

## DÜZGÜN YAYILI YÜKLER

Kuvvetler bir yüzeye veya bir hacme etki ettiklerinde bu kuvvetler yerine bunların bileşkesi tek bir kuvvetmiş gibi hesaplanabilmektedir.

Bir tank içinde bulunan su, serilmiş halının ağırlığı vs. tabanda eşit dağılmış yük (basınç) oluşturur.

Oluşan bu basıncın birimi  $(N/m^2)$  veya Pascal (Pa) olarak ifade edilecektir.

Ancak yapı elemanlarında yük belli bir alan üzerinde değil belli bir eksen üzerinde etki eder. (kiriş üzerindeki yayılı yük gibi)

Kiriş üzerindeki yükün kiriş genişliğince eşit, kiriş boyunca ise değişken olması durumunda yükün aksenal olarak denklemini yazmak gerekir.

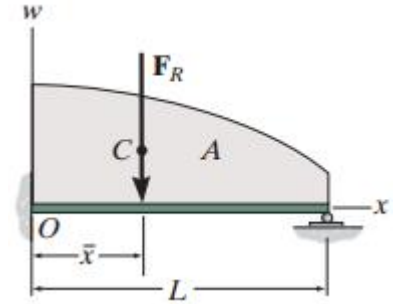
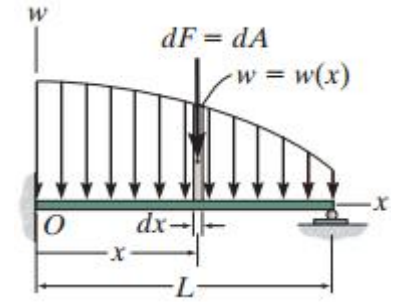
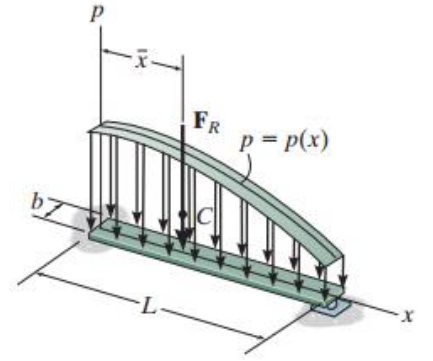
Bu durumda yayılı paralel yükler yerine eşdeğer toplam yük kullanılarak çözüm kolaylaştırılabilir.

Bunun için eşdeğer toplam yükün hangi pozisyonda (noktada) etki ettiğini bulmak gerekmektedir.

Şekilde etki eden yükü bir fonksiyon olarak ifade ederek,  $p = p(x)$  N/m<sup>2</sup>, ve bu fonksiyonu  $b$  genişliği ile de çarparak,  $w(x) = p(x)b$  N/m, bileşke kuvvetin büyüklüğü şu şekilde elde edilebilmektedir.

$$+\downarrow F_R = \sum F; \quad F_R = \int_0^L w(x)dx = \int dA = A$$

Denklemde görüldüğü gibi,  $dF$ 'nin büyüklüğü yük eğrisi altındaki renkli alanın,  $dA$ , diferansiyeli ile belirlenmektedir.



(© Russell C. Hibbeler)

## ETKİ POZİSYONU

Bir eksen etrafında kuvvetler toplamının nasıl toplam momente dönüştüğünü görmüştük.

$$M_o = -\int_0^L x * w(x)dx$$

$$M_o = -\bar{x} * F_R$$

$$-\bar{x} * F_R = -\int_0^L x * w(x)dx \quad \bar{x} = \frac{\int_0^L xw(x)dx}{\int_0^L w(x)dx} = \frac{\int_A x dA}{\int_A dA}$$

Burada  $\bar{x}$  toplam  $F_R$  kuvvetinin etki ettiği noktadır ve bu nokta aynı zamanda elemanın ağırlık merkezidir,  $C$ .

Makine ve yapı elemanlarında değişken kuvvetler ikinci dereceden bir denklem ile ifade edilebilen değerler olmayıp; üçgen daire, kare dikdörtgen gibi ağırlık merkezleri kolay hesaplanabilir şekillerden meydana gelmektedir.

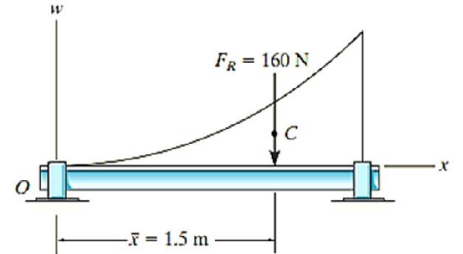
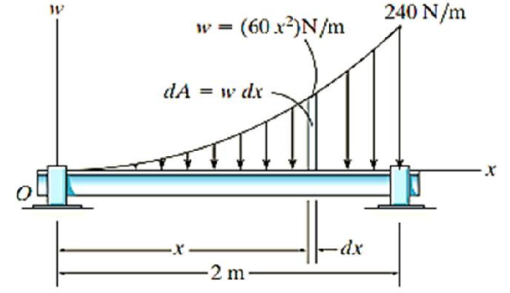
### ÖRNEK:

Yük dağılımı verilen kirişte Toplam kuvveti ve bu kuvvetin nerede etki ettiğini bulunuz.

### ÇÖZÜM:

$$F_R = \int_0^{2m} 60x^2 dx = 60 \frac{x^3}{3} \Big|_0^{2m} = 60 \left( \frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} \right) = 160 \text{ N}$$

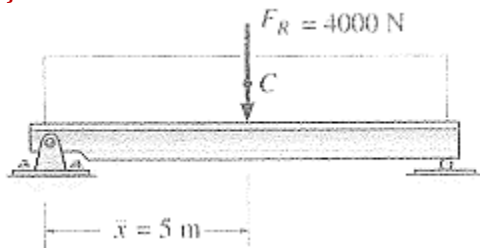
$$\bar{x} = \frac{\int x dA}{\int dA} = \frac{\int_0^{2m} x(60x^2) dx}{160} = \frac{60 \frac{x^4}{4} \Big|_0^{2m}}{160} = \frac{60 \left( \frac{2^4}{4} - \frac{0^4}{4} \right)}{160} = 1.5m$$



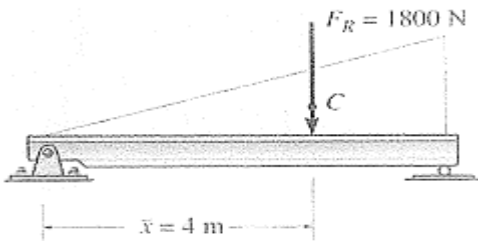
### ÖRNEK:

Şekildeki kirişler üzerine etkiyen yayılı yüklerin bileşkelerini bulunuz.

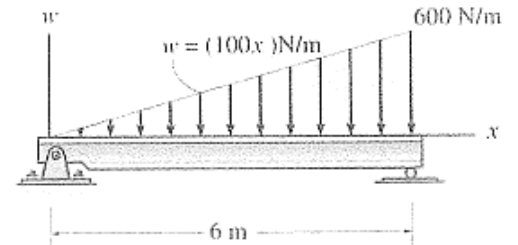
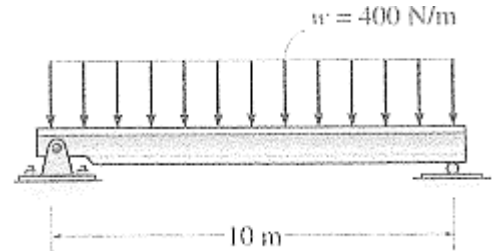
### ÇÖZÜM:



$$F_R = (400 \text{ N/m})(10\text{m}) = 4000\text{N}$$



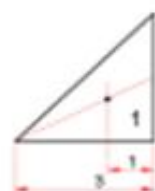
$$F_R = 1/2(600 \text{ N/m})(6\text{m}) = 1800\text{N}$$



Yük dağılımı verilen kirişte toplam kuvveti ve A noktasına göre bu kuvvetin nerede etki ettiğini bulunuz.

