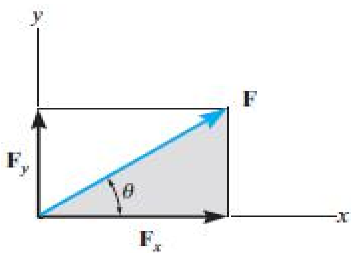
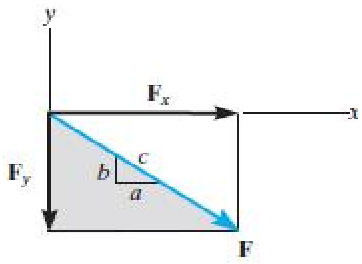
DÜZLEMSEL KUVVETLERİN TOPLANMASI

Bir kuvvet, x ve y eksenleri boyunca iki bileşene ayrıştırıldığında dik bileşenler olarak adlandırabiliriz. Bu bileşenleri skaler veya kartezyen vektör gösterimleri olarak iki şekilde elde edebiliriz.

Skaler gösterim: Paralelkenar kuralını yardımıyla F bileşke kuvvetinin $F = F_x + F_y$ şeklinde yazılır.

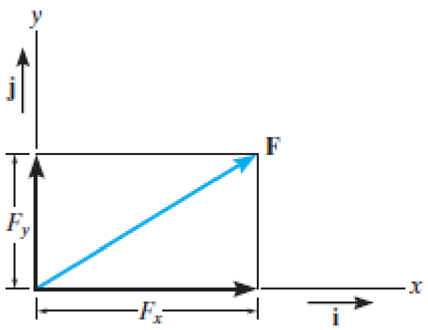




$$F_x = F\cos\theta \qquad F_y = F\sin\theta$$

$$F_x/F = a/c \Rightarrow F_x = F(a/c)$$
$$F_y/F = b/c \Rightarrow F_y = -F(b/c)$$

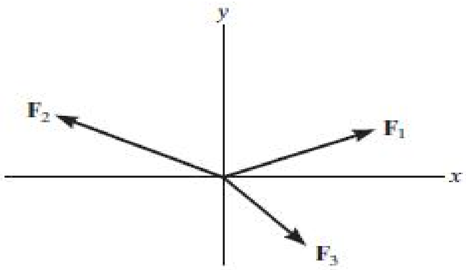
Kartezyen vektör gösterimi:

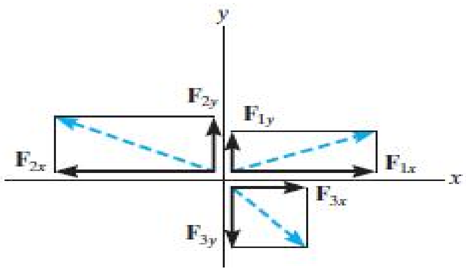


Bir kuvvetin x ve y bileşenlerini kartezyen birim vektörleri i ve j cinsinden göstermek de mümkündür. Boyutsuz büyüklükleri 1 olduğu için birim vektörler olarak adlandırılırlar ve bu nedenle x ve y eksenlerinin yönlerini belirtmek için kullanılabilirler.

$$F = F_x i + F_y j$$

Düzlemsel kuvvetlerin bileşenleri:





Düzlemsel kuvvetlerin çözümünde önce x ve y bileşenleri bulunup, aynı eksene denk gelen bileşenler toplanır.

$$F_1 = F_{1x} i + F_{1y} j$$
$$F_2 = -F_{2x} i + F_{2y} j$$
$$F_3 = F_{3x} i - F_{3y} j$$

Bu şekilde bileşke vektör;

$$\begin{aligned} F_R &= F_1 + F_2 + F_3 \\ &= F_{1x} i + F_{1y} j - F_{2x} i + F_{2y} j + F_{3x} i - F_{3y} j \\ &= (F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}) i + (F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}) j \\ &= (F_{Rx}) i + (F_{Ry}) j \end{aligned}$$

Skaler gösterim ile yapılırsa aynı sonuç elde edilir;

$$\overset{+}{\rightarrow}(F_R)_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$
$$\overset{+}{\uparrow}(F_R)_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$

Genel olarak, herhangi bir sayıda düzlemsel kuvvetin bileşkesinin x ve y bileşenleri, bütün kuvvetlerin x ve y bileşenlerinin cebirsel toplamıyla hesaplanabilir.

$$F_{Rx} = \sum F_x$$
$$F_{Ry} = \sum F_y$$

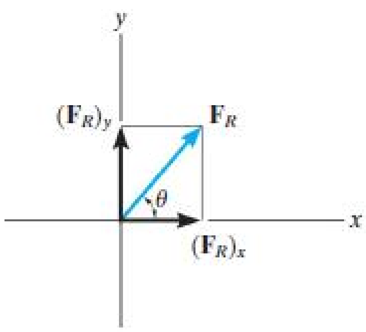
Buna göre pozitif koordinat eksenleri yönündeki bileşenler pozitif Skalerler, negatif koordinat eksenleri yönündeki bileşenler negatif Skalerler olarak elde edilirler. Buna göre de, bileşke kuvvetin bileşenlerinin işaretleri bu bileşenlerin yönünü belirleyecektir. Yani, pozitif bir sonuç, bileşenin pozitif koordinat yönünde olduğunu göstermektedir.

Bileşenler elde edildikten sonra, doğrultuları göz önüne alınarak, toplam bileşke kuvvet Pisagor bağıntısı bulunur.

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

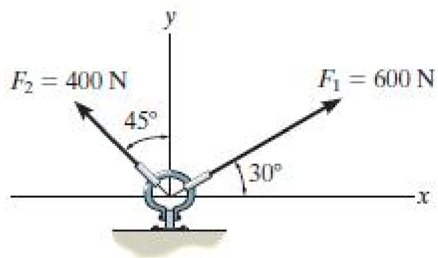
Toplam bileşke kuvvetin yönünün belirleyen açı;

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right|$$



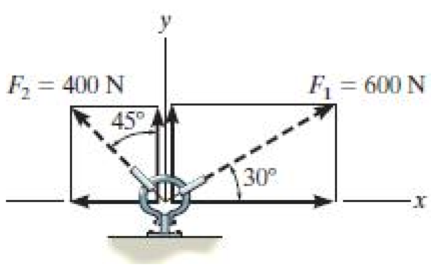
ÖRNEK:

Şekilde verilen halkaya F1 ve F2 kuvvetleri uygulanmaktadır. Bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve doğrultusunu belirleyiniz.



