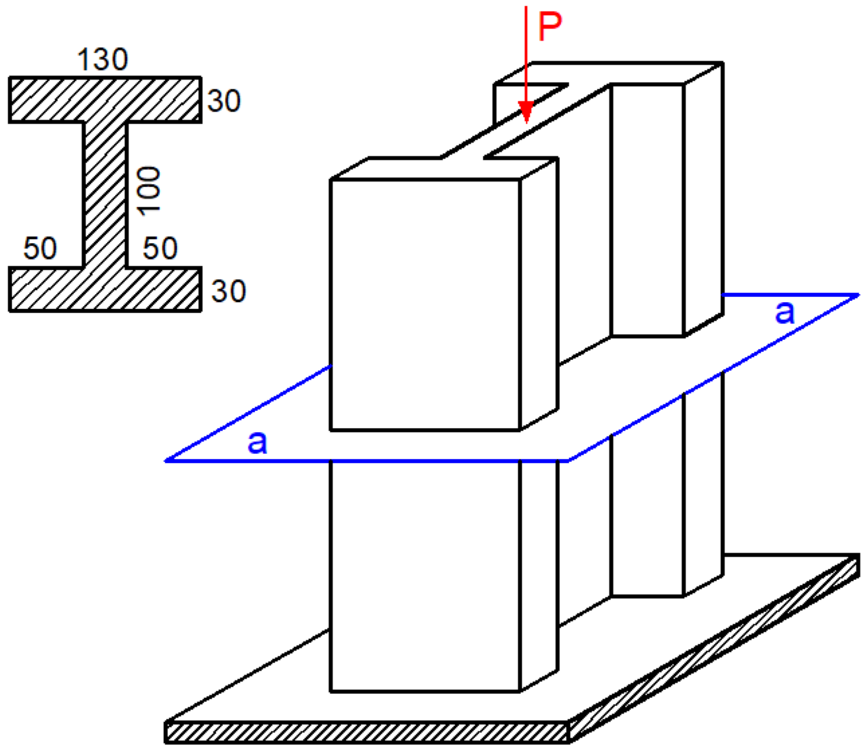
Basit birleşimlerde, bulonlarda kayma gerilmesi ve normal gerilme oluşur. Levhalarda da normal gerilme ve kayma gerilmesi meydana gelir. Tüm bu gerilmeler dikkate alınarak birleşimin güvenli bir şekilde tasarlanması gerekir.







Örnek 1-1: Yanda görülen kolona, kesit merkezinden *P*=20 kN'luk düşey kuvvet etkimektedir. Kolonun *a-a* kesitinde ortalama normal gerilmeyi hesaplayınız ve kesitte gerilme dağılımını gösteriniz.



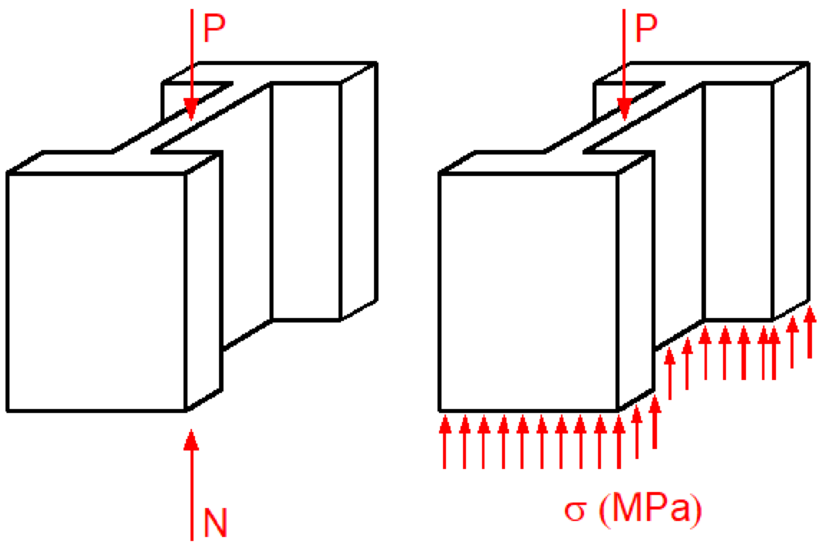
Çözüm:

A-a kesitinden kesim yapılır ve üst parça için düşey yüklerin dengesinden eksenel yük (*N*) bulunur. Daha sonra kesit alanı ve kesitte ortalama normal gerilme (basınç) hesaplanabilir.

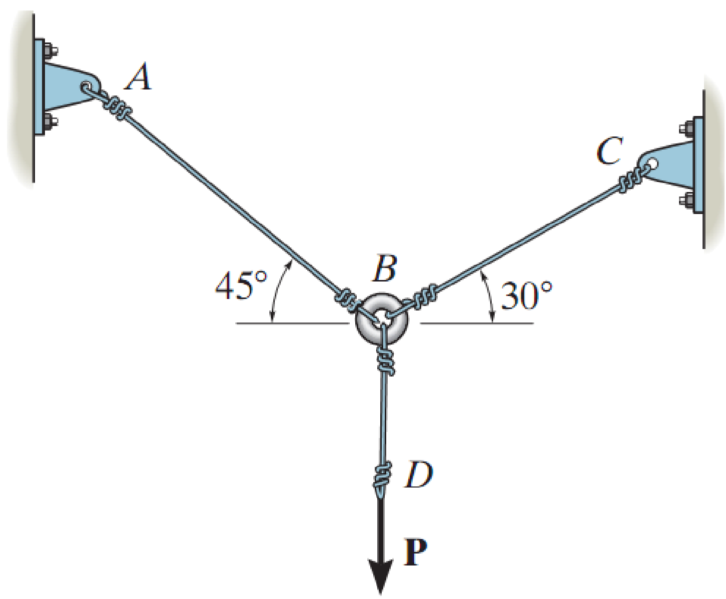
Negatif işaret, eksenel yükün ve normal gerilmenin basınç olduğunu gösterir.

$$A = 2*130*30 + 100*30 = 10800 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{-20000}{10800} = -1.85 \text{ N/mm}^2$$



Örnek 1-2: Şekilde görülen sistemde, *P*=6 kN değerindeki yük üç çelik halat ile taşınmaktadır. Çelik halatlarda izin verilen maksimum çekme gerilmesi σ_{em}=165 MPa ise, üç çubuk için gerekli minimum kesit çaplarını belirleyiniz.



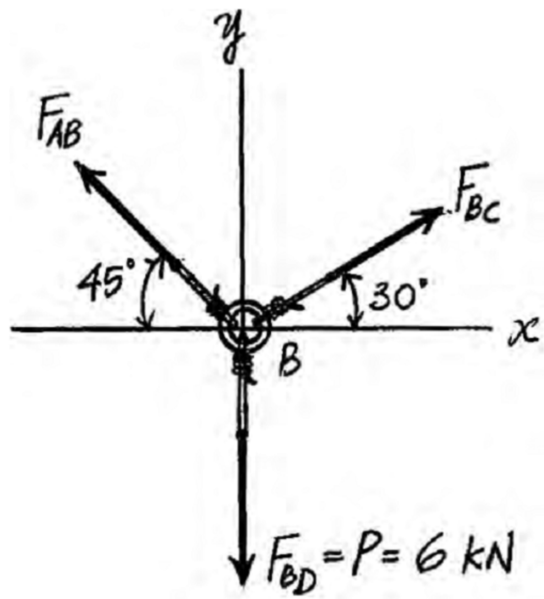
Çözüm:

B düğümü için denge denklemleri ve halat eksenel kuvvetleri:

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad F_{BC}\cos 30^0 - F_{AB}\cos 45^0 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad F_{BC}\sin 30^0 + F_{AB}\sin 45^0 - 6 = 0$$

$$F_{AB} = 5.379 \text{ kN} \qquad F_{BC} = 4.392 \text{ kN}$$



BD halatı için gerekli minimum çap:

$$\sigma = \frac{F_{BD}}{A_{BD}} \le \sigma_{em} \quad \rightarrow \quad \frac{6000}{\pi d_{BD}^2/4} \le 165 \quad \rightarrow \quad d_{BD} \ge 6.804 \text{ mm}$$