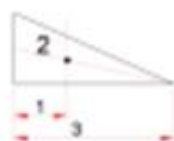
ÇÖZÜM.

Önce yayılı yükler şekline göre gruplandırılır



$$x_1 = 1\text{m}$$

$$F_1 = 15 \cdot 3 / 2 = 22.5 \text{ kN/m}$$



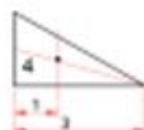
$$x_2 = 1\text{m}$$

$$F_2 = 10 \cdot 3 / 2 = 15 \text{ kN/m}$$



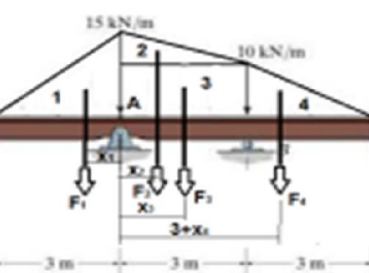
$$x_3 = 1.5\text{m}$$

$$F_3 = 3 \cdot 10 = 30 \text{ kN/m}$$



$$x_4 = 1\text{m}$$

$$F_4 = 15 \cdot 3 / 2 = 22.5 \text{ kN/m}$$



$$\Sigma \vec{F}_R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

$$\Sigma \vec{F}_R = (22.5 + 15 + 30 + 22.5) \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \Sigma \vec{F}_R = 75 \text{ kN}$$

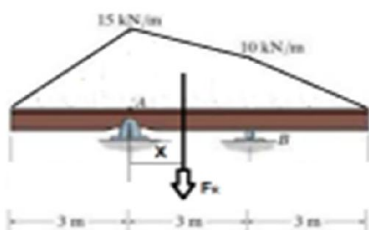
$$\Sigma M_A = F_1 \cdot x_1 - F_2 \cdot x_2 - F_3 \cdot x_3 - F_4 \cdot (3 + x_4)$$

$$\Sigma M_A = 22.5 \cdot 1 - 15 \cdot 1 - 30 \cdot 1.5 - 22.5 \cdot 4$$

$$\Rightarrow \Sigma M_A = -90 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\Sigma M_A = -\bar{x} \cdot F_R$$

$$\Rightarrow \bar{x} = -\frac{M_A}{F_R} \Rightarrow \bar{x} = -\frac{-90}{75} \Rightarrow \bar{x} = 1.2 \text{ m}$$

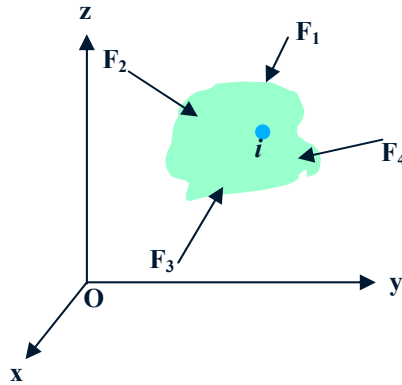


## BÖLÜM 4

### RİJİT CİSİMLERİN DENGESİ

#### 4.1 GİRİŞ VE TANIMLAR

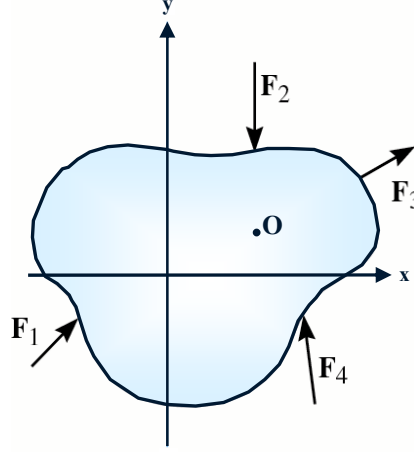
Kuvvet etkisindeki bir kontrüksiyon (yapı), rijit bir cisim gibi hareket etmiyorsa dengededir (Şekil 4.1). Rijit cismin hareketi, ötelenme yada dönmedir veya ikisinin birleşimi şeklinde olabilir. Yapının dengede kalabilmesi için, yapıyı döndürmeye veya ötelemeye sebep olan kuvvet mesnet noktalarındaki tepki kuvvetleri ile dengelenmelidir.



Şekil 4.1 Rijit Cismin Dengesi

İki boyutlu bir yapının herhangi bir yönde hareket etmemesi için gerekli olan şart, o yapının birbirine dik herhangi iki yönde hareket etmemesi şeklinde tanımlanabilir. Normal olarak (şart olmamak koşulu ile) bu yönler yatay ve dikey alınır. Yapıya herhangi bir yönde kuvvet etki etmez ise yapı o yönde harekete zorlanmaz. Bundan dolayı yatay yönde herhangi bir hareket olmaması için o yönde etki eden bütün kuvvetlerin toplamı sıfır olmalıdır ( $\Sigma F_x = 0$ ). Benzer şekilde, dikeyde hareket olmaması için ( $\Sigma F_y = 0$ ) olmalıdır.

Bir yapının düzlem içinde dönmeme şartı, o yapının bir ekseninde dönmemesi ile belirlenir. Böylece, düzlemin herhangi bir noktasında kuvvetlerin bileşke momentinin olmaması lazım gelir. Bundan dolayı, düzlemde dönme olmaması için herhangi bir noktada momentlerin toplamı sıfır olmalıdır. Yani, sistemin içinde yada dışında noktaya göre alınan moment sıfır ( $\Sigma M = 0$ ) olmalıdır.



Şekil 4.2: Kuvvetlerin Gösterimi

İki boyutlu bir yapının tamamıyla dengede olabilmesi için;

$\Sigma F_x = 0$ : bütün yatay kuvvetlerin cebirsel toplamı sıfıra eşit

$\Sigma F_y = 0$ : bütün dikey kuvvetlerin cebirsel toplamı sıfıra eşit;

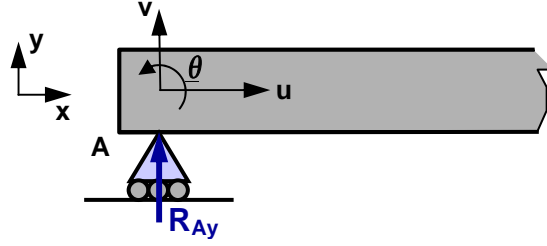
$\Sigma M = 0$ : bütün kuvvetlerin herhangi bir nokta (eksen) etrafındaki momentlerinin cebirsel toplamı sıfıra eşit demektir.

Bunlar iki boyutlu (düzlem) yapıların statik dengesi için 3 denge denklemi olarak bilinir. Yukarıda denklemlerin sağlanabilmesi için yeterli bağların ve bunlara karşılık gelen mesnet reaksiyonların sağlanması lazımdır. Üç ayrı denklem ile üç bilinmeyenin şiddeti belirlenebilir. Eğer yapı sadece yeterli mesnetlerle bağlanmışsa (3'ten fazla olmayan bilinmeyen reaksiyonlar), yapı yukarıdaki eşitliklerle tamamıyla analiz edilebilir ve statik olarak belirlidir (**İzostatik**). Eğer bilinmeyen sayısı üçten fazla ise, sadece yukarıdaki denklemleri kullanarak çözüm mümkün değildir ve yapı statik olarak belirsizdir (**hiperstatik**). Bu tip problemler, elastik cisim mekaniğinde cisimlerin şekil değiştirmelerine bağlı bilinmeyen sayısı kadar yeni denklem yazılabilirse bilinmeyen tepkiler bulunabilir. İki boyutlu yapılarda üçten az mesnet reaksiyonu varsa, **eksik bağlıdır**. Yapı rijit cisim olarak hareket eder. Bir cisim (yapı) üç yada daha çok noktadan bağlı olmasına rağmen yukarıdaki denklemlerden birini sağlamıyorsa böyle sistemlere **yetersiz bağlı** sistemler denir.