ÇÖZÜM:

Skaler Gösterimi: Bu problemi paralelkenar kurallı kullanılarak ta çözümlenebilir. Ancak biz her bir kuvveti x ve y bileşenlerine ayırarak problemi çözeceğiz.



$$\xrightarrow{+} (F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = 600 \cos 30^\circ \text{ N} - 400 \sin 45^\circ \text{ N}$$
$$= 236.8 \text{ N} \rightarrow$$

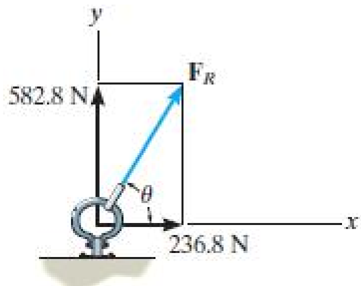
$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = 600 \sin 30^\circ \text{ N} + 400 \cos 45^\circ \text{ N}$$
$$= 582.8 \text{ N} \uparrow$$

$$F_R = \sqrt{(236.8 \text{ N})^2 + (582.8 \text{ N})^2}$$
$$= 629 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{582.8 \text{ N}}{236.8 \text{ N}}\right) = 67.9^\circ$$

Kartezyen vektör gösterimi:

$$\mathbf{F}_1 = \{600 \cos 30^\circ \mathbf{i} + 600 \sin 30^\circ \mathbf{j}\} \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_2 = \{-400 \sin 45^\circ \mathbf{i} + 400 \cos 45^\circ \mathbf{j}\} \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (600 \cos 30^\circ \text{ N} - 400 \sin 45^\circ \text{ N})\mathbf{i} + (600 \sin 30^\circ \text{ N} + 400 \cos 45^\circ \text{ N})\mathbf{j}$$
$$= \{236.8\mathbf{i} + 582.8\mathbf{j}\} \text{ N}$$

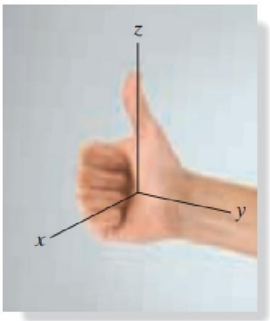


Not: İki çözüm yöntemi karşılaştırıldığında, skaler gösterimin kullanılmasının daha verimli olduğu görülmektedir, çünkü bileşenleri toplamadan önce, her bir kuvveti kartezyen vektör şeklinde ifade etmek zorunda olmadan, skaler bileşenler doğrudan bulunabilmektedir. Ancak, kartezyen vektör analizinin, üç boyutlu problemlerin çözümünde daha avantajlı olduğu sonraki bölümlerde gösterilecektir.

KARTEZYEN VEKTÖRLER

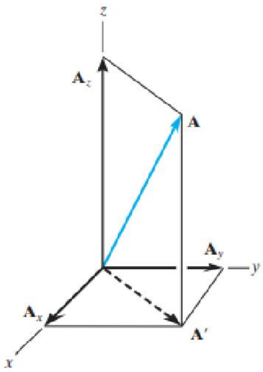
Vektör cebri işlemleri, üç boyutlu problemlerin çözümüne uygulanırken, vektörler önce kartezyen vektör formunda ifade edilirse basitleşir.

Sağ El Koordinat Sistemi



Vektör cebri teorisini geliştirmek için sağ el koordinat sistemi kullanılacaktır. Bir dik veya kartezyen koordinat siteminde, sağ elin parmakları pozitif z ekseni etrafında bükülüp, pozitif x ekseninden pozitif y eksenine yöneldiğinde, sağ elin başparmağı pozitif z eksenini gösteriyorsa, söz konusu koordinat sistemine sağ el koordinat sistemi denir.

Bir Vektörün Bileşenleri

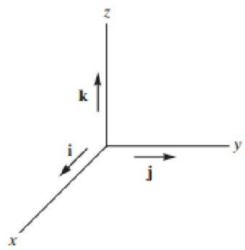


Bir A vektörünün, x, y, z koordinat eksenlerine göre yönelimine bağlı olarak, bu eksenler üzerinde bir, iki veya üç dik bileşeni olabilir. Paralelkenar kuralını iki kez art arda uygulayarak, vektörü A = A' + A_z, ve sonra A'= A_x + A_y şeklinde bileşenlere ayırabiliriz. Bu denklemler birleştirilerek, A, üç dik bileşenin vektörel toplamı olarak gösterilir.

$$A = A_x + A_y + A_z$$

Kartezyen Birim Vektör

Üç boyutlu uzayda, i, j, k kartezyen birim vektörleri, sırasıyla x, y, z eksenlerinin doğrultusunu göstermek için kullanılır. Bu vektörlerin yönleri (veya uçları), pozitif veya negatif x, y, z eksenleri boyunca yönelmelerine bağlı olarak, artı veya eksi işareti ile analitik olarak tanımlanacaktır. Pozitif birim vektörler şekilde gösterilmiştir.

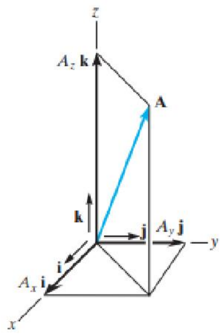


Kartezyen Vektör Gösterimi

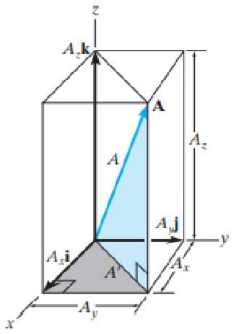
Kartezyen birim vektörler kullanılarak, üç vektör bileşeni '"kartezyen vektör formu"nda yazılabilir. Bileşenler, pozitif i, j ve k yönünde etkidiğinden;

$A = A_x i + A_y j + A_z k$

Vektörleri kartezyen bileşenler cinsinden yazmak önemli bir avantaj sağlar. Bu bileşenlerin her biri Denklem 2-4'tekiforma sahip olduğundan, her bir bileşen vektörün büyüklüğü ve doğrultusu ayrılır ve bunun, özellikle üç boyutlu uzayda, vektör cebri işlemlerini basitleştireceği gösterilecektir.