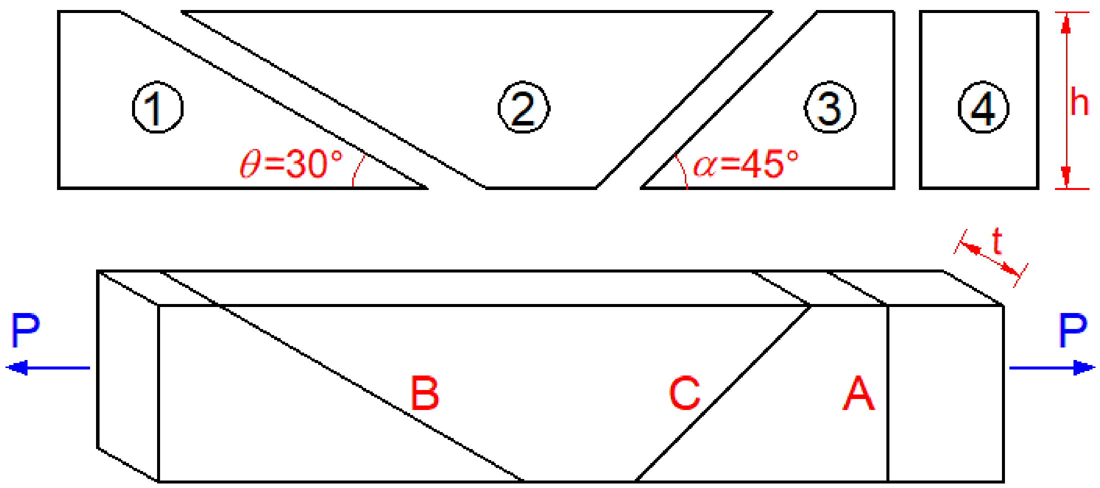
AB halatı için gerekli minimum çap:

$$\sigma = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} \le \sigma_{em} \quad \rightarrow \quad \frac{5379}{\pi d_{AB}^2/4} \le 165 \quad \rightarrow \quad d_{AB} \ge 6.443 \text{ mm}$$

BC halatı için gerekli minimum çap:

$$\sigma = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} \le \sigma_{em} \quad \rightarrow \quad \frac{4392}{\pi d_{BC}^2/4} \le 165 \quad \rightarrow \quad d_{BC} \ge 5.822 \text{ mm}$$

Örnek 1-4: Yanda görülen 4 ahşap parçası tutkal ile A, B ve C yüzeylerinden yapıştırılmıştır. Elemana *P*=30 kN yük uygulanmıştır. A, B ve C yüzeylerinde oluşacak ortalama normal gerilme ve ortalama kayma gerilmelerini hesaplayınız. (*h*=200 mm, *t*=80 mm)



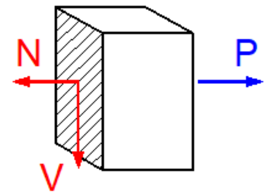
Çözüm:

Her bir yüzey için, denge denklemleri ile, normal kuvvet ve kesme kuvveti bulunabilir. Daha sonra da normal gerilme ve kayma gerilmesi hesaplanır. Gerilmelerin yönü ilgili kuvvetlerle aynıdır.

A yüzeyinde normal kuvvet, kesme kuvveti, normal gerilme ve kayma gerilmesi:

$$N_A = P = 30000N \quad , \quad V_A = 0$$

$$\sigma_A = N_A / A_A = 30000/(80*200) = 1.875 \text{ MPa} \quad , \quad \tau_A = V_A / A_A = 0$$



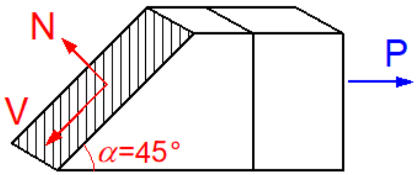
A yüzeyi

C yüzeyinde normal kuvvet, kesme kuvveti, normal gerilme ve kayma gerilmesi:

$$N_C = P\sin\alpha = 21213N \quad , \quad V_C = P\cos\alpha = 21213N$$

$$\sigma_C = N_C / A_C = 21213/(A_A/\cos\alpha) = 21213/22628 = 0.937 \text{ MPa}$$

$$\tau_C = V_C / A_C = 21213/(A_A/\cos\alpha) = 21213/22628 = 0.937 \text{ MPa}$$



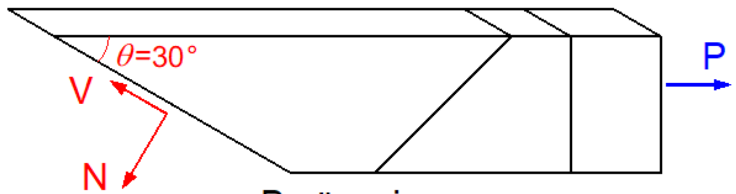
C yüzeyi

B yüzeyinde normal kuvvet, kesme kuvveti, normal gerilme ve kayma gerilmesi:

$$N_B = P\sin\theta = 15000N \quad , \quad V_B = P\cos\theta = 25981N$$

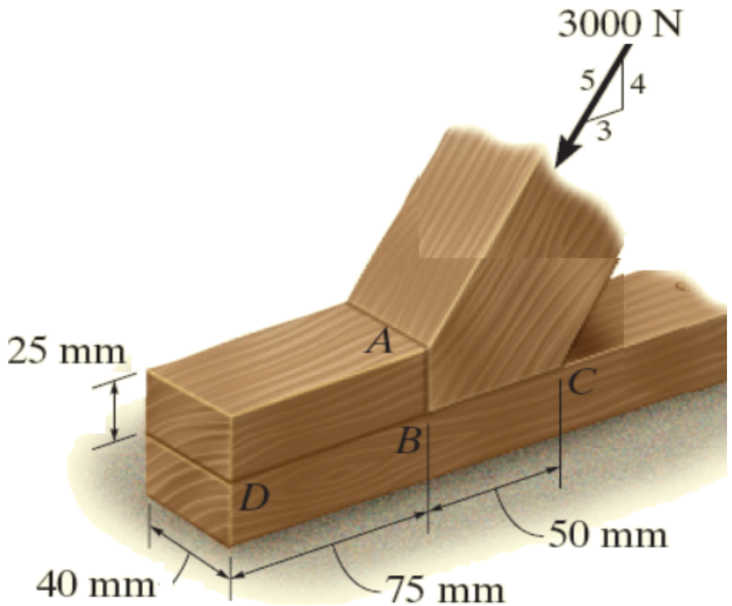
$$\sigma_B = N_B / A_B = 15000/(A_A/\sin\theta) = 15000/32000 = 0.469 \text{ MPa}$$

$$\tau_B = V_B / A_B = 25981/(A_A/\sin\theta) = 25981/32000 = 0.812 \text{ MPa}$$



B yüzeyi

Örnek 1-5: *P*=3000 N basınç yükü etkisindeki ahşap çubuğa ait birleşimde, AB ve BC ile gösterilen yüzeyde ortalama normal gerilmeyi ve DB ile gösterilen yüzeyde ortalama kayma gerilmesini bulunuz.



Çözüm:

Serbest cisim diyagramı kullanılarak denge denklemleri ile AB ve BC yüzeylerine etkiyen basınç kuvvetleri F_{AB} ve F_{BC} bulunabilir:

$$\rightarrow \sum F = 0 \quad \rightarrow \quad F_{AB} - 3000*(3/5) = 0 \quad \rightarrow \quad F_{AB} = 1800 \text{ N}$$

$$\uparrow \sum F = 0 \quad \rightarrow \quad F_{BC} - 3000*(4/5) = 0 \quad \rightarrow \quad F_{BC} = 2400 \text{ N}$$

Denge denklemi ile DB yüzeyine etkiyen kesme kuvvetini bulmak için de ilgili serbest cisim diyagramından faydalanılabilir:

$$V - F_{AB} = 0 \quad \rightarrow \quad V = 1800 \text{ N}$$

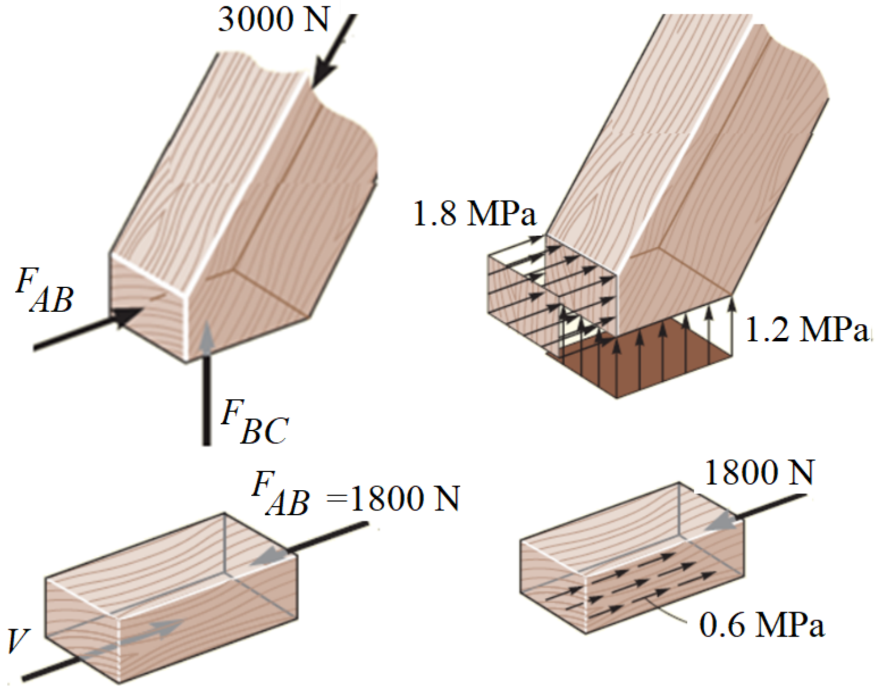
AB ve BC yüzeylerinde ortalama normal gerilme:

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{1800}{40*25} = 1.8 \text{ MPa}$$

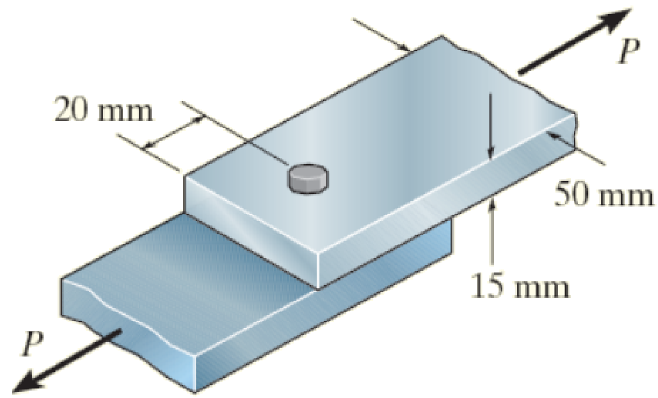
$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{2400}{50*40} = 1.2 \text{ MPa}$$

DB yüzeyinde ortalama kayma gerilmesi:

$$\tau_{DB} = \frac{V}{A_{DB}} = \frac{1800}{75*40} = 0.6 \text{ MPa}$$



Örnek 1-6: Tek tesirli birleşimin emniyetle taşıyabileceği maksimum *P* yükü nedir? Bulon çapı *d*=10 mm, bulon ve levhalar için izin verilen maksimum kayma gerilmesi τ_{em} sırası ile 80 MPa ve 30 MPa, levhalar için basınç ve çekme durumunda izin verilen maksimum normal gerilme sırası ile 80 MPa ve 50 MPa alınacaktır.

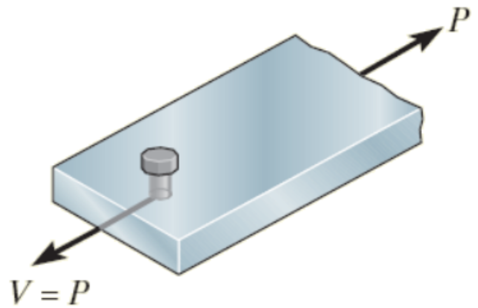


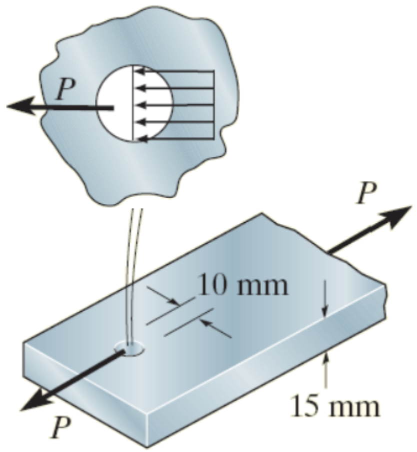
Çözüm:

Olası dört hasar durumuna bağlı olarak maksimum *P* yükü belirlenebilir.

Bulonda makaslama (kesme) durumu için taşınabilecek maksimum *P* yükü:

$$\tau = \frac{V}{A} \leq \tau_{em} \;\; \text{olmalı,} \;\; \frac{P}{78.6} \leq 80 \quad \rightarrow \quad P = 6288 \text{ N}$$





Bulonda ezilme durumu için taşınabilecek maksimum *P* yükü:

$$\sigma = \frac{P}{dt} \leq \sigma_{em} \;\; \text{olmalı,} \;\; \frac{P}{10*15} \leq 80 \quad \rightarrow \quad P = 12000 \text{ N}$$

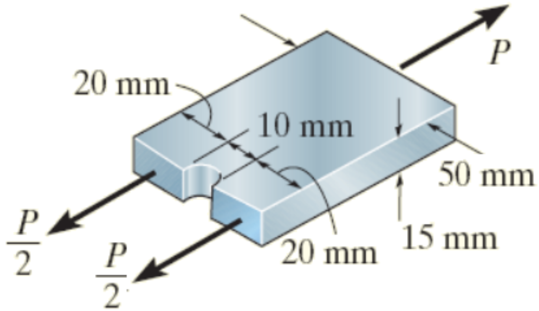
Levhanın çekme etkisi ile zayıf kesitten yırtılması durumu için taşınabilecek maksimum *P* yükü:

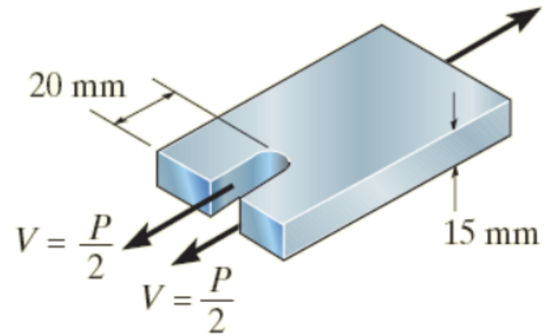
$$\sigma = \frac{P}{(b-d)t} \leq \sigma_{em} \quad \rightarrow \quad \frac{P}{(50-10)*15} \leq 50 \quad \rightarrow \quad P = 30000 \text{ N}$$

Levha kenarında kayma durumu için taşınabilecek maksimum *P* yükü:

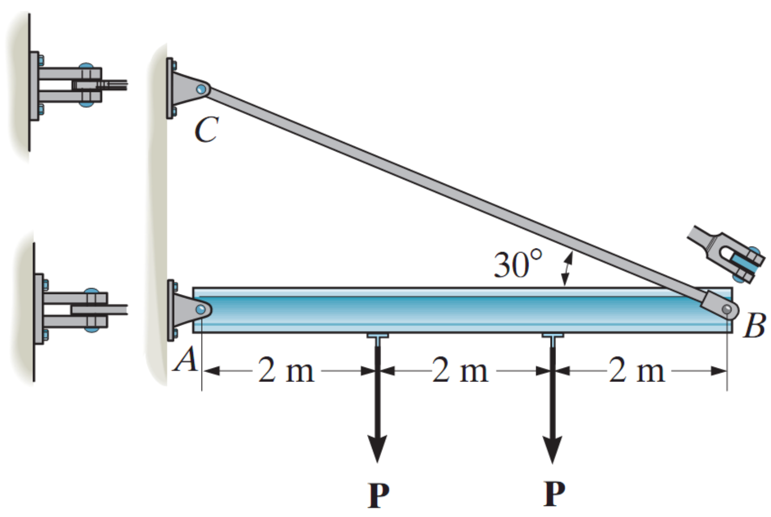
$$\tau = \frac{P/2}{e*t} \leq \tau_{em} \quad \rightarrow \quad \frac{P/2}{20*15} \leq 30 \quad \rightarrow \quad P = 18000 \text{ N}$$

Bulunan sonuçlara göre, birleşimin emniyetle taşıyabileceği maksimum *P* yükü, 6288 N'dur.





Örnek 1-7: Yanda görülen sistemde A ve C bağlantıları çift tesirlidir ve P=20 kN'dur. Bu bağlantı pimlerinde ortalama kayma gerilmesini ve ortalama ezilme gerilmesini hesaplayınız. Levha kalınlığı t=16mm, A bağlantı piminin çapı d_A=18 mm ve C bağlantı piminin çapı d_C=20mm'dir.