## 4.2 MESNETLER VE MESNET REAKSİYONLARI

### 4.2.1 Kayıcı Mesnetler

Sadece bilinmeyen bir reaksiyon sağlar ve hareket yönüne pozitif bir açı ile etki eder. Böylece kayıcı mesnetler, bir doğrultuda lineer harekete ve dönmeye müsaade ederler.

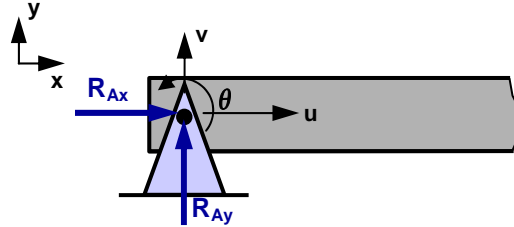


Şekil 4.3: Kayıcı Mesnet

Şekil 4.3'den de anlaşılacağı üzere, y yönünde deplasman yoktur yani sıfırdır ama y yönünde bir tepki kuvveti  $R_{Ay}$  meydana gelir.

#### 4.2.2 Sabit Mesnetler

Tek noktada sabitlenmiş mesnetler yatay ve düşeyde iki reaksiyon verir dolayısıyla iki yönde cismin hareketine engel olur. Fakat dönmeyi sağlar.

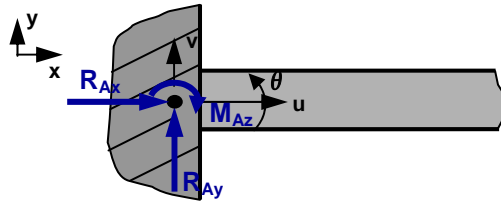


Şekil 4.4: Sabit Mesnet

x ve y yönünde yer değiştirmeler sıfıra eşitken, x ve y yönünde reaksiyon kuvvetleri  $R_{Ax}, R_{Ay}$  meydana gelir.  $\theta \neq 0$  olduğunda  $M_A = 0$  olmaktadır.

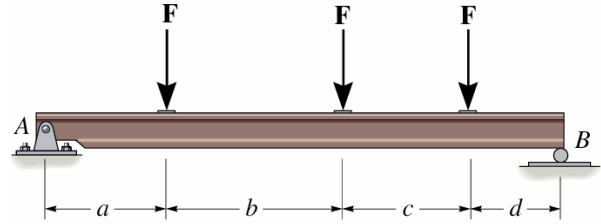
#### 4.2.3 Ankastre (Konsol) Mesnetler

Yönü ve şiddeti bilinmeyen iki reaksiyon ve momenti sağlar (toplam üç bilinmeyen). Böyle bir mesnet iki doğrultuda lineer hareketi ve bir eksen etrafında dönmeyi engeller.



Şekil 4.5: Ankastre Mesnet

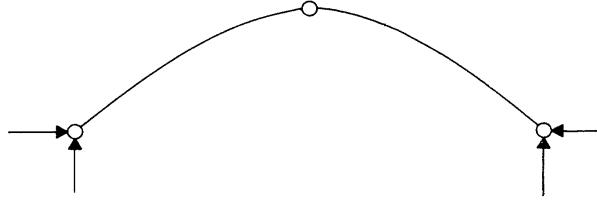
Burada ise  $x = y = \theta = 0$  'dır ve  $R_{Ax} \neq R_{Ay} \neq M_A \neq 0$  olmaktadır. Bu mesnetlerin birlikte uygulanmasını şekil 4.6'deki gibi görebiliriz.



Şekil 4.6: Kayar ve Sabit Mesnet'in Birlikte Uygulanması

### 4.3 ÜÇ YERDEN PUNTALANMIŞ DÜZLEM YAPILAR

Eğer yapı üç noktadan sabitlenmiş ise (menteşe gibi) (şekil 4.7), öyle ki yapının bir parçası diğer parçanın dönmesinden bağımsız olarak pim etrafında dönebiliyor, böylece özel bir çeşit denge eşitliği daha yazılabilir, çünkü pim etrafındaki bütün kuvvetlerin momentleri toplamı sıfır olmalıdır. Bu mesnet reaksiyonunun bilinmeyen bir bileşeninin belirlenmesini sağlar.



Şekil 4.7 Üç yerden puntalanmış kavisli yapı

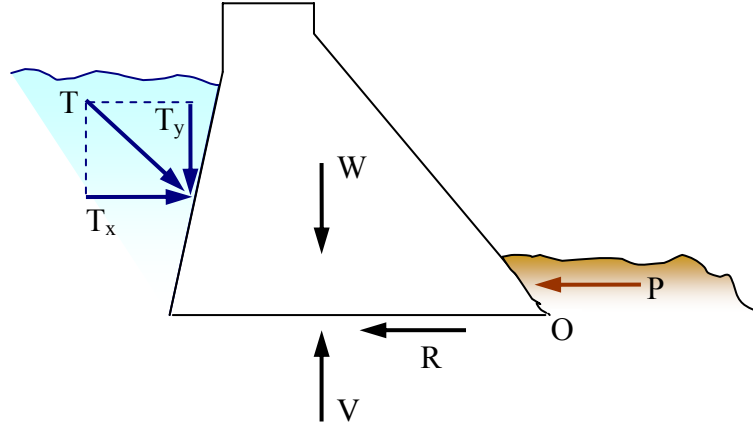
### 4.4 UZAY YAPILAR

Üç boyutlu bir yapı, uzay yapısıdır. Karşılıklı dik yönler, bir uzay yapı için kuvvetlerinin toplamı, sıfır olmalı ve üç tane karşılıklı dikey eksen (x,y ve z) etrafındaki kuvvetlerin momentleri toplamı da sıfır olmalıdır. Bundan dolayı,

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0: & X \text{ yönündeki kuvvetlerin toplamı sıfıra eşittir.} \\ \sum F_y &= 0: & Y \text{ yönündeki kuvvetlerin toplamı sıfıra eşittir.} \\ \sum F_z &= 0: & Z \text{ yönündeki kuvvetlerin toplamı sıfıra eşittir.} \\ \sum M_x &= 0: & X \text{ eksenini etrafındaki momentlerin toplamı sıfıra eşittir.} \\ \sum M_y &= 0: & Y \text{ eksenini etrafındaki momentlerin toplamı sıfıra eşittir.} \\ \sum M_z &= 0: & Z \text{ eksenini etrafındaki momentlerin toplamı sıfıra eşittir.}\end{aligned}$$

#### 4.4.1 Büyük Yapılar

Yapının, Şekil 4.8'de barajda görüldüğü gibi dengeli sağlaması kendi ağırlığına bağlıdır. Böylece, denge için,



Şekil 4.8 Baraj duvarı

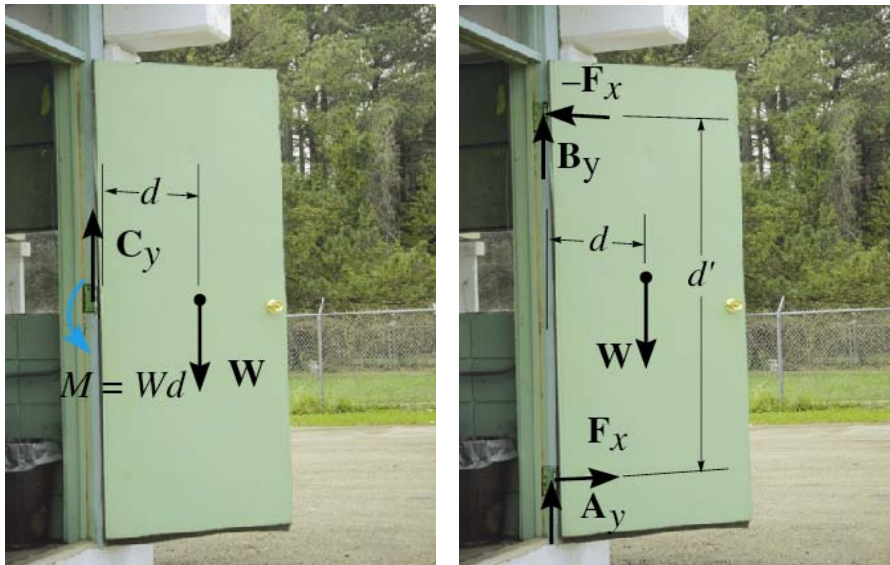
$\Sigma F_y = 0$ : Yapının ağırlığının (W) ve yükün (T) dikey bileşenleri ( $T_y$ ) yapının altındaki dikey yukarı yöndeki yer tepkisi (V) ile dengelenmelidir.