Kartezyen Vektörün Büyüklüğü



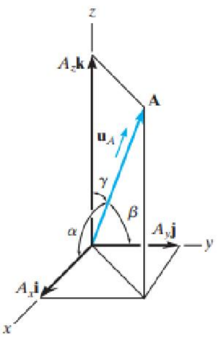
Kartezyen vektör formunda ifade edilen bir A vektörünün büyüklüğünü elde etmek her zaman mümkündür. Şekildeki renkli dik üçgenden $A = \sqrt{A'^2 + A^2}$ ve koyu dik üçgenden $A' = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ olduğu görülür. Bu denklemler birleştirilerek;

$$\boxed{A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

elde edilir. Buna göre, A'nın büyüklüğü, bileşenlerinin karelerinin toplamının pozitif kare köküne eşittir.

Kartezyen Vektörün Doğrultusu

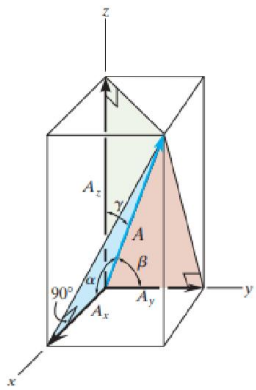
Şekildeki gibi A vektörünün yönelimi, A’nın başlangıç noktası ve bu noktada yer alan pozitif x, y, z eksenleri arasında ölçülen α (alfa), β (beta) ve γ (gama) koordinat doğrultu açıları ile tanımlanır. Bu açıların her birinin, A'nın doğrultusundan bağımsız olarak, 0° ile 180° arasında olacağına dikkat ediniz, α, β ve γ belirlemek için, A'nın x, y, z eksenleri üzerindeki izdüşümlerini ele alınarak ve her bir şekildeki renkli dik üçgene bakarak,



$$\boxed{\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \qquad \cos\beta = \frac{A_y}{A} \qquad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}}$$

Elde edilir. Bu sayılar A'nın doğrultu kosinüsleri olarak bilinir. Bunlar belirlendikten sonra, α, β ve γ doğrultu açıları ters kosinüs fonksiyonundan belirlenebilir.

A'nın doğrultu kosinüslerini elde etmenin kolay bir yolu, A doğrultusunda bir birim vektör oluşturmaktır. A kartezyen vektör formunda ifade edildiğinde, $A = A_x i + A_y j + A_z k$, büyüklüğü bir birim olan ve A vektörü ile büyüklüğüne bölünmesi ile elde edilen birimsiz u_A birim vektörü şu şekilde elde edilmektedir.



$$\boxed{\mathbf{u}_A = \frac{\mathbf{A}}{A} = \frac{A_x}{A}\mathbf{i} + \frac{A_y}{A}\mathbf{j} + \frac{A_z}{A}\mathbf{k}}$$

$$\boxed{A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

$$\mathbf{u}_A = \cos\alpha\,\mathbf{i} + \cos\beta\,\mathbf{j} + \cos\gamma\,\mathbf{k}$$

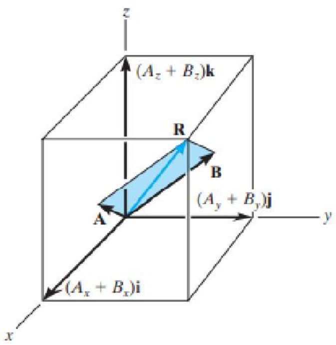
Bir vektörün büyüklüğü, bileşenlerinin büyüklüklerinin karelerinin toplamının pozitif kare köküne eşit ve u_A'nın büyüklüğü 1 olduğundan, doğrultu kosinüsleri arasında önemli bir bağıntı

$$\boxed{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1}$$

şeklinde elde edilir. İki koordinat doğrultu açısının bilinmesi durumunda üçüncüsünü belirlemek için kullanılabilir. Sonuç olarak, A'nın büyüklüğü ve koordinat doğrultu açıları verildiğinde, A, kartezyen vektör formunda şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= A\,\mathbf{u}_A \\ &= A\cos\alpha\,\mathbf{i} + A\cos\beta\,\mathbf{j} + A\cos\gamma\,\mathbf{k} \\ &= A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}\end{aligned}$$

Kartezyen Vektörlerde Toplama ve Çıkarma



İki veya daha fazla vektörün toplanması ve çıkarılması işlemi, vektörler kartezyen bileşenler cinsinden ifade edildiğinde oldukça basitleşir. Örneğin şekilde $A = A_x i + A_y j + A_z k$ ve $B = B_x i + B_y j + B_z k$ ise, R bileşke vektörü, A ve B'nin i, j, k bileşenlerinin skaler toplamlarından oluşan bileşenlere sahiptir.

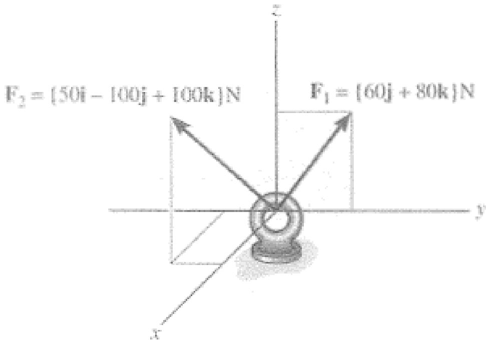
$R = A + B = (A_x + B_x)i + (A_y + B_y)j + (A_z + B_z)k$

Şayet çok sayıdaki aynı bir noktadan geçen kuvvetin oluşturduğu bir sistem söz konusu ise, bileşke kuvvet, sistemdeki tüm kuvvetlerin vektörel toplamıdır.

$$\boxed{\mathbf{F}_R = \Sigma\mathbf{F} = \Sigma F_x\mathbf{i} + \Sigma F_y\mathbf{j} + \Sigma F_z\mathbf{k}}$$

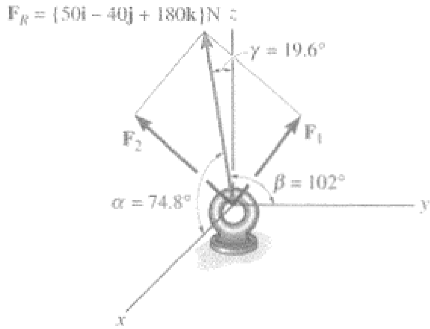
ÖRNEK:

Şekildeki halkaya etkiyen kuvvetin büyüklüğünü ve koordinat doğrultu açılarını belirleyiniz.