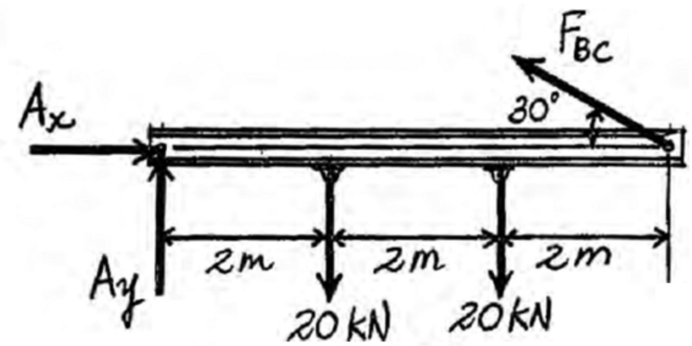
Çözüm:

Serbest cisim diyagramı, denge denklemleri ve mesnet reaksiyonları :

$$\sum M_A = 0 \quad \rightarrow \quad F_{BC}\sin 30^o(6) - 20(2) - 20(4) = 0 \quad \rightarrow \quad F_{BC} = 40 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad A_x - 40\cos 30^o = 0 \quad \rightarrow \quad A_x = 34.64 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad A_y - 20 - 20 + 40\sin 30^o = 0 \quad \rightarrow \quad A_y = 20 \text{ kN}$$



A bağlantısına etkiyen bileşke F_A kuvveti:

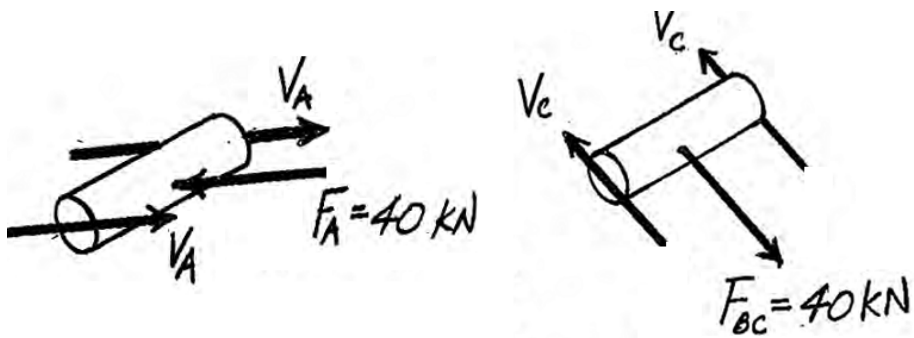
$$F_A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{34.64^2 + 20^2} = 40 \text{ kN}$$

A ve C pimlerine etkiyen kesme kuvvetleri ve ortalama kayma gerilmesi:

$$V_A = \frac{F_A}{2} = 20 \text{ kN} \quad \text{ve} \quad V_C = \frac{F_{BC}}{2} = 20 \text{ kN}$$

$$\tau_A = \frac{V_A}{A_A} = \frac{20000}{\pi 18^2/4} = 78.56 \text{ MPa} \qquad \tau_C = \frac{V_C}{A_C} = \frac{20000}{\pi 20^2/4} = 63.63 \text{ MPa}$$

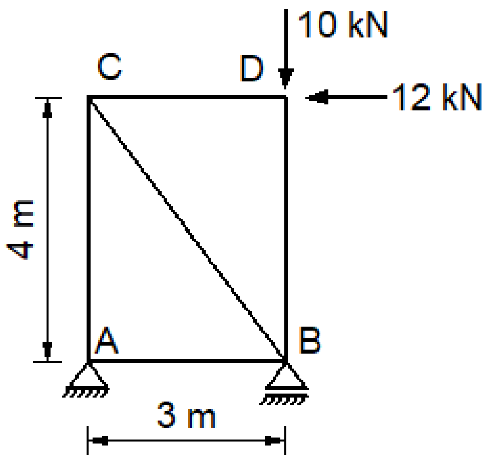
A ve C pimlerinde ortalama ezilme gerilmesi:



$$\sigma_A = \frac{F_A}{d_A t} = \frac{40000}{18(16)} = 138.89 \text{ MPa}$$

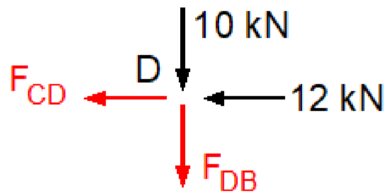
$$\sigma_C = \frac{F_{BC}}{d_C t} = \frac{40000}{20(16)} = 125.00 \text{ MPa}$$

Örnek 1-8: Yanda görülen kafes sistemde, CD, CA, CB ve DB çubuk iç kuvvetlerini bulunuz. Bu çubuklardaki eksenel gerilmeyi hesaplayınız. Çubuk kesit alanları olarak CA ve CB çubukları için A=10 cm^2 , CD ve DB çubukları için A=5 cm^2 alınız.



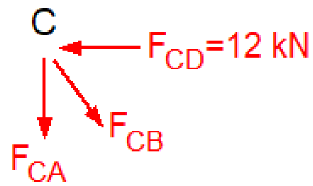
Çözüm:

İlk önce D düğümü için denge denklemleri ile CD ve DB çubuk eksenel yükleri bulunur. D düğümü için serbest cisim diyagramı yanda verilmiştir. Bilinmeyen çubuk kuvvetleri, düğümden uzaklaşan vektörlerle (çubukta çekme kuvveti kabulü) temsil edilmiştir.



$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad -F_{CD} - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{CD} = -12 \text{ kN}$$
$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad -F_{DB} - 10 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{DB} = -10 \text{ kN}$$

Sonra, C düğümü için denge denklemleri ile CA ve CB çubuk eksenel yükleri bulunur. C düğümü için serbest cisim diyagramı yanda verilmiştir.



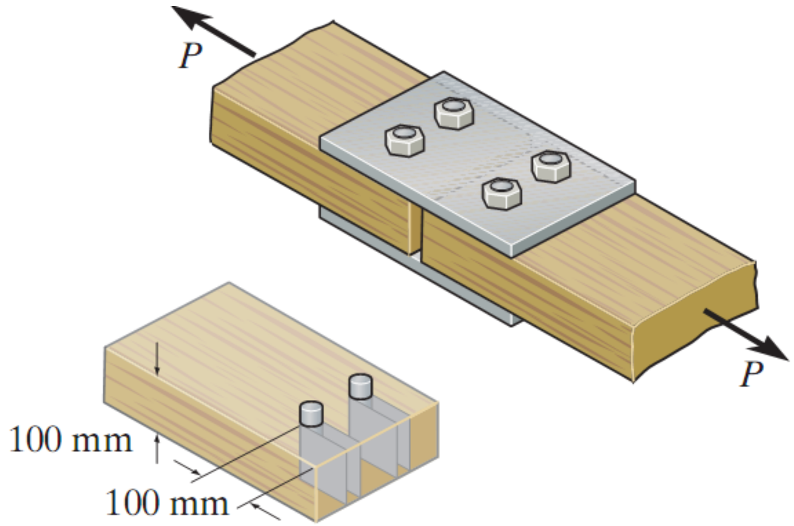
$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad F_{CB}(3/5) - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{CB} = 20 \text{ kN}$$
$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad -F_{CB}(4/5) - F_{CA} = 0 \quad \rightarrow \quad F_{CA} = -16 \text{ kN}$$

Çubuklarda eksenel (normal) gerilmeler:

$$\sigma_{CD} = \frac{F_{CD}}{A_{CD}} = \frac{-12000}{500} = -24 \text{ MPa} \qquad \sigma_{CA} = \frac{F_{CA}}{A_{CA}} = \frac{-16000}{1000} = -16 \text{ MPa}$$

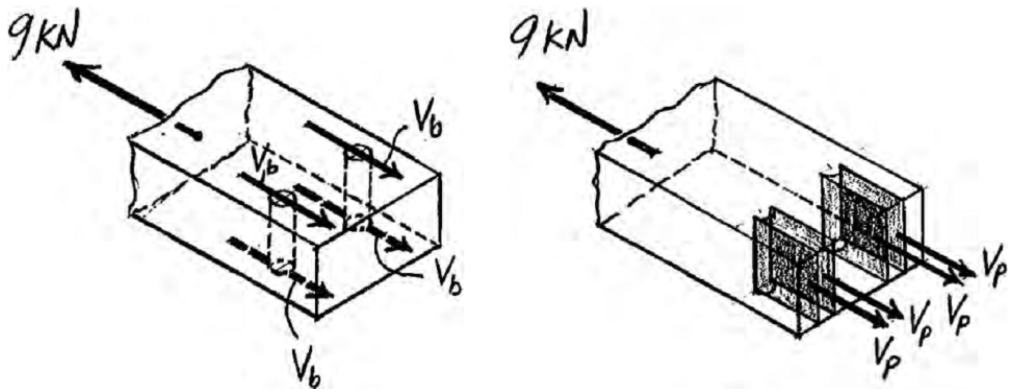
$$\sigma_{DB} = \frac{F_{DB}}{A_{DB}} = \frac{-10000}{500} = -20 \text{ MPa} \qquad \sigma_{CB} = \frac{F_{CB}}{A_{CB}} = \frac{20000}{1000} = 20 \text{ MPa}$$

Örnek 1-9: P=9 kN yük etkisindeki birleşimde enkesit çapı d=6 mm olan dört bağlantı bulonu bulunmaktadır. Bulonlarda ve şekilde gösterilen taralı yüzeylerde ortalama kayma gerilmesini hesaplayınız.