$\Sigma F_x = 0$ : Yükün (T) yatay bileşeninden ( $T_x$ ) kaynaklanan doğrusal yöndeki kayma eğilimi, yükün arkasındaki tepki kuvveti (P) ve/veya yer ile yapı arasındaki sürtünme kuvveti (R) tarafından engellenmelidir.

$\Sigma M_O = 0$ : Dönme merkezi (O) etrafında yükten kaynaklanan döndürme momenti aynı noktada kendi ağırlığından kaynaklanan yenilenme momenti tarafından dengelenmelidir.

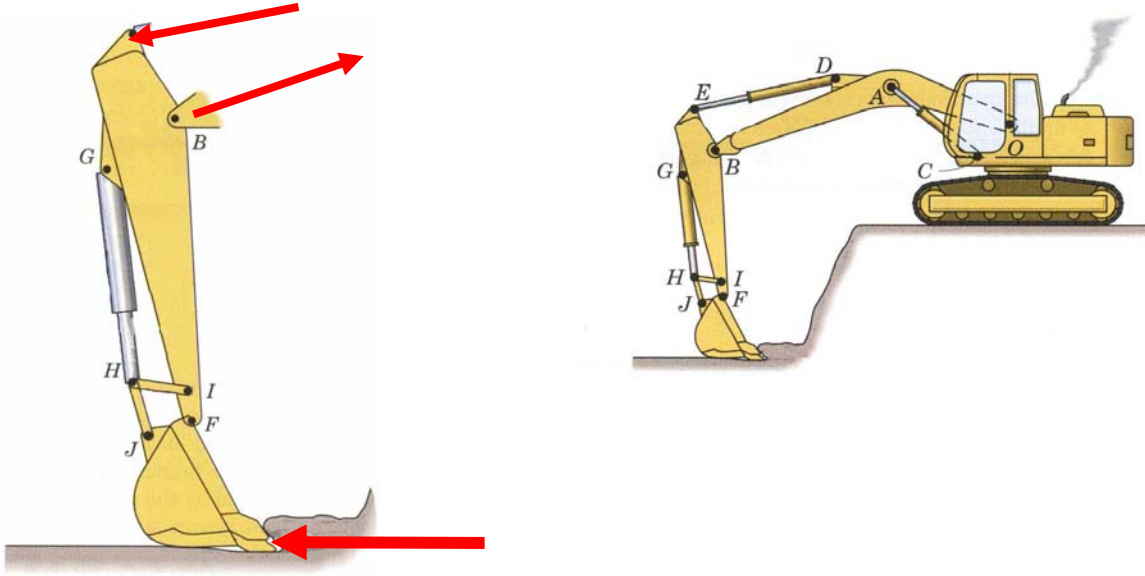
Kütle yapısı döndürmeye karşı güvenlik faktörünü sağlamak için ağırlığı denge için minimum gerekli ağırlıktan daha büyük olacak şekilde dizayn edilmiştir.

### Örnekler;

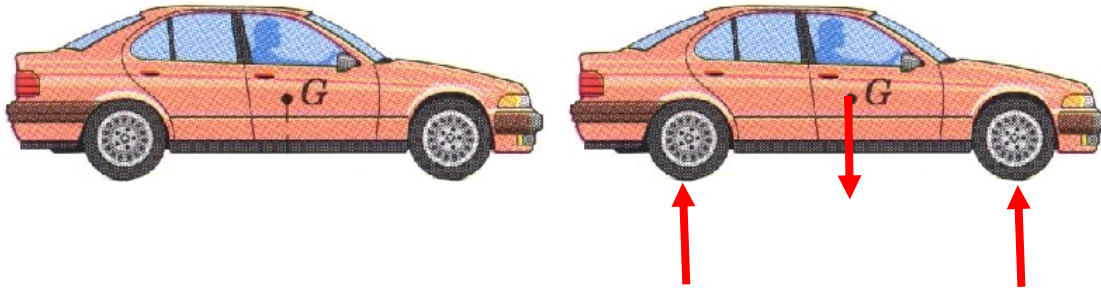


Şekil 4.9: Bir kapıda; a) Tek menteşe olması durumunda gelen kuvvetler b) Çift menteşe olması durumunda meydana gelen kuvvetler

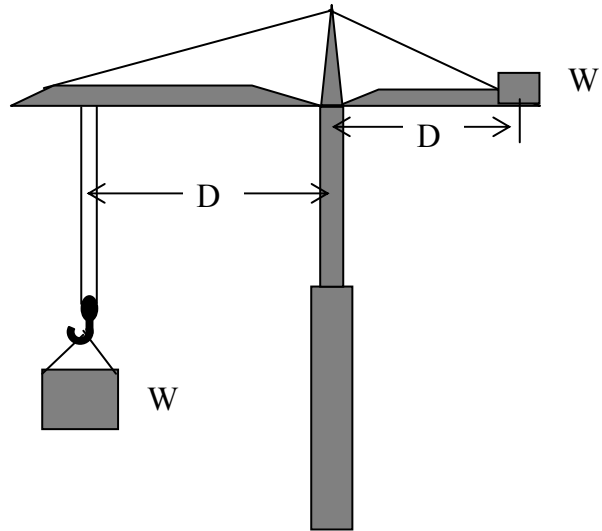




Şekil 4.10: Bir kepçenin çalışması esnasında meydana gelen tepki kuvvetleri



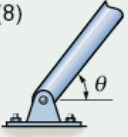
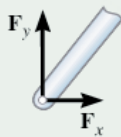

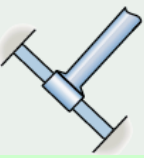
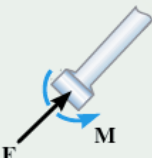

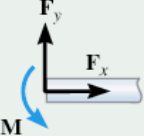
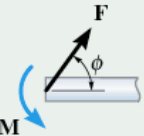
Şekil 4.11: Arabanın dengesi



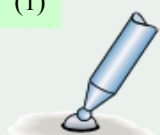
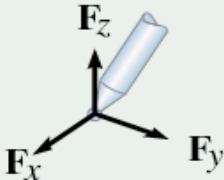