ÇÖZÜM:

Her bir vektör kartezyen vektör formunda gösterildiğinden, bileşke kuvvet şu şekilde bulunur;



$$\mathbf{F}_{\mathrm{R}} = \sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (60\mathrm{j} + 80\mathrm{k})\mathrm{N} + (50\mathrm{i} - 100\mathrm{j} + 100\mathrm{k})\mathrm{N}$$

$$= (50\mathrm{i} - 40\mathrm{j} + 180\mathrm{k})\mathrm{N}$$

F_{R} büyüklüğü;

$$\mathrm{F}_{\mathrm{R}} = \sqrt{(50)^2 + (-40)^2 + (180)^2} = 191N$$

α, β, γ koordinat doğrultuları açıları, $\mathbf{F}_{\mathrm{R}}$ doğrultusunda etkiyen birim vektörün bileşenlerinden belirlenir.

$$\mathrm{u}_{\mathrm{FR}} = \frac{\mathbf{F}_R}{F_R} = \frac{50i - 40j + 180k}{191}$$

$$= 0.2617\mathrm{i} - 0.2094\mathrm{j} + 0.9422\mathrm{k}$$

Buradan;

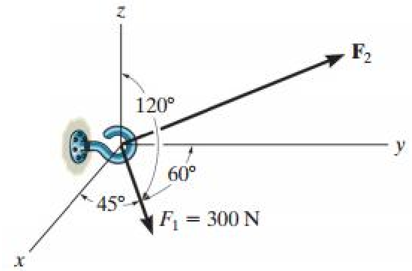
$$\cos\alpha = 0.2617 \qquad \alpha = 78.8^o$$

$$\cos\beta = -0.2094 \qquad \beta = 102^o$$

$$\cos\gamma = 0.9422 \qquad \gamma = 19.6^o$$

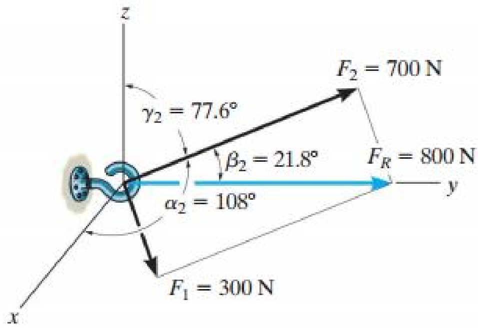
ÖRNEK:

Şekildeki kancaya iki kuvvet etkimektedir. **F**$_2$'nin koordinat doğrultu açılarını, **F**$_R$ bileşke kuvveti pozitif y ekseni boyunca etkileyecek ve büyüklüğü 800N olacak şekilde belirleyiniz.



ÇÖZÜM:

Problemin çözümünde bileşke kuvveti ve bu kuvvetin **F**$_1$ ve **F**$_2$ bileşenleri kartezyen vektör formunda ifade edilecektir. **F**$_R$ = **F**$_1$ + **F**$_2$



$\mathbf{F}_1 = F_1 cos\alpha_1 i + F_1 cos\beta_1 j + F_1 cos\gamma_1 k$
$= 300cos45^o i + 300cos60^o j + 300cos120^o k$
$= (212.1i + 150j - 150k)N$

$\mathbf{F}_2 = F_{2x} i + F_{2y} j + F_{2z} k$

F$_R$ büyüklüğü 800 N;

$\mathbf{F}_R = (800\mathrm{j})\mathrm{N}$

Bileşke kuvvet: **F**$_R$ = **F**$_1$ + **F**$_2$

$800j = 212.1i + 150j - 150k + F_{2x} i + F_{2y} j + F_{2z} k$
$800j = (212.1 + F_{2x})i + (150 + F_{2y})j + (-150 + F_{2z})k$

Buradan eşitliğin her iki tarafındaki birim vektörleri birbirine eşitleyerek;

$0 = 212.1 + F_{2x} \qquad F_{2x} = -212.1N$
$800 = 150 + F_{2y} \qquad F_{2y} = 650N$
$0 = -150 + F_{2z} \qquad F_{2z} = 150N$

F$_2$ kuvvetini büyüklüğü;

$F_2 = \sqrt{(-212.1N)^2 + (650N)^2 + (150N)^2} = 700\mathrm{N}$

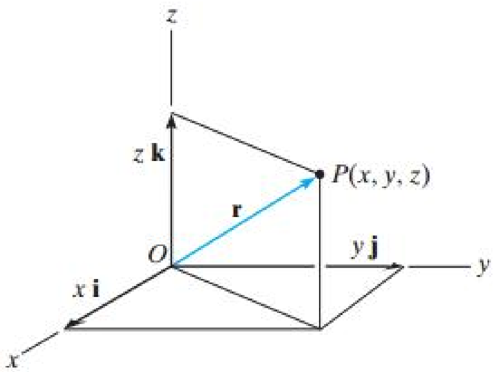
F$_2$ doğrultusunda etkiyen birim vektörün bileşenleri, α_2, β_2, γ_2

$\cos\alpha_2 = -\frac{212.1}{700}; \alpha_2 = 108^o, \quad \cos\beta_2 = \frac{650}{700}; \beta_2 = 21.8^o, \quad \cos\gamma_2 = \frac{150}{700}; \gamma_2 = 77.6^o$

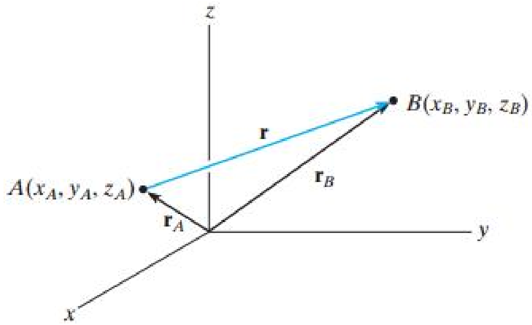
KONUM VEKTÖRLERİ

r konum vektörü, bir noktanın uzaydaki konumunu diğer bir noktaya göre belirleyen sabit bir vektördür. Örneğin, r, koordinatların O orijininden P(x, y, z) noktasına şekildeki gibi uzanıyorsa. r kartezyen vektör formunda şu şekilde ifade edilmektedir.

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$



Daha genel bir halde, şekildeki konum vektörü uzaydaki *A* noktasından *B* noktasına yönelebilir.