Çözüm:

Aşağıda verilen serbest cisim diyagramları için denge denklemleri ile bulonlarda ve levha kenarındaki taralı yüzeylerde kesme kuvvetleri :



$$\sum F = 0 \quad \rightarrow \quad 4V_b - 9 = 0 \quad \rightarrow \quad V_b = 2.25 \text{ kN}$$
$$\sum F = 0 \quad \rightarrow \quad 4V_p - 9 = 0 \quad \rightarrow \quad V_p = 2.25 \text{ kN}$$

Bulonlar ve taralı yüzeylerde etkime alanları :

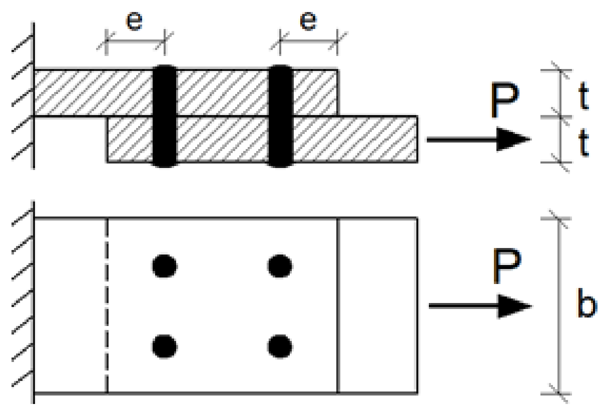
$$A_b = \pi 6^2/4 = 28.29 \text{ mm}^2$$
$$A_p = 100 * 100 = 10000 \text{ mm}^2$$

Bulonlar ve taralı yüzeylerde ortalama kayma gerilmeleri:

$$\tau_b = \frac{V_b}{A_b} = \frac{2250}{28.29} = 79.53 \text{ MPa}$$
$$\tau_p = \frac{V_p}{A_p} = \frac{2250}{10000} = 0.225 \text{ MPa}$$

Örnek 1-10: Kesiti ve üst görünümü verilen tek tesirli birleşim n=4 adet d=18 mm çapında perçin ile teşkil edilmiştir. b=160 mm, e=40 mm ve t=20 mm olduğu bilinmektedir. Perçin ve levhalar için σ_{em}=140 MPa, τ_{em}=100 MPa alınacaktır.

a) P=180 kN ise perçinlerde oluşacak ezilme ve kayma gerilmesini bulunuz.
b) Perçinde ezilme durumu için, birleşimin emniyetle taşıyacağı P yükü ?
c) Perçinde makaslama durumu için, birleşimin emniyetle taşıyacağı P yükü?
d) Levhanın zayıf kesitten yırtılma durumu için, birleşimin emniyetle taşıyacağı P yükü ?
e) Levha kenarında kayma durumu için, birleşimin emniyetle taşıyacağı P yükü?

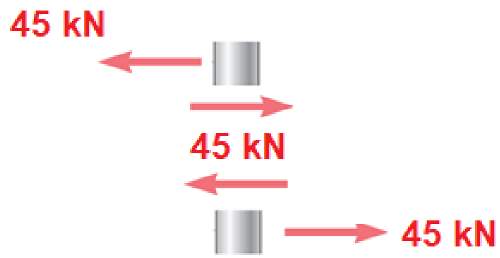


Çözüm:

a) Bir perçin için basınç (ezilme) ve kayma (makaslama) gerilmesi:

$$\hat{\sigma} = \frac{P/4}{dt} = \frac{45000}{18*20} = 125.00 \text{ MPa} \qquad \tau = \frac{P/4}{A} = \frac{45000}{254.57} = 176.77 \text{ MPa}$$

Bir perçin için serbest cisim diyagramı, yük aktarımı:



b) Perçinde ezilme durumu için birleşim tarafından emniyetle taşınabilecek P yükü:

$$\hat{\sigma} = \frac{P_{mak}/4}{dt} \le \sigma_{em} \;\rightarrow\; P_{mak} = 4\sigma_{em} dt = 4*140*18*20 \;\rightarrow\; P_{mak} = 201600 \text{ N}$$

c) Perçinde makaslama durumu için birleşim tarafından emniyetle taşınabilecek P yükü:

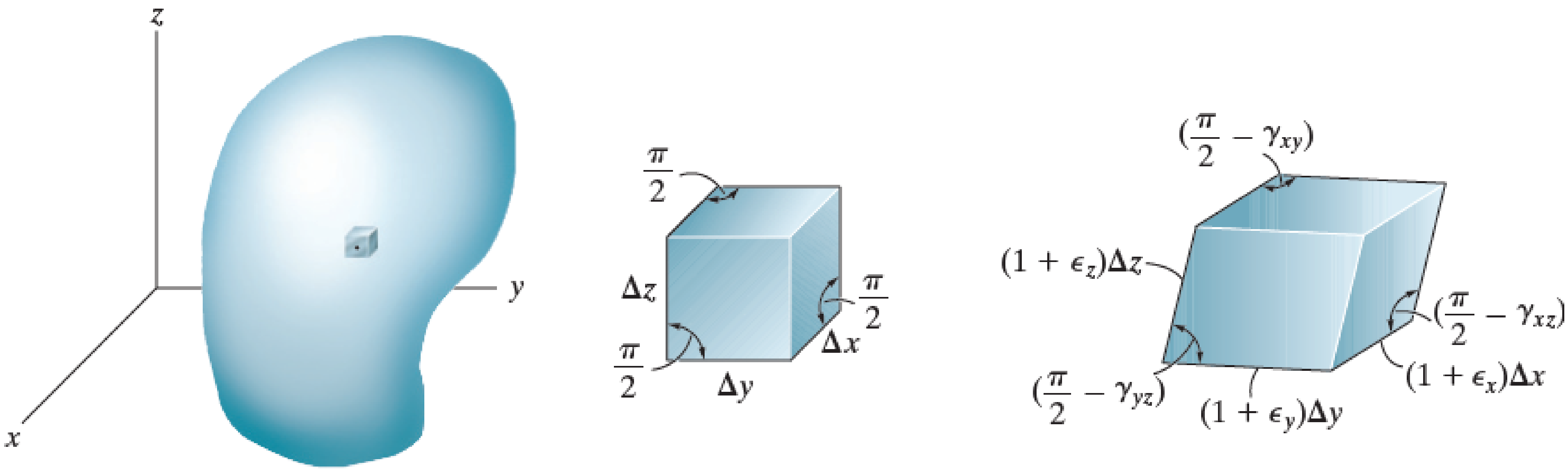
$$\tau = \frac{P_{mak}/4}{A} \le \tau_{em} \;\rightarrow\; P_{mak} = 4\tau_{em} A = 4*100*254.57 \;\rightarrow\; P_{mak} = 101828 \text{ N}$$

d) Levhanın perçinlere denk gelen kısımda en düşük genişliği ve bu zayıf kesitte taşınabilecek emniyetli P yükü:

$$b - 2d = 160 - 36 = 124 \text{ mm} \qquad \sigma = \frac{P_{mak}}{(b-2d)t} \le \sigma_{em} \;\rightarrow\; P_{mak} = \sigma_{em}(b-2d)t = 140*124*20 \;\rightarrow\; P_{mak} = 347200 \text{ N}$$

e) Bir perçinde levha kenarında kayma durumu için kaymaya zorlanan yüzey ve bu durumda taşınabilecek emniyetli P yükü:

$$A_k = 2et = 2*40*20 = 1600 \text{ mm}^2 \qquad \tau = \frac{P_{mak}/4}{A_k} \le \tau_{em} \;\rightarrow\; P_{mak} = 4\tau_{em} A_k = 4*100*1600 \;\rightarrow\; P_{mak} = 640000 \text{ N}$$