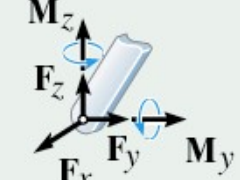

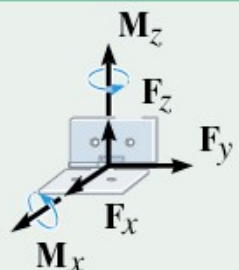

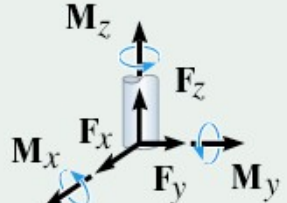
Şekil 4.12: Vinç'te denge sistemi

**Tablo 4.1 İki Boyutlu Cisimler için Mesnet ve Bağ Tepkileri**

Bağlantı Tipi	Reaksiyon	Bilinmeyen Sayısı
(1)  Kablo		Bir bilinmeyen. Reaksiyon kuvveti çekme kuvvetidir ve bu kuvvet bağlı bulunduğu elemandan itibaren kablo doğrultusundadır.
(2)  Ağırlıksız bağlantı çubuğu	 veya 	Bir bilinmeyen. Reaksiyon, kuvvettir ve bu kuvvet bağlantı çubuğu boyunca etki eder.
(3)  Kayıcı Mafsal		Bir bilinmeyen. Reaksiyon, kuvvettir ve bu kuvvet temas noktasındaki yüzeye dik olarak etki eder.
(4)  Kayıcı Mafsal	 veya 	Bir bilinmeyen. Reaksiyon, kuvvettir ve bu kuvvet yarığa dik olarak etki eder.
(5)  Kayıcı Mafsal		Bir bilinmeyen. Reaksiyon, kuvvettir ve bu kuvvet temas noktasındaki yüzeye dik olarak etki eder.
(6)  Pürüzsüz Temas Yüzeyi		Bir bilinmeyen. Reaksiyon, kuvvettir ve bu kuvvet temas noktasındaki yüzeye dik olarak etki eder.
(7)  Düz çubuk üzerindeki bileziğe bağlı mafsal	 veya 	Bir bilinmeyen. Reaksiyon, kuvvettir ve bu kuvvet çubuğa dik olarak etki eder.

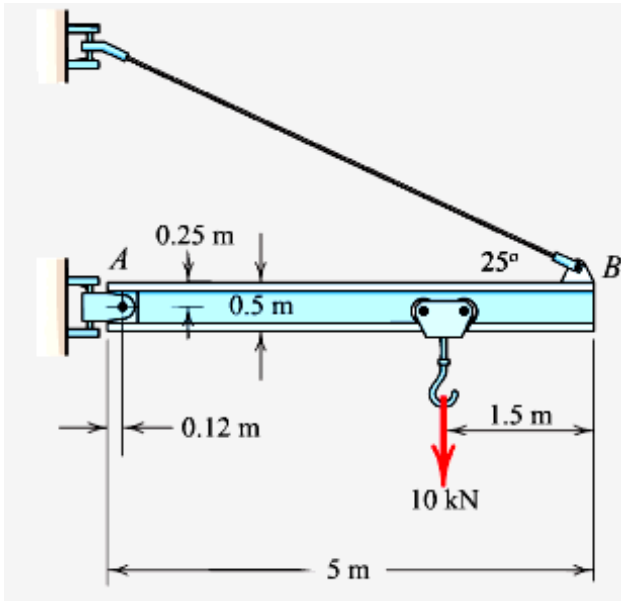
Bağlantı Tipi	Reaksiyon	Bilinmeyen Sayısı
<p>(8)</p>  <p>Mafsal</p>	 <p>veya</p> 	<p>İki bilinmeyen. Reaksiyonlar, iki kuvvet bileşeni veya <math>\phi</math> doğrultusundaki bir bileşke kuvvettir. (<math>\phi</math> ve <math>\theta</math> açısı 2. bağlantı tipindeki gibi olmadıkça birbirine eşit olmak zorunda değildir.</p>
<p>(9)</p>  <p>Düz bir çubuk üzerinde bileziğe ankastre bağlantı</p>		<p>İki bilinmeyen. Reaksiyonlar, kuvvet ve momenttir, ve çubuğa dik olarak etki eder.</p>
<p>(10)</p>  <p>Ankastre mesnet</p>	 <p>veya</p> 	<p>Üç bilinmeyen. Reaksiyonlar, iki kuvvet bileşeni ve momenttir. Veya <math>\phi</math> doğrultusunda bir bileşke kuvvet ve momenttir.</p>

Tablo 4.2 Üç Boyutlu Cisimler için Mesnet ve Bağ Tepkileri

Bağlantı Tipi	Reaksiyon	Bilinmeyen Sayısı
<p>(1)</p>  <p>Küresel Mafsal</p>		<p>Üç bilinmeyen. Reaksiyonlar, üç kuvvet bileşenidir.</p>
<p>(2)</p>  <p>Radyal Yük taşıyan Yatak</p>		<p>Dört bilinmeyen. Reaksiyonlar, iki kuvvet ve iki de momenttir.</p>
<p>(3)</p>  <p>Döner mafsal</p>		<p>Beş bilinmeyen. Reaksiyonlar, üç kuvvet ve iki de momenttir.</p>
<p>(4)</p>  <p>Menteşe</p>		<p>Beş bilinmeyen. Reaksiyonlar, üç kuvvet ve iki de momenttir.</p>
<p>(5)</p>  <p>Ankastre mesnet</p>		<p>Altı bilinmeyen. Reaksiyonlar, üç kuvvet ve üç de momenttir.</p>

### Problem Çözümünde Takip Edilecek Basamaklar:

- İlgili eleman veya elemanların serbest cisim diyagramları (SCD) çizilir
- Statik denge denklemleri uygulanarak bilinmeyenler bulunur
- $n$ =bilinmeyen sayısı,  $m$ =denge denklemi sayısı olmak üzere;  
 $n \leq m$  ise; bilinmeyenler bulunabilir.  
 $n > m$  ise; ilave denklemler yazılmalıdır ( $F = \mu \cdot N$  gibi). Eğer bilinmeyen sayısı kadar denklem yazılamıyorsa statik olarak belitsiz (hiperstatik) sistem denir ve çözüm yapılamaz. (Mukavemet yöntemleri ile çözüm yapılabilir)



**Örnek Problem 3.1:** Şekildeki gibi 10 kN luk yük taşıyan, 6 kN ağırlığındaki uniform kirişe bağlı kablodaki ve A pimindeki kuvvetleri bulunuz.

$$\Sigma F_x = 0 :$$

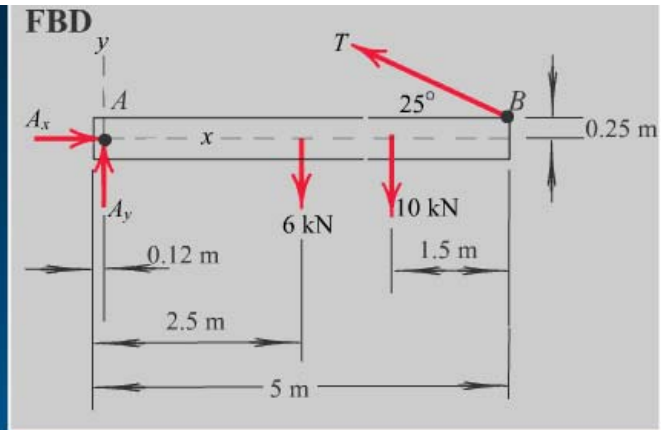
$$A_x - T \cos 25^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 :$$

$$A_y + T \sin 25^\circ - 6 - 10 = 0$$

$$\Sigma M_A = 0 : +\curvearrowright$$

$$(T \cos 25^\circ)0.25 + (T \sin 25^\circ)(5 - 0.12) - 10(5 - 1.5 - 0.12) - 6(2.5 - 0.12) = 0$$

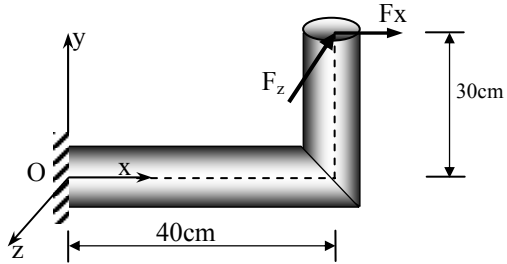


$$A_x = 19.04 \text{ kN} \quad A_y = 7.13 \text{ kN} \quad T = 21.0 \text{ kN}$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(19.04)^2 + (7.13)^2} = 20.3 \text{ kN}$$

## 4.5 ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER

### Problem 1:



O' da doğacak mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.