Vektörlerin uç uca eklenmesiyle;

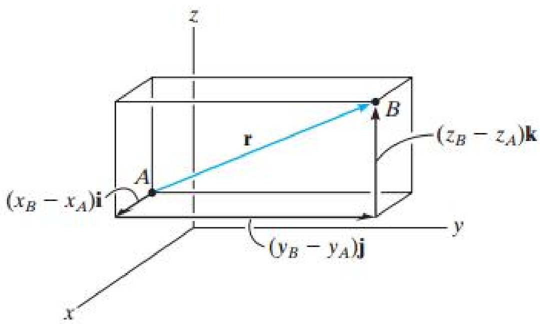
$r_A + r = r_B$

r_A ve r_B kartezyen vektör formunda ifade edersek te;

$\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (x_B\mathrm{i} + y_B\mathrm{j} + z_B\mathrm{k}) - (x_A\mathrm{i} + y_A\mathrm{j} + z_A\mathrm{k})$

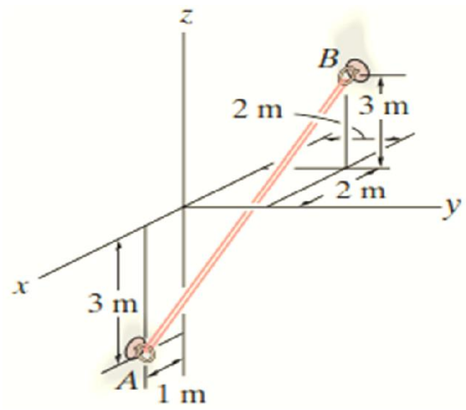
$$\boxed{\mathbf{r} = (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}}$$

Sonuç olarak, *r* konum vektörünün *i*, *j*, *k* bileşenleri, vektörün başlangıcının koordinatları, $A(x_A,\ y_A,\ z_A)$, ucunun karşı gelen koordinatlarından, $B(x_B,\ y_B,\ z_B)$, çıkartılarak oluşturulabilir. Ayrıca, bu üç bileşenin uç uca eklenmesi *r*'yi verir, yani *A*'dan *B*'ye giderken, önce $+i$ yönünde $(x_B - x_A)$ kadar gidilir, sonra $+j$ yönünde $(y_B - y_A)$ kadar gidilir ve en son $+k$ yönünde $(z_B - z_A)$ kadar gidilir.



ÖRNEK

Şekilde gösterildiği gibi *A* ve *B* noktalarına elastik bir bant tutturulmuştur. Bantın uzunluğu ve *A*'dan *B*'ye ölçülen doğrultusunu bulunuz.



ÇÖZÜM:

Önce *A*'dan *B*'ye giden bir konum vektörü oluşturularak, *A* (1m, 0, -3m) şeklinde başlangıç noktası koordinatları, *B* (-2m, 2m, 3m) şeklinde uç koordinatları çıkartılır.

r = (-2m – 1m)i + (2m – 0)j + (3m – (-3m))k

= (-3i + 2j +6k)m

r'nin büyüklüğü, lastik bandın uzunluğunu verir.

$$r = \sqrt{(-3)^2 + (2)^2 + (6)^2} = 7m$$

r doğrultusundaki biri vektör yazılırsa;

$$u = \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{-3}{7}i + \frac{-3}{7}j + \frac{-3}{7}k$$

Bu birim vektörün bileşenleri;

$$\cos\alpha = -\frac{-3}{7}; \alpha = 115^o,$$

$$cos\beta = \frac{2}{7}; \beta = 73.4^o,$$

$$\cos\gamma = \frac{6}{7}; \gamma = 31.0^o$$

3. PARÇACIK DENGESİ

3.1 Parçacık Denge Koşulu

Bir parçacık, başlangıçta hareketsizken halen durağan halde bulunuyorsa veya başlangıçta hareketli iken halen sabit hıza sahipse denge durumundadır denmektedir. Ancak, "denge" veya "statik denge" ifadesi, çoğu zaman durmakta olan bir nesneyi tanımlamak için kullanılır. Denge durumunu korumak için, Newton'un birinci hareket kanununu sağlamak gereklidir. Bu kanuna göre, bir parçacık üzerine etkiyen bileşke kuvvet sıfır ise, parçacık dengededir. Bu durum, matematiksel olarak, $\sum F$ parçacık üzerine etkiyen tüm kuvvetlerin vektörel toplamım göstermek üzere,

$$\sum F = 0$$

Şeklinde ifade edilebilir.

Denklem, denge için gerekli koşul olmakla kalmayıp, aynı zamanda yeterli koşuldur. Bu durum, $\sum F = ma$ şeklinde yazılabilen Newton'un ikinci hareket kanunu ile ortaya konulur. Kuvvet sistemi Denklemi sağladığına göre, $m\mathbf{a}$=0'dır. Dolayısıyla parçacığın ivmesi sıfırdır (**a**=0) ve sonuç olarak, parçacık gerçekten sabit hızla hareket etmekte veya durmaktadır.

3.2 Serbest Cisim Diyagramı

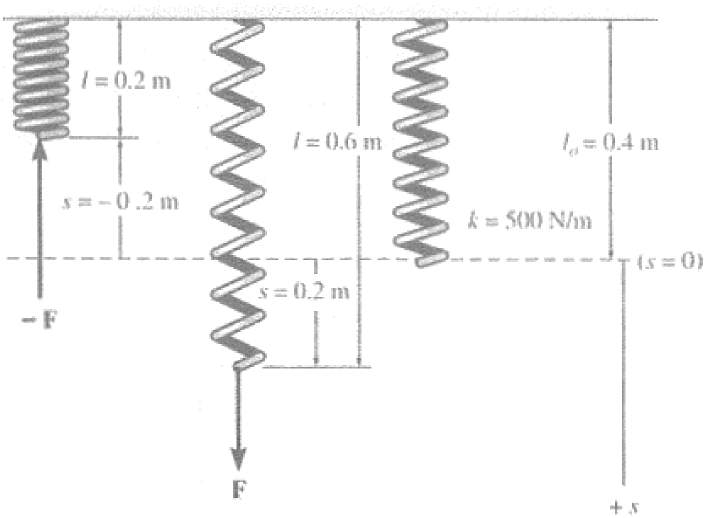
Denge denklemini doğru uygulayabilmek için, parçacık üzerine etkiyen tüm bilinen ve bilinmeyen kuvvetleri ($\sum F$) hesaba katmalıyız. Bunu yapmanın en iyi yolu, parçacığın serbest cisim diyagramım çizmektir. Bu diyagram, parçacığı çevresinden soyutlanmış veya "serbest" olarak gösteren bir şemadır. Bu şemada, parçacık üzerine etkiyen tüm kuvvetleri göstermek gereklidir. Bu diyagram çizildikten sonra, yukardaki denklemi uygulamak kolaylaşır. Serbest cisim diyagramı çizme yöntemini sunmadan önce, parçacık denge probleminde sık karşılaşılan iki bağlantı tipini ele alacağız.