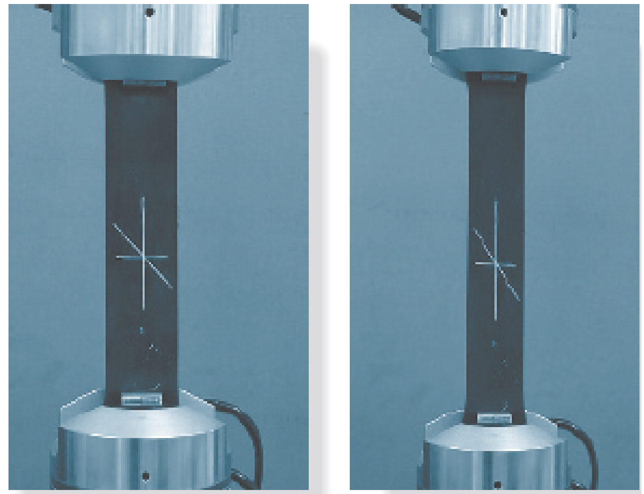
2-şekil değiştirme

2- Şekil Değiştirme

2.1. Deformasyon

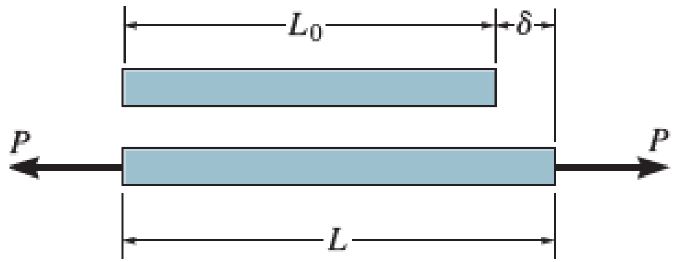
Bir cisme bir dış kuvvet uygulandığında, cismin şekli ve boyutları değişir. Deformasyon olarak adlandırılan bu değişimler bazen gözle görülebilir bazen de farkedilemeyecek düzeyde küçük olur. Cismin sıcaklığındaki değişim de deformasyona sebep olabilir.

Cisimde meydana gelen deformasyonlar, cismin çeşitli bölgelerinde farklılık gösterir. Cisim bünyesinde yer alan herhangi bir noktadaki bir parçanın boyutundaki değişim, ilgili parçanın boyutuna bağlıdır. Ele alınan parçanın boyutundaki değişim, parçanın cisim bünyesindeki doğrultusuna da bağlıdır.



2.2. Birim Şekil Değiştirme

Bir cismin deformasyonunu, cismin doğrusal parçalarının uzunluğundaki değişim ve bu parçalar arasındaki açının değişimi ile tarif etmek için birim şekil değiştirme kavramı kullanılır. Birim şekil değiştirme pratik olarak deneyler ile ölçülür. Birim şekil değiştirme, şekil değiştiren cismin bünyesinde meydana gelen gerilmeler ile de ilgilidir.

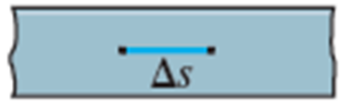


Birim uzama: Bir çubuğa şekildeki gibi bir *P* yükü uygulandığında, cismin boyu L_0'dan *L*'ye değişecektir. Bu durumda, çubukta ortalama birim uzama (ε_{ort}), çubuk boyundaki değişimin, çubuğun ilk boyuna oranı ile tanımlanır.

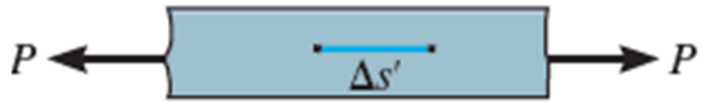
$$\boxed{\epsilon_{\text{ort}} = \frac{L - L_0}{L_0}}$$

2- Şekil Değiştirme

Bir cismin bünyesindeki bir noktada, herhangi bir doğrultuda uzanan bir parçanın birim uzaması da benzer şekilde tanımlanmaktadır. Cisim bünyesinde Δs uzunluğunda küçük bir parça ele alınsın. Deformasyon sonrası bu parçanın boyu $\Delta s'$ olacaktır. Parçanın boyundaki değişim de $\Delta s' - \Delta s$ olacaktır. Buna göre bu noktada birim uzama (ε) aşağıdaki şekilde tanımlanır.



Deforme olmamış cisim



Deforme olmuş cisim

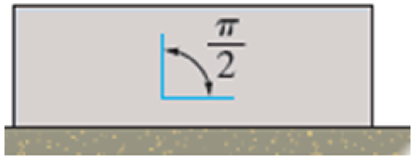
İlgili doğru parçasının uzunluğu artmış ise birim uzama pozitif kabul edilir. Eğer doğru parçasının uzunluğu azalmışsa birim uzama negatiftir. Birim uzama, iki uzunluğun birbirine bölünmesi ile elde edildiği için birimsizdir.

$$\epsilon = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$

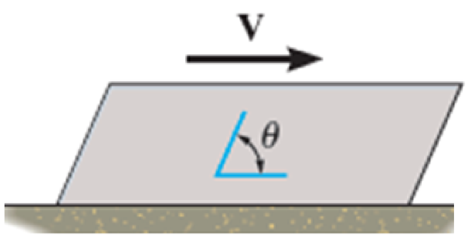
Kayma açısı: Deformasyon sadece cismin belirli bir doğrultudaki bir parçasının boy değişimi şeklinde oluşmaz. Aynı zamanda bu doğru parçasının doğrultusu da değişebilir. Cismin bünyesindeki bir noktada, başlangıçta birbirine dik olan doğrultularda yer alan iki doğru parçası ele alınsın. Deformasyon sonrasında, bu iki parça arasındaki açı değişimine kayma açısı (γ) denir ve radyan olarak ölçülür.

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta$$

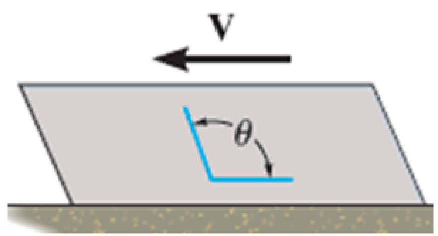
Eğer başlangıçta birbirine dik olan bu iki doğru parçası arasındaki açı, şekil değiştirme sonrasında azalmış ise, kayma açısı pozitif işaret alır. Eğer açı artmış ise kayma açısı negatif işaret alır.



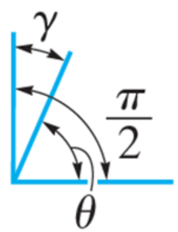
Deforme olmamış şekil



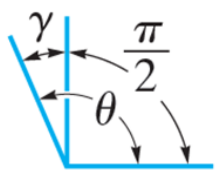
Deforme olmuş şekil



Deforme olmuş şekil



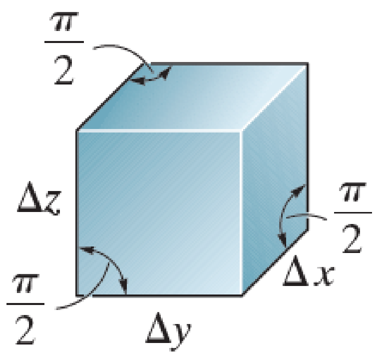
Pozitif kayma açısı



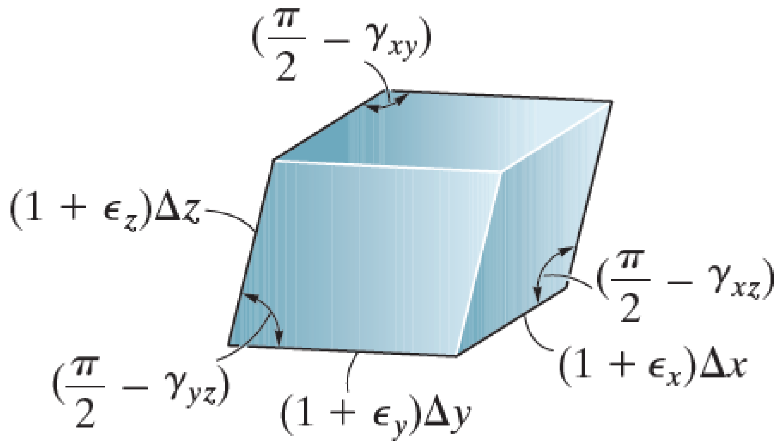
Negatif kayma açısı

2- Şekil Değiştirme

Kartezyen birim şekil değiştirme bileşenleri: Cismin bünyesindeki bir noktada, şekil değiştirmemiş üç boyutlu bir eleman dikkate alınarak birim uzama ve kayma açısı tanımları aşağıdaki gibi genelleştirilebilir. Eleman boyutları çok küçük olduğundan, şekil değiştirme sonrasında da kenarları birbirine paralel kabul edilebilir.



Deforme olmamış şekil



Deforme olmuş şekil

Görüldüğü gibi cisim bünyesindeki herhangi bir noktada, yük etkisi altında şekil değiştirmenin altı bileşeni vardır: birim uzamalar ε_x, ε_y, ε_z ile kayma açıları γ_{xy}, γ_{xz}, γ_{yz}.