$$F_x = 500 \text{ N}$$

$$F_z = 600 \text{ N}$$

### Çözüm:

$$M = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 40 & 30 & 0 \\ 500 & 0 & -600 \end{vmatrix}$$

$$M_o = i(-18000 - 0) - j(-24000 - 0) + k(0 - 15000)$$

$$M_o = -18000i + 24000j - 15000k \Rightarrow$$

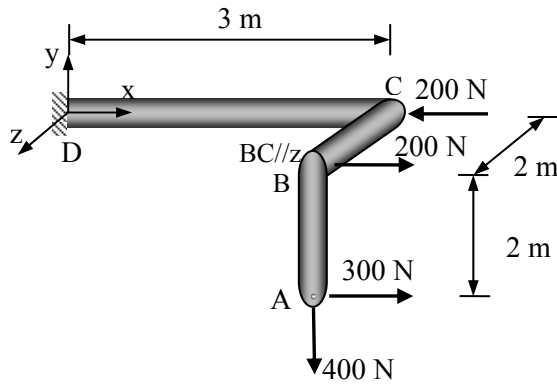
$$M_{ox} = -18000 \text{ Ncm}$$

$$M_{oy} = 24000 \text{ Ncm}$$

$$M_{oz} = -15000 \text{ Ncm}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow O_x = 500 \text{ N}$$

$$\Sigma F_z = 0 \Rightarrow O_z = 600 \text{ N}$$

**Problem 2:**

Verilen kolda kuvvetleri ve kuvvet çiftlerini D'ye indirgeyiniz ve D'de doğacak mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.

**Çözüm:**

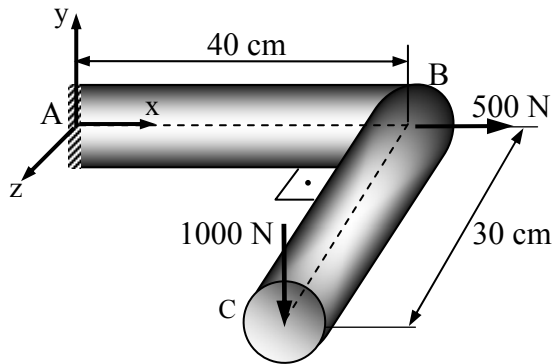
$$M_D = 400j + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -2 & 2 \\ 300 & -400 & 0 \end{vmatrix}$$

$$M_D = 400j + i(0 + 800) - j(0 - 600) + k(-1200 + 600)$$

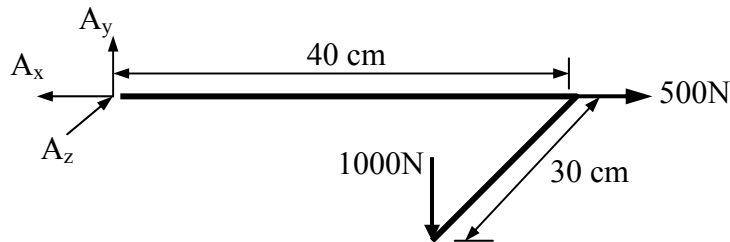
$$M_D = 800i + 1000j - 600k$$

$$D_x = -300N \quad D_y = 400N \quad D_z = 0$$

**Problem 3:**



A'da doğacak mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.



$$\sum F_x = 0$$

$$\begin{aligned} -A_x + 500 &= 0 \\ A_x &= 500 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\begin{aligned} A_y - 1000 &= 0 \\ A_y &= 1000 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\sum F_z = 0$$

$$A_z = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

$$M_x = 1000 \cdot 30 = 30000 \text{ Ncm}$$

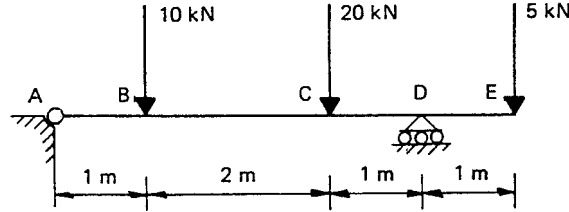
$$\sum M_z = 0$$

$$M_z = 1000 \cdot 40 = -40000 \text{ Ncm}$$



#### Problem 4:

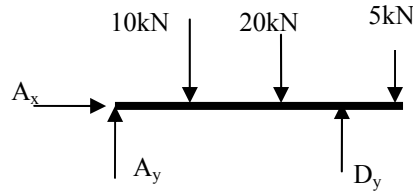
ABCDE kirişini A noktasından sabit bir mesnet ve D noktasında kayıcı bir mesnetle Şekil 4.13'de görüldüğü gibi mesnetlenmiştir. Üç noktadan kuvvetler etki etmektedir. Reaksiyon kuvvetlerini belirleyiniz.



Şekil 4.13: Çıkmalı kiriş yük diyagramı

#### Çözüm

A da  $A_x$  ve  $A_y$  gibi iki reaksiyon kuvveti ve D de dikey olarak etkiyen sadece tek bir reaksiyon  $D_y$  kuvveti vardır. Bu reaksiyonlar serbest kuvvet diyagramında gösterilmiştir (Şekil 4.14). Sadece üç bilinmeyen vardır; burdan sistem statik olarak belirlidir ve bilinmeyenler belirlenebilir.



Şekil 4.14: Serbest kuvvet diyagramı

Yatay yük yoktur; bundan dolayı,

$$\sum F_x = 0 \text{ ise } A_x = 0$$

- (1)  $D_y$ 'yi belirlemek için A etrafında momentler alınır:

$$(\sum M_A = 0)$$

$$-(10 \times 1) - (20 \times 3) - (5 \times 5) + (D_y \times 4) = 0$$

$$\mathbf{D_y = +23.75 \text{ kN}}$$

- (2)  $A_y$ 'yi belirlemek için

$$(\sum F_y = 0)$$

$$+A_y + D_y - 10 - 20 - 5 = 0$$

$$+A_y + (23.75) - 35 = 0$$

$$\mathbf{A_y = +11.25 \text{ kN}}$$

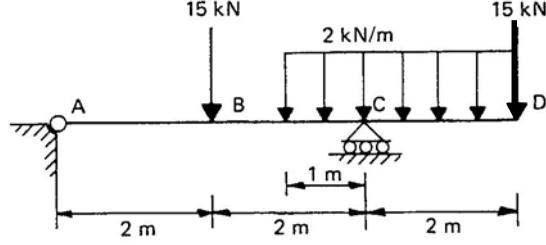
- (3) D etrafında alınan momentler kontrol edilir:

$$\sum M_D = +(A_y \times 4) - (10 \times 3) - (20 \times 1) + (5 \times 1)$$

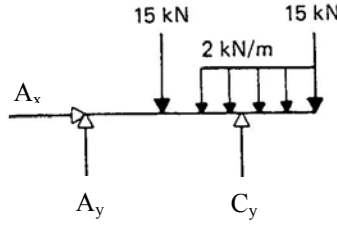
$$= +(11.25 \times 4) - 45 = 45 - 45 = 0$$

**Problem 5:**

ABCD kirişı A'da sabit bir mesnede ve C'de kayıcı bir mesnede sahiptir. Şekil 4.15'de gösterildiği gibi, kiriş, herbiri 15 kN olan iki tekil yük ve 2 kN/m lineer yayılı olan yüke maruzdur. Reaksiyonları belirleyiniz.



Şekil 4.15: Çıkmalı kiriş yük diyagramı

**Çözüm:**

Şekil 4.16 Serbest kuvvet diyagramı

$\sum F_x = 0$  ise  $A_x = 0$  Yatayda yük yoktur.

$C_y$ 'yi belirleyelim;

A etrafındaki momentleri alalım: *yayılı yükün momenti*,  $(2 \times 3 = 6 \text{ kN}) \times (4.5 \text{ m})$  dir.