Yaylar: Mesnet olarak lineer elastik bir yay kullanılıyorsa, yayın uzunluğu, üzerine etkiyen kuvvet ile doğru orantılı olarak değişir. Yayların "elastikliği" ni tanımlayan bir özellik k yay sabiti veya k katsayısıdır. Katsayısı k olan ve yüksüz konumdan s mesafesi kadar deforme edilmiş (uzatılmış veya sıkıştırılmış) lineer elastik bir yayda oluşan kuvvetin büyüklüğü şu şekilde ifade edilmektedir.

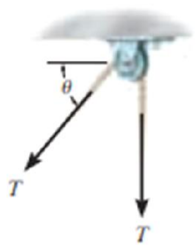
$$F = ks$$

s, yayın uzamadan sonraki, l, uzunluğu ile uzamadan önceki, l_0, uzunluğu arasındaki farktan belirlenir, yani $s = l - l_0$ olur. Buna göre, s pozitif ise, F kuvveti yayı "çeker"; s negatif ise, F kuvveti yayı "iter".

Örnek olarak, şekildeki yayın uzunluğu l_0 = 0.4 m ve katsayısı k = 500 N/m olduğunu varsayalım. Yayı l = 0.6 m olacak şekilde uzatmak için, $F = ks$ = (500 N/m)(0.6 m - 0.4 m) = 100 N' luk bir kuvvet gereklidir. Benzer şekilde, yayı l = 0.2 m ye sıkıştırmak için, F = ks = (500 N/m)(0.2 m- 0.4 m) = - 100 N 'luk bir kuvvet gerekir.



İpler ve Makaralar: İpler, sadece gerilme veya "çekme" kuvvetini taşıyabilir ve bu kuvvet daima ip doğrultusunda etkir. Buna göre, şekilde gösterilen herhangi bir Θ açısı için, ip, uzunluğu boyunca sabit T gerilmesine maruz kalmaktadır.



Serbest Çizim Diyagramı Çizme Yöntemi:

Parçacığa etkiyen tüm kuvvetleri hesaba katmamız gerektiğinden, bir problemin çözümü için denge denklemlerini oluşturmadan önce, bir serbest içim diyagramını oluşturmak çok önemlidir. Bunun için şu üç adımın izlenmesinde fayda vardır;

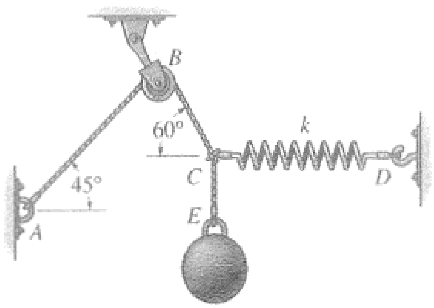
1. *Adım:* - Taslak şeklin çizilmesi: Parçacığın, çevresinden soyutlandığını veya "serbest" kaldığını düşünerek cismin genel hatları çizilmelidir. Bu cisim üzerinde parçacık üzerine etkiyen bütün kuvvetler belirtilmelidir.

2. *Adım* - Etki eden kuvvetlerin gösterimi: Bu kuvvetler, bağlı ipler, ağırlık, manyetik ve elektrostatik etkileşim nedeniyle ortaya çıkan ve parçacığı hareket ettiren aktif kuvvetler olabilir. Ayrıca hareketi önleme eğilimi olan ve kısıtlamalar veya mesnetlerin neden olduğu tepki kuvvetleri de mevcuttur. Bu kuvvetlerin hepsini hesaba katmak konusunda, parçacığın sınırlarını çizerek, üzerine etkiyen her bir kuvveti işaretlemek yardımcı olabilir.

3. *Adım* - Her bir kuvvetin tanımlanması: bilinen kuvvetler, uygun büyüklük ve doğrultularla işaretlenmelidir. Bilinmeyen kuvvetlerin büyüklük ve doğrultularını göstermek için harfler kullanılabilir. Bir kuvvetin etki çizgisi biliniyor, fakat büyüklüğü bilinmiyorsa, kuvvetin yönünü gösteren "ok ucu" varsayıma göre seçilebilir. Tanım

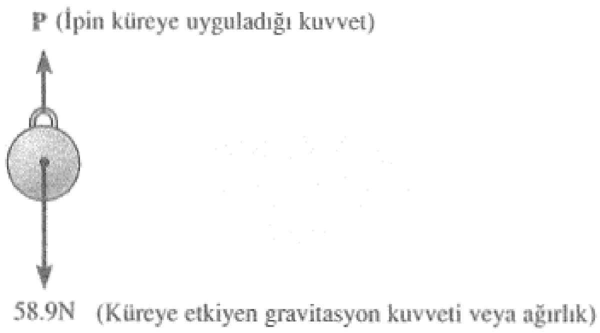
gereği, büyüklük daima pozitiftir, çözüm "negatif" bir skaler verirse, eksi işareti, kuvvetin yönünün, başta varsayılanın tersine olduğunu gösterir.

ÖRNEK: 6 kg kütleli küre şekilde gösterildiği gibi dengede tutulmaktadır. Kürenin ve C'deki düğümün serbest cisim diyagramını çiziniz.

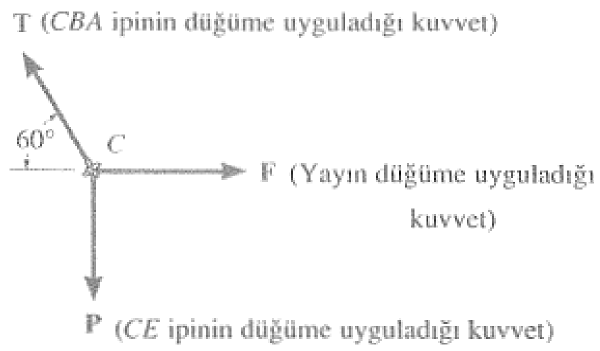


ÇÖZÜM:

Küre üzerine etkiyen kürenin ağırlığı ve CE ipinin **P** kuvveti olmak üzere iki kuvvet bulunmaktadır. Kürenin ağırlığı (6kg)(9.81m/s^2) = 58.9 N'dur. Şekilde gösterildiği gibi serbest cisim diyagramı oluşturulur.