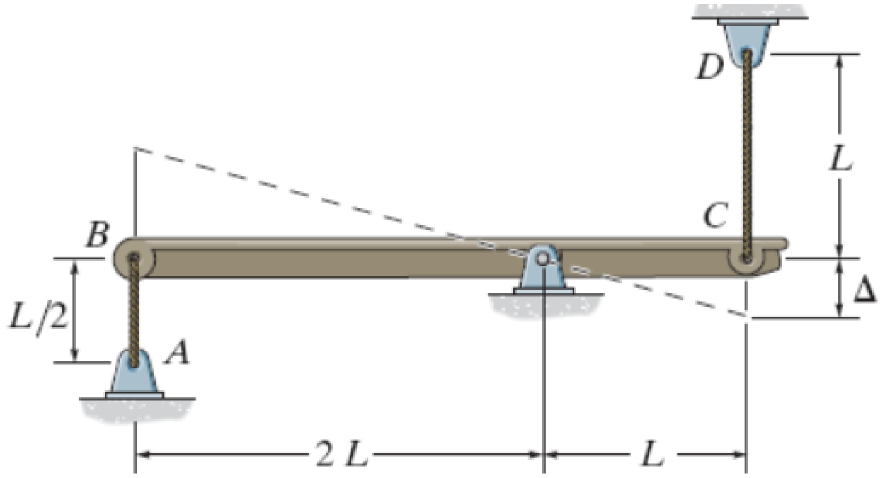
Birim uzamalar, elemanın boyutlarında değişime ve dolayısıyla elemanın hacminde değişime sebep olur.

$$(1 + \epsilon_x)\Delta x \qquad (1 + \epsilon_y)\Delta y \qquad (1 + \epsilon_z)\Delta z$$

Kayma açıları ise, elemanın boyutlarında bir değişime sebep olmaz. Kayma açıları, elemanın kenarları arasındaki açının değişimine, yani elemanın şeklinin değişmesine sebep olur.

$$\frac{\pi}{2} - \gamma_{xy} \qquad \frac{\pi}{2} - \gamma_{yz} \qquad \frac{\pi}{2} - \gamma_{xz}$$

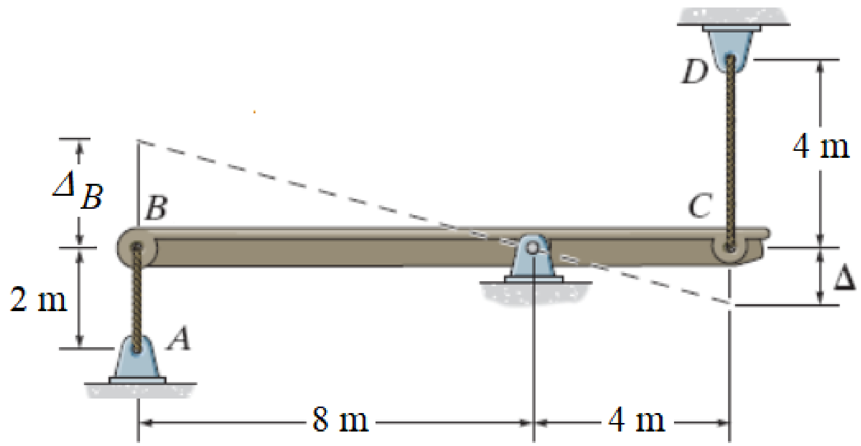
Örnek 2-2: Rijit BC kirişi, şekildeki gibi AB ve CD kabloları ile A ve D mesnetlerine bağlanmıştır. B noktasından 2*L* uzaklıkta bir sabit mesnet daha bulunmaktadır. C noktası düşey olarak *Δ*=4 mm yer değiştirirse, AB ve CD kablolarında oluşacak birim uzamayı, normal gerilmeyi ve eksenel yükü hesaplayınız. Kesit alanı *A*=100 mm^2, elastisite modülü *E*=40 GPa ve *L*=4 m alınız.



Çözüm:

Şekil değiştirmiş sistemde uygunluk denklemi yazılırsa B'nin düşey yer değiştirmesi:

$$\frac{\Delta}{\Delta_B} = \frac{L}{2L} \quad \rightarrow \quad \frac{4}{\Delta_B} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \Delta_B = 8 \text{ mm}$$



AB ve CD kablolarında birim uzama:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{\Delta_B}{L_{AB}} = \frac{8}{2000} = 0.004 \qquad \varepsilon_{CD} = \frac{\Delta}{L_{CD}} = \frac{4}{4000} = 0.001$$

AB ve CD kablolarında normal gerilme:

$$\sigma_{AB} = E\varepsilon_{AB} = 0.004 * 40000 = 160 \text{ MPa}$$

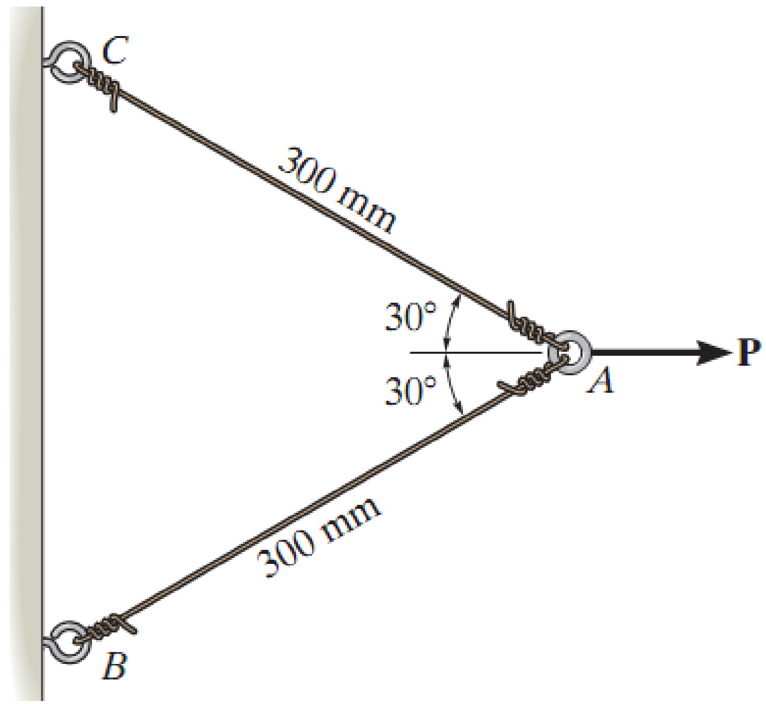
$$\sigma_{CD} = E\varepsilon_{CD} = 0.001 * 40000 = 40 \text{ MPa}$$

AB ve CD kablolarında eksenel yük:

$$N_{AB} = A\sigma_{AB} = 100 * 160 = 16000 \text{ N}$$

$$N_{CD} = A\sigma_{CD} = 100 * 400 = 4000 \text{ N}$$

Örnek 2-3: Şekilde görülen CA ve BA kabloları, A noktasında birleşmektedir. *P* yükü A noktasının yatay olarak 2 mm ötelenmesine sebep olmuş ise, kablolardaki birim uzamayı bulunuz.

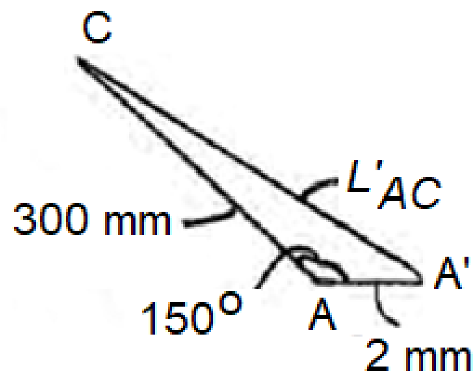


Çözüm:

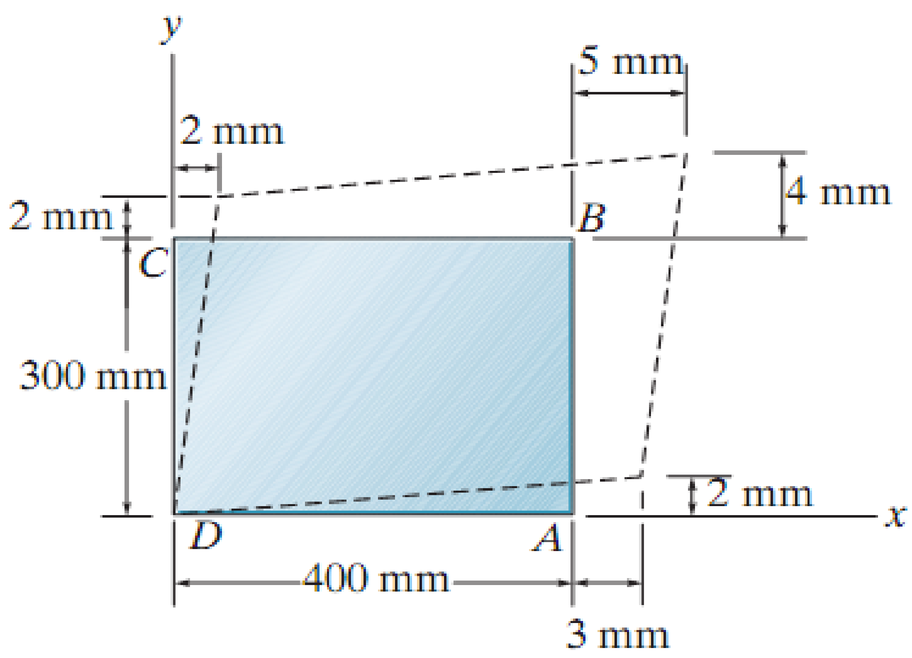
Şekil değiştirmiş sistemde, bir açının karşısındaki kenar uzunluğu ile diğer kenarların arasındaki ilişkiyi belirten Cosinus teoremi yazılırsa, kablonun yeni boyu ve birim uzama hesaplanabilir:

$$L'_{AC} = \sqrt{300^2 + 2^2 + 2(300)(2)\cos 150^0} = 301.734 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{AC} = \varepsilon_{AB} = \frac{L'_{AC} - L_{AC}}{L_{AC}} = \frac{301.734 - 300}{300} = 0.00578$$



Örnek 2-4: Başlangıçta taralı olarak gösterilen boyutlara sahip düzlem eleman deformasyona uğramıştır. Elemanın son boyutları kesikli çizgi ile gösterilmiştir. A ve B köşelerinde kayma açısını (γ_{xy}) hesaplayınız.



Çözüm:

Küçük açılar teorisi kullanılırsa (çok küçük açılar için, açının sinüsü ve tanjantı, açı değerine eşit kabul edilebilir):

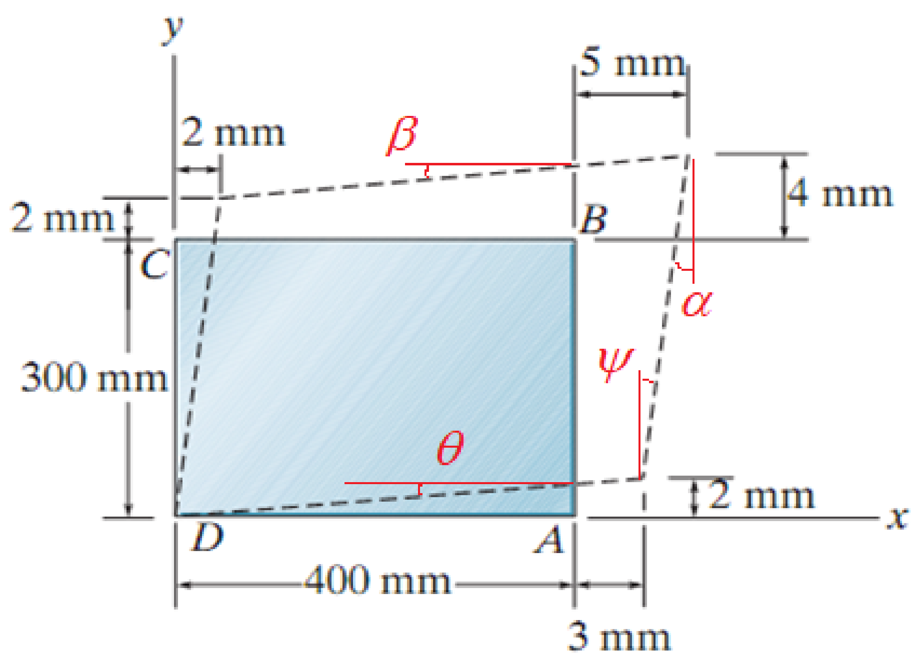
$$\alpha = \psi = \frac{2}{302} = 0.00662 \text{ rad}$$

$$\beta = \theta = \frac{2}{403} = 0.00496 \text{ rad}$$

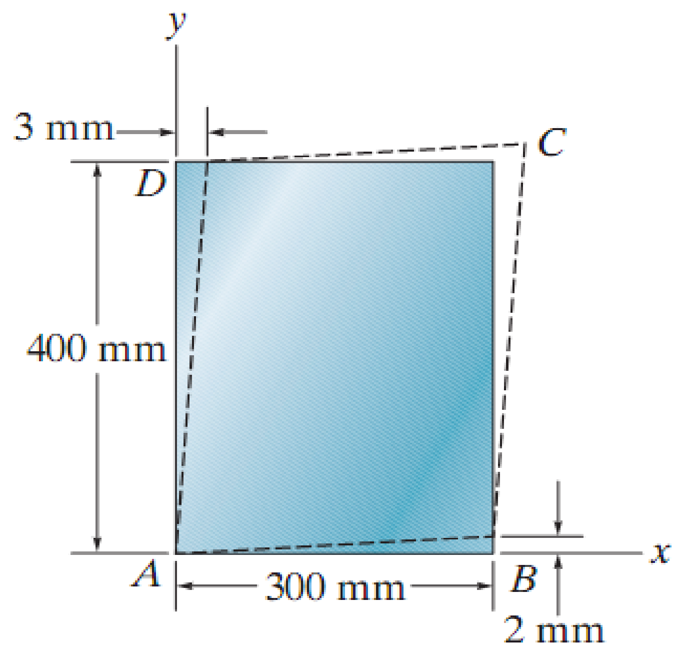
Kayma açıları, başlangıçta dik olan açıların artmasına ya da azalmasına bağlı olarak işaretleri ile beraber aşağıda verilmiştir:

$$\gamma_{xy,B} = \alpha + \beta = 0.01158 \text{ rad}$$

$$\gamma_{xy,A} = -(\theta + \psi) = -0.01158 \text{ rad}$$

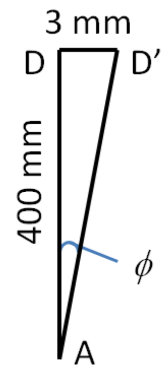


Örnek 2-5: Başlangıçta taralı olarak gösterilen boyutlara sahip düzlem eleman deformasyona uğramıştır. Deformasyon sonrası boyutlar kesikli çizgi ile gösterilmiştir. AD kenarı, AB kenarı ve DB köşegeni doğrultularında ortalama birim uzama değerlerini hesaplayınız.



Çözüm:

AD kenarı doğrultusunda boy değişimi ve birim uzama:

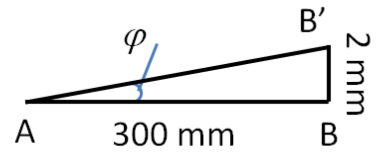


$$AD' = \sqrt{400^2 + 3^2} = 400.0113 \text{ mm}$$

$$\phi = \tan^{-1}(3/400) = 0.4297^o$$

$$\varepsilon_{AD} = \frac{400.0113 - 400}{400} = 2.83(10^{-5})$$

AB kenarı doğrultusunda boy değişimi ve birim uzama:

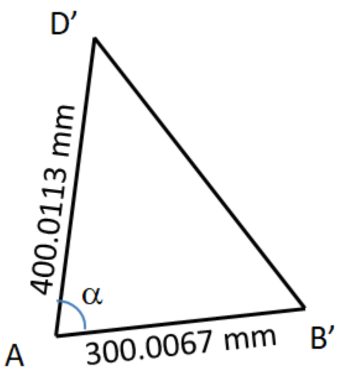


$$AB' = \sqrt{300^2 + 2^2} = 300.0067 \text{ mm}$$

$$\varphi = \tan^{-1}(2/300) = 0.3820^o$$

$$\varepsilon_{AB} = \frac{300.0067 - 300}{300} = 2.23(10^{-5})$$

A köşesinde kayma açısı, DB köşegeni doğrultusunda boy değişimi ve birim uzama:



$$\gamma_{xy,A} = \varphi + \phi = 0.8117^o \quad \rightarrow \quad \alpha = 90^o - \gamma_{xy,A} = 90^o - 0.8117^o = 89.1883^o$$

$$D'B' = \sqrt{400.0113^2 + 300.0667^2 - 2(400.0113)(300.0667)\cos 89.1883} = 496.6014 \text{ mm}$$

$$DB = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{DB} = \frac{496.6014 - 500}{500} = -0.0068$$