$(\sum M_A = 0)$

$$-(15 \times 2) + (C_y \times 4) - (2 \times 3 \times 4.5) - (15 \times 6) = 0$$

$$C_y = +36.75 \text{ kN}$$

$A_y$ 'yi belirleyelim;

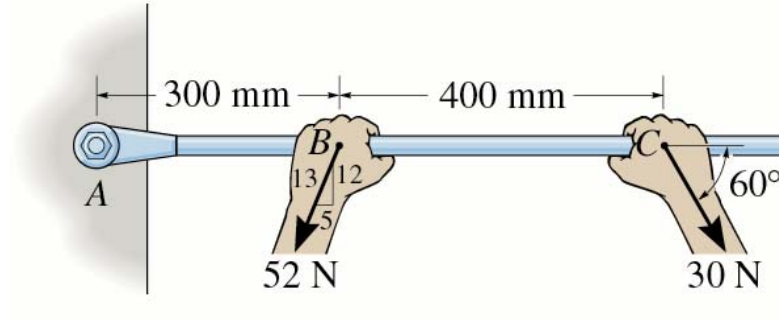
$(\sum F_y = 0)$

$$+ A_y - 15 + C_y - (2 \times 3) - 15 = 0$$

$$+ A_y - 15 + (+36.75) - 6 - 15 = 0$$

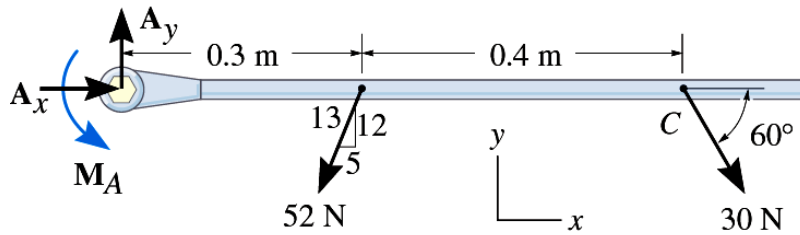
$$A_y = -0.75 \text{ kN}$$

### Örnek Problem 3.11:



A noktasındaki tepkileri bulunuz.

### ÇÖZÜM:



$$\sum F_x = 0$$

$$A_x - 52 \left( \frac{5}{13} \right) + 30 \cos 60^\circ = 0$$

$$A_x = 5.00 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$A_y - 52 \left( \frac{12}{13} \right) - 30 \sin 60^\circ = 0$$

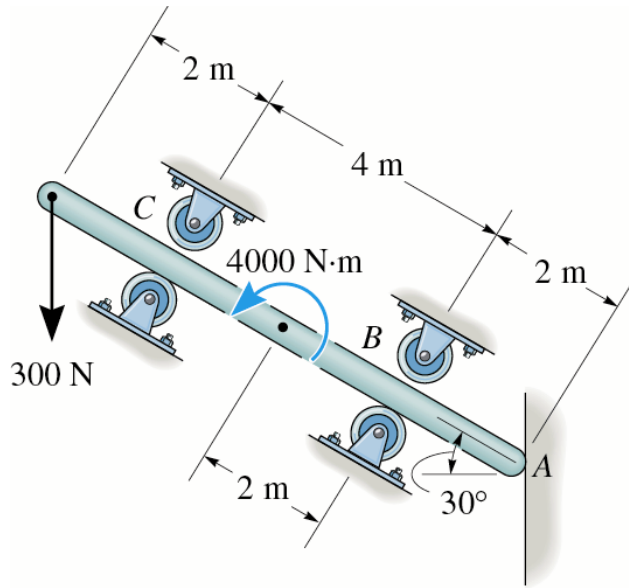
$$A_y = 233 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \text{ (+ccw)}$$

$$M_A - 52 \left( \frac{12}{13} \right) (0.3) - 30 \sin 60^\circ (0.7) = 0$$

$$M_A = 32.6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

### Örnek Problem 3.13:



A noktasındaki ve silindirlerin çubuğa temas noktalarındaki kuvvetlerini bulunuz.

### ÇÖZÜM

$$\sum F_x = 0$$

$$C_{y'} \sin 30^\circ + B_{y'} \sin 30^\circ - A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-300 + C_{y'} \cos 30^\circ + B_{y'} \cos 30^\circ = 0$$

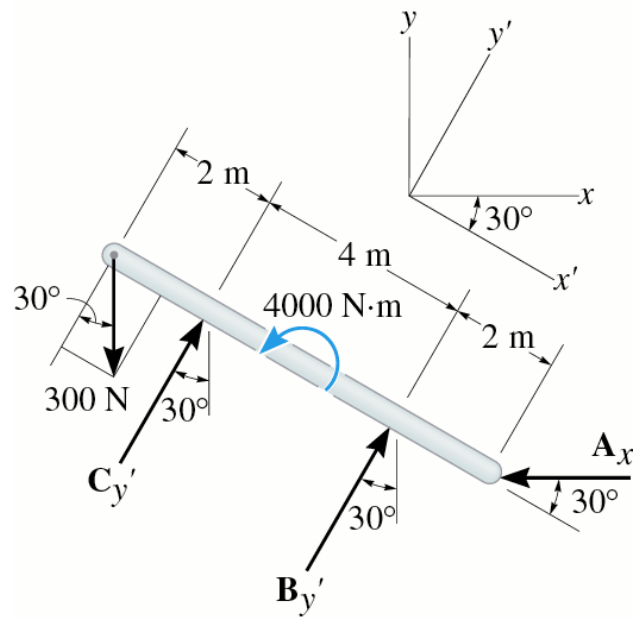
$$\sum M_A = 0 \text{ (+ccw)}$$

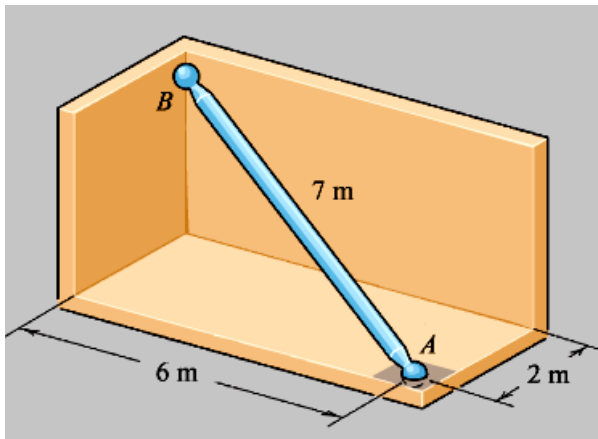
$$-B_{y'}(2) - C_{y'}(6) + 4000 + 300 \cos 30^\circ (8) = 0$$

$$B_{y'} = -1000 \text{ N} = -1 \text{ kN}$$

$$C_{y'} = 1346.4 \text{ N} = 1.35 \text{ kN}$$

$$A_x = 173 \text{ N} = 0.173 \text{ kN}$$

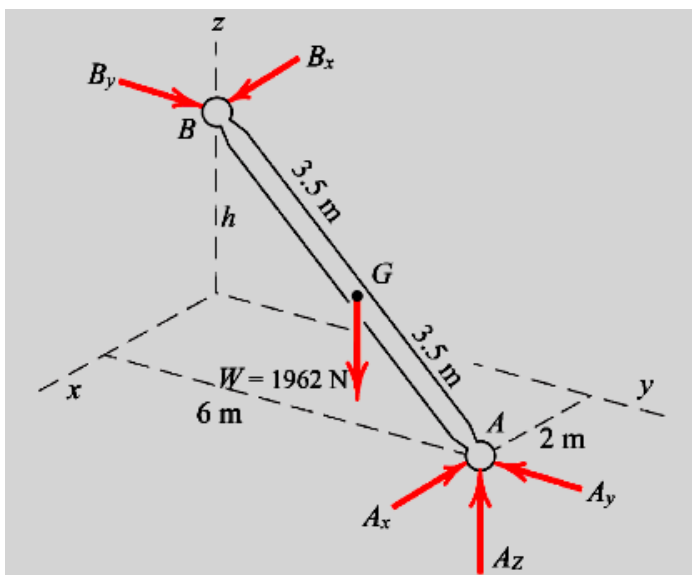




### Örnek Problem 3.2:

Şekildeki şaft A noktasında küresel bir mafsalla bağlanmıştır. Şaftın B ucundaki küresel kısım düşey duvarlara dayanmaktadır. Şaft 200 kg kütleye sahip olduğuna göre; meydana gelen tüm tepki kuvvetlerini bulunuz.