Çevresinden soyutlandığında C'deki düğüm noktasına üç kuvvetin etkilediği gözükmektedir. Bunlara CBA ve CE ipleri ve CD yayı neden olmaktadır. Buna göre de düğümün serbest cisim diyagramı şekildeki gibi çizilmelidir.

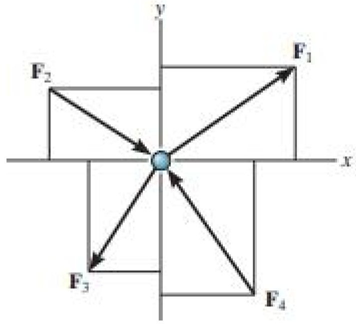


3.3 Düzlemsel Kuvvet Sistemleri

Çoğu parçacık denge problemi, bir düzlemsel kuvvet sistemi içerir, Kuvvetler, x-y düzleminde bulunuyorsa, ive j bileşenlerine ayrılır.

$$\sum F = 0$$

$$\sum F_x i + \sum F_y j = 0$$



Bu vektörel denklemin sağlanması için x ve y bileşenleri sıfıra eşit olmalıdır, aksi takdirde $\sum F \neq 0$ olur. Buna göre;

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

Problem çözümlerindeki önemli basamaklar

Serbest Cisim Diyagramı

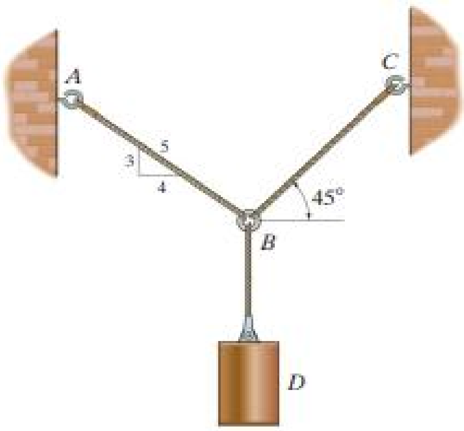
- x ve y eksenleri uygun yönlendirmeyle oluşturulur.
- Diyagramda bilinen ve bilinmeyen bütün kuvvetler doğrultuları ve büyüklüklerine çizilir.
- Bilinmeyen büyüklüğe sahip bir kuvvetin yönü keyfi seçilebilir.

Denge Denklemleri

- $\sum F_x = 0$ ve $\sum F_y = 0$ denge denklemleri uygulanır.
- Uygulamada, bileşenler, pozitif eksenler yönünde ise pozitif, negatif eksenler yönünde ise negatif alınır.
- Eğer ikiden fazla bilinmeyen varsa ve problem bir yay içeriyorsa, yay kuvvetini yayın deformasyonuna bağlı ifadesi F=ks uygulanır.
- Bir kuvvetin büyüklüğü her zaman pozitif bir değer olduğundan, bir kuvvetin çözümü negatif bir sonuç verirse, bu onun anlamının serbest cisim diyagramında gösterilen yönünün tersi olduğunu gösterir.

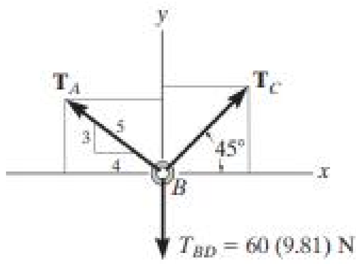
UYGULAMA ÖRNEKLERİ:

1. 60 kg kütleli bir silindirin şekildeki gibi dengede olabilmesi için BA ve BC kablolarındaki çekme kuvvetlerinin ne olması gerekmektedir.



ÇÖZÜM:

__Serbest Cisim Diyagramı:__ Denge durumundan dolayı silindirin ağırlığı *BD* kablosuna çekme kuvveti uygular ve büyüklüğü T_{BD}= 60 kg *x* 9.81m/s^2 = 588.6 N olur. *BA* ve *BC* kablo kuvvetleri *B* düğüm noktasında denge durumu göz önünde bulundurularak bulunur. Bu denge durumunu gösteren serbest cisim diyagramları andaki şekillerde gösterilmiştir. T_A ve T_C kuvvetlerinin büyüklükleri bilinmemekte fakat doğrultuları bilinmektedir.



__Denge Denklemleri:__

$$\overset{+}{\rightarrow}\sum F_x = 0 \Rightarrow T_C \cos 45^o - \tfrac{4}{5}T_A = 0$$

$$\overset{+}{\uparrow}\sum F_y = 0 \Rightarrow T_C \sin 45^o - \tfrac{3}{5}T_A - 588.6N = 0$$

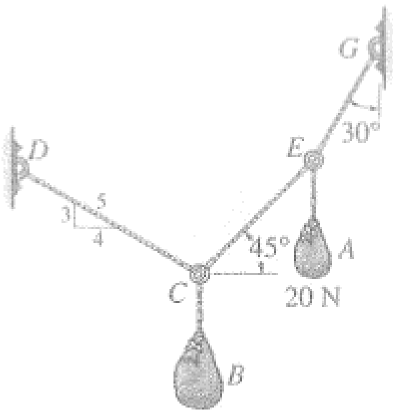
1. denklemden $T_A = 0.8839T_C$

2. denklemde yerine konularak $T_C \sin 45 + \tfrac{3}{4}0.8839T_C - 588.6N = 0$

$T_C = 476N$

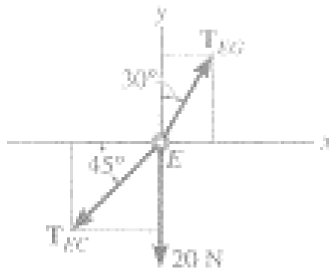
$T_A = 420N$

2. Şekilde gösterilen A noktasındaki çuval 20 N ağırlığında olduğuna göre, sistemi, gösterilen denge konumunda tutmak için her ipte olması gereken kuvveti ve B'deki çuvalın ağırlığını hesaplayınız.