### ÇÖZÜM:



Notes: (1) The weight of the shaft is  $200(9.81) = 1962 \text{ N}$   
 (2)  $7 = \sqrt{2^2 + 6^2 + h^2}$ ,  $h = 3 \text{ m}$

### Scalar Solution:

$$\Sigma F_x = 0 :$$

$$-A_x + B_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 :$$

$$-A_y + B_y = 0$$

$$\Sigma F_z = 0 :$$

$$A_z - 1962 = 0$$

$$\Sigma M_{Ax} = 0 :$$

$$1962(3) - 3B_y = 0$$

$$\Sigma M_{Ay} = 0 :$$

$$-1962(1) + 3B_x = 0$$

### Solution

$$A_x = 654 \text{ N} \quad B_x = 654 \text{ N}$$

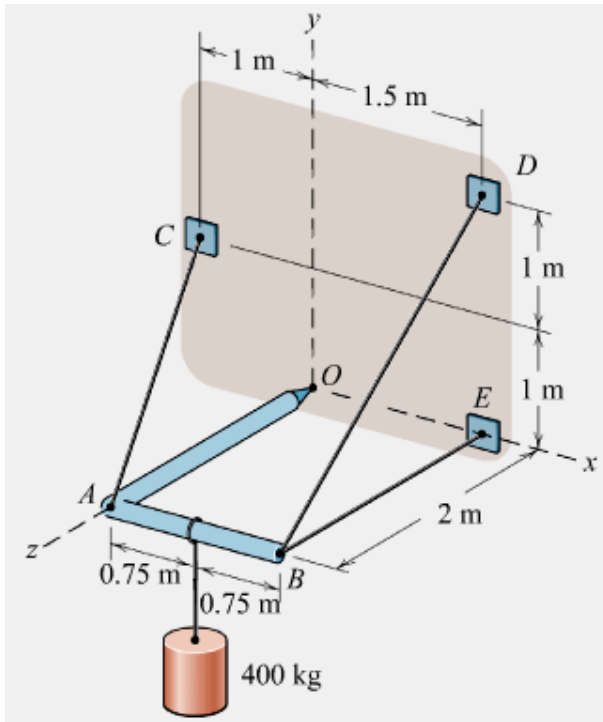
$$A_y = 1962 \text{ N} \quad B_y = 1962 \text{ N}$$

$$A_z = 1962 \text{ N}$$

The magnitude of the force at A is:

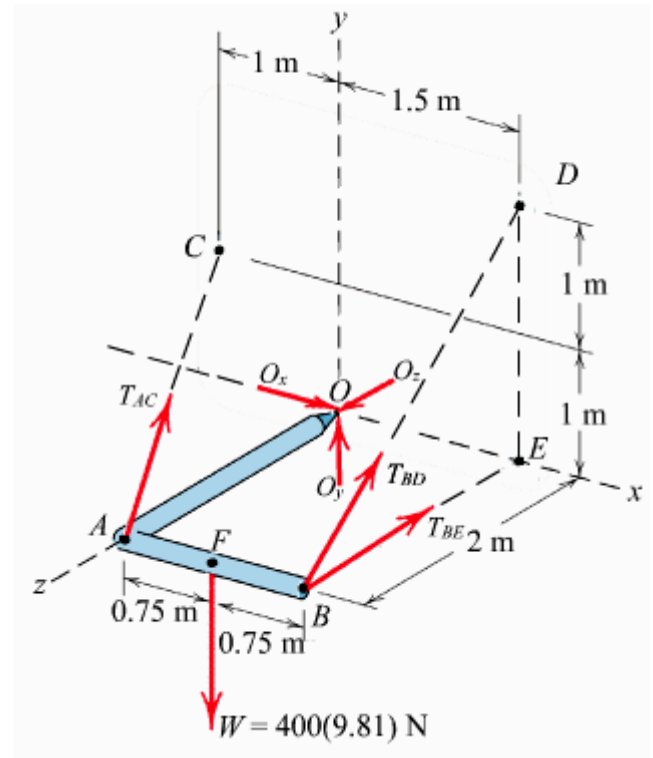
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = 2850 \text{ N}$$

### Örnek Problem 3.3:



Şekildeki yükleme durumu için OAB dirseğini taşıyan kablo kuvvetlerini ve O noktasındaki küresel mafsallın tepki kuvvetlerini bulunuz.

### ÇÖZÜM:



$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{AC} &= T_{AC} \mathbf{n}_{AC} = T_{AC} \frac{\mathbf{AC}}{AC} \\ &= T_{AC} \left[ \frac{-\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} \right] \\ &= T_{AC} (-0.408\mathbf{i} + 0.408\mathbf{j} - 0.816\mathbf{k}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{BD} &= T_{BD} \mathbf{n}_{BD} = T_{BD} \frac{\mathbf{BD}}{BD} \\ &= T_{BD} \left[ \frac{2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}}{\sqrt{2^2 + 2^2}} \right] \\ &= T_{BD} (0.707\mathbf{j} - 0.707\mathbf{k}) \end{aligned}$$

$$\mathbf{T}_{BE} = T_{BE} \mathbf{n}_{BE} = T_{BE} (-\mathbf{k})$$

We now write the equilibrium equations:

$$\sum F_x = 0 :$$

$$O_x + T_{AC}(-0.408) = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 :$$

$$O_y + T_{AC}(0.408) + T_{BD}(0.707) - 400(9.81) = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_z = 0 :$$

$$O_z + T_{AC}(-0.816) + T_{BD}(-0.707) + T_{BE}(-1) = 0 \quad (3)$$

We show two ways of dealing with the moments. In the first case, we use a vector approach:

$$\sum \mathbf{M}_O = \mathbf{0} :$$

$$\mathbf{r}_{OA} \times \mathbf{T}_{AC} + \mathbf{r}_{OB} \times \mathbf{T}_{BD} + \mathbf{r}_{OB} \times \mathbf{T}_{BE} + \mathbf{r}_{OF} \times \mathbf{W} = \mathbf{0}$$

With

$$\mathbf{r}_{OA} = 2\mathbf{k} \text{ m}$$

$$\mathbf{r}_{OB} = 1.5\mathbf{i} + 2\mathbf{k} \text{ m}$$

$$\mathbf{r}_{OF} = 0.75\mathbf{i} + 2\mathbf{k} \text{ m}$$

$$(7850 - 0.816T_{AC} - 1.414T_{BD})\mathbf{i} + (-0.816T_{AC} + 1.061T_{BD} + 1.5T_{BE})\mathbf{j} + (-2940 + 1.061T_{BD})\mathbf{k} = \mathbf{0}$$

Equating each coefficient to zero yields

$$7850 - 0.816T_{AC} - 1.414T_{BD} = 0 \quad (4)$$

$$-0.816T_{AC} + 1.061T_{BD} + 1.5T_{BE} = 0 \quad (5)$$

$$-2940 + 1.061T_{BD} = 0 \quad (6)$$

We solve Eqs.(1)-(6) for the six unknowns to obtain

$$O_x = 1962 \text{ N} \quad T_{AC} = 4810 \text{ N}$$

$$O_y = 0 \quad T_{BD} = 2770 \text{ N}$$

$$O_z = 6540 \text{ N} \quad T_{BE} = 654 \text{ N}$$