ÇÖZÜM:

A' nın ağırlığı bilindiğinden, EG ve EC iplerindeki bilinmeyen çekme kuvvetleri E'deki halkanın dengesi incelenerek belirlenebilir.



Serbest Cisim Diyagramı: *E* noktası üzerinde etkiyen 3 kuvvet şekildeki gibi gösterilir.

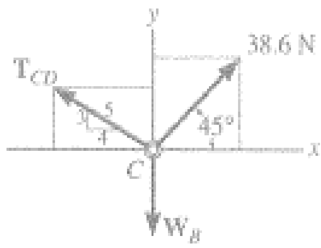
Denge Denklemleri: *x* ve *y* eksenleri oluşturularak her bir kuvveti *x* ve *y* bileşenlerine ayırırsak, trigonometri yardımıyla;

$$\overset{+}{\rightarrow}\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{EG}\sin 30^o - T_{EC}\sin 45^o = 0$$

$$\overset{+}{\uparrow}\sum F_y = 0 \Rightarrow T_{EG}\cos 30^o - T_{EC}\sin 45^o - 20N = 0$$

$$T_{EC} = 38.6N$$
$$T_{EG} = 54.6N$$

Hesaplanan T_{EC} değeri kullanılarak, C_D'deki gerilmeyi ve B'nin ağırlığını belirlemek amacıyla C'deki halkanın dengesi incelenebilir.



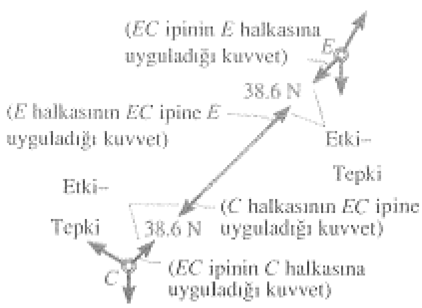
Serbest Cisim Diyagramı: Şekilde gösterildiği gibi, T_{EC}=38.6 N kuvveti *C*'yi "çeker". Bunun nedeni, CE ipinin serbest cisim diyagramı çizilip, hem denge ve hem de etki tepki ilkesi uygulandığında görülecektir.

Denge Denklemleri: *x* ve *y* eksenleri çizilir ve T_{CD}'nin bileşenlerinin, 3-4-5 üçgeniyle tanımlandığı gibi, ipin eğimiyle orantılı olduğu dikkate alınırsa,

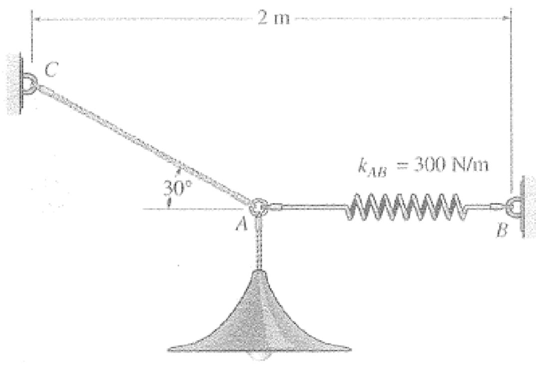
$$\overset{+}{\rightarrow}\sum F_x = 0 \Rightarrow 38.6\cos 45^o - \tfrac{4}{5}T_{CD} = 0$$

$$\overset{+}{\uparrow}\sum F_y = 0 \Rightarrow \tfrac{3}{5}T_{CD} - 38.6\sin 45^o - W_B - 20N = 0$$

$$T_{CD} = 34.2N$$
$$W_B = 47.8N$$



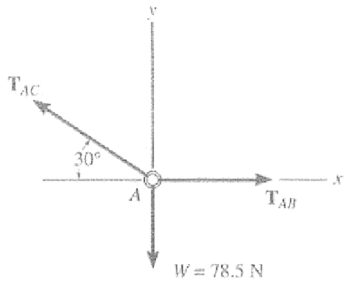
3. Şekilde 8 kg'lık lambanın gösterilen konumda asılabilmesi için, *AC* ipinin uzunluğu ne olmalıdır? *AB* yayının deforme olmamış uzunluğu l'_{AB} = 0.4 m ve yay katsayısı k_{AB} = 300 N/m'dir.



ÇÖZÜM:

AB yayındaki kuvvet bilinirse, yayın uzaması bulunabilir (*F=ks*). Bu durumda, problemin geometrisinden, *AC* ipinin istenilen uzunluğunu hesaplamak mümkün olabilir.

Serbest Cisim Diyagramı: Lambanın ağırlığı W = 8(9.81) = 78.5 N. *A*'daki halkanın serbest cisim diyagramı şekilde gösterilmiştir.



Denge Denklemleri:

$\overset{+}{\rightarrow}\sum F_x = 0 \qquad T_{AB} - T_{AC}\,cos30^0 = 0$

$\uparrow + \sum F_y = 0 \qquad T_{AC}\,sin30^0 - 78.5 = 0$

$T_{AC} = 157\ N$

$T_{AB} = 136\ N$

AB yayının uzama miktarı;

$T_{AB} = k_{AB}s_{AB} \qquad$ 136 N = 300 N/m(s_{AB})

$s_{AB} = 0.453\ m$

AB yayının gerilmiş uzunluğu;

$l_{AB} = l'_{AB} + s_{AB} = 0.4\ m + \ 0.453\ m = 0.853\ m$

C'den *B*'ye yatay uzaklık;

$2\ m = l_{AC}cos30^0 + 0.853\ m$

$l_{AC} = 1.32\ m$

REFERANSLAR

1. Mühendislik Mekaniği-Statik (Metrik Baskı), R.C. HİBBELER, S.C. FAN, Çevirenler: Ayşe SOYUÇOK, Özgün SOYUÇOK, Literatür Yayınları, 1. Basım, Mart 2005, ISBN: 975-04-0217-0.

2. Statik-Mukavemet Ders Notları, Prof. Dr. Zihni ZERİN, OMÜ, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü.

3. Statik Ders Notları, Prof. Dr. Muzaffer Topçu, PAÜ Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü.

4. Statik Ders Notları, Doç. Dr. Hüseyin BAYIROĞLU, YTÜ, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü.

5. Statik Ders Notları, Prof. Dr. Cesim ATAŞ, DEÜ, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü.