

BÖLÜM 9

ÇERÇEVE VE MAKİNALAR

9.1 Giriş ve Tanımlar

Kafes sistemi;

- Sürtünmesiz mafsallarla bağlanmışlardır.
- Doğru eksenli çubuklardan meydana gelmiştir.
- Kuvvet çubuk eksenine doğrultusunda etki eder.

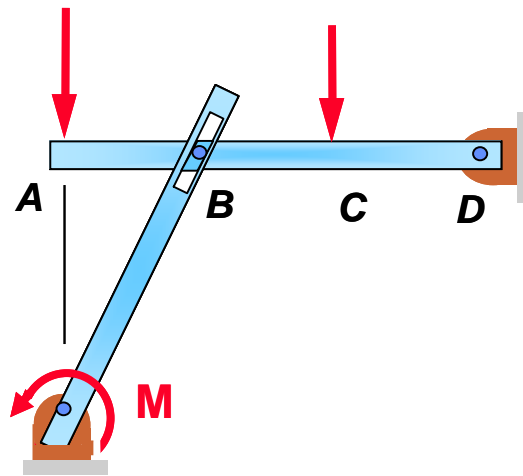
Çerçeveler;

- Çubuklara 3 veya daha fazla kuvvet etki eder.
- Kuvvetler çubuk eksenine doğrultusunda olmak zorunda değildir.

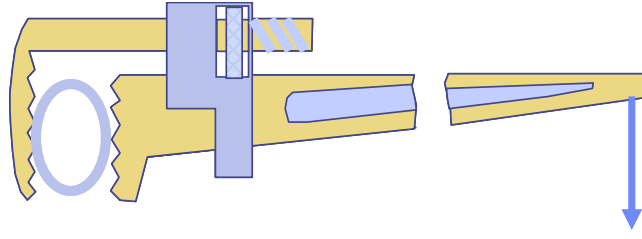
Makinalar;

- Kuvvet iletir veya kuvveti değiştirerek aktarırlar.
- Hareketli veya hareketsiz olabilirler.
- Her zaman hareketli parçalardan oluşurlar.

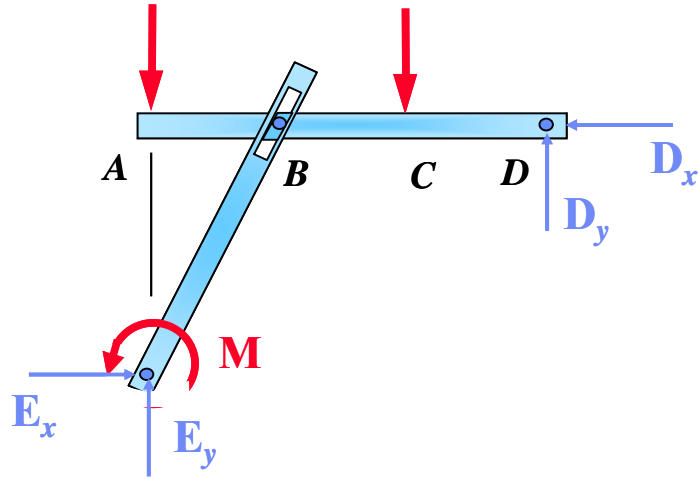
Çerçeveler ve Makinalar çoklu kuvvet elemanı içeren yapılardır. Elemanlar üzerine üç veya daha fazla kuvvet etki eder. Çerçeveler yükleri taşımak için dizayn edilmişlerdir ve genellikle hareketsiz, tamamen tutulu yapılardır.



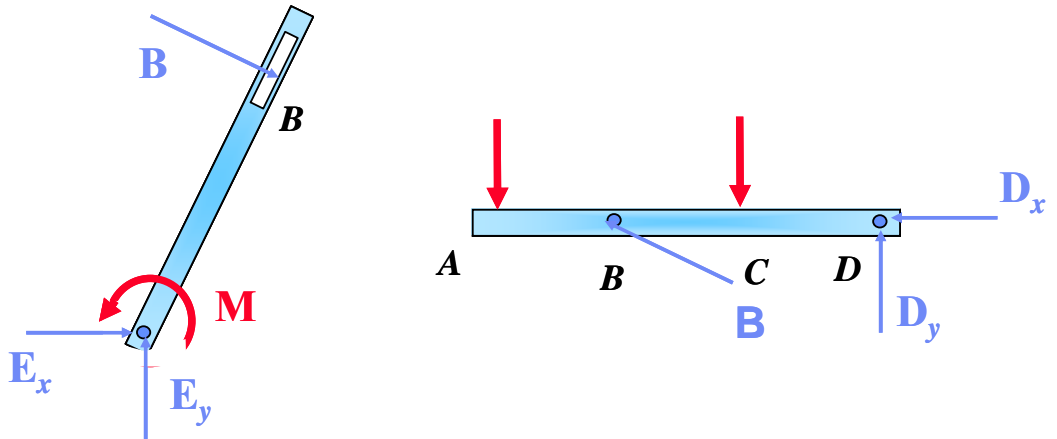
Makinalar kuvvetleri iletmek veya kuvveti değiştirerek aktarmak üzere dizayn edilmişlerdir ve her zaman hareketli parçalardan oluşurlar.



Bir çerçevenin analizi için ilk olarak, serbest bir cisim olarak çerçevenin tümü düşünülür ve üç denge denklemi yazılır. Eđer çerçeve rijit ise destek yerlerinden ayrıldığında reaksiyonlar sadece üç bilinmeyendir ve bunlar bu denklemler yardımıyla elde edilebilir.



Diğer taraftan, eğer rijit çerçeve kesilecek olursa, destek yerlerinden ayrıldığında reaksiyon kuvvetleri üç bilinmeyenden fazla olabilir ve denge denklemlerinden hepsi bulunamayabilir.



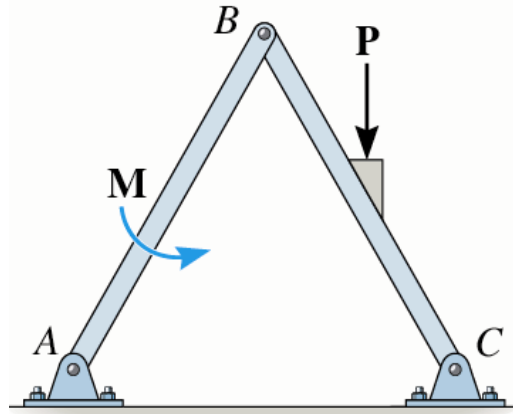
Çerçeve elemanlara ayrılır ve her eleman kuvvet çifti elemanı olarak veya çoklu kuvvet elemanı olarak tanımlanır. Mafsallar ise birbirine bağlanmış her bir elemanın bağlandıkları parçanın adıdır.

Çoklu kuvvet elemanlarının her birinin serbest cisim diyagramı çizilir. İki çoklu kuvvet elemanı aynı kuvvet çifti elemanına bağlandığında doğrultusu belli olan fakat büyüklüğü belli olmayan eşit ve zıt yönlü kuvvetler ile eleman üzerine etkiler. İki çoklu kuvvet elemanı bir mafsal ile bağlıysa, birbirlerini belli olmayan doğrultuda eşit ve zıt yöndeki kuvvetler ile zorlarlar ki bunlar iki bilinmeyen bileşen ile tanımlanmalıdır.

Çoklu kuvvet elemanlarının serbest cisim diyagramlarından elde edilen denge denklemleri ile çeşitli iç kuvvetler çözülebilir. Denge denklemleri aynı zamanda mesnet reaksiyonlarının belirlenmesinde de kullanılır. Aslında çerçeve statikçe belirli ve rijit ise, çoklu kuvvet elemanlarının serbest cisim diyagramları, bilinmeyen kuvvetlerin bulunduğu birçok denklemler olarak elde edilir.

Yukarıdaki tavsiyelerin yanında tavsiye edilen ilk olarak çerçevenin tamamıyla serbest cisim diyagramını göz önüne alıp en az sayıda eşzamanlı olarak çözüm yapılmasıdır.

Çerçeve ve makineler, sık sık çoklu kuvvet elemanlarının mafsal ile bağlanmasından oluşturulur. Elemanlar iki veya daha fazla kuvvete maruz kalmaktadırlar.



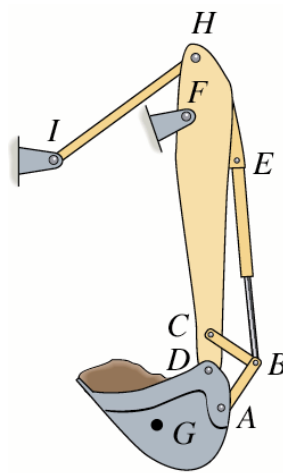
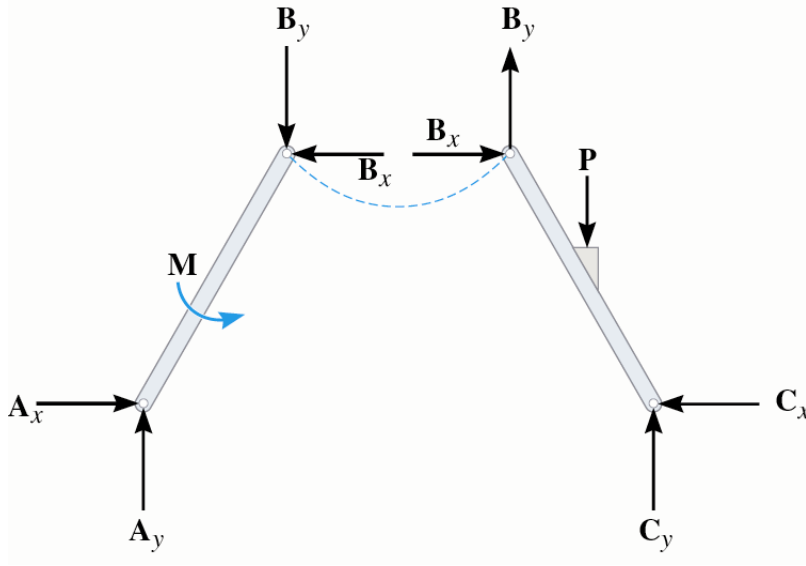
AB ve BC çoklu kuvvet elemanlarıdır

AB elemanı 3 kuvvete maruzdur:

- Meydana gelen kuvvetlerden biri B mafsalında
- Meydana gelen kuvvetlerden biri A mafsalında
- Kuvvet çifti (Moment) ise M
-

Benzer olarak BC elemanı da 3 kuvvete maruzdur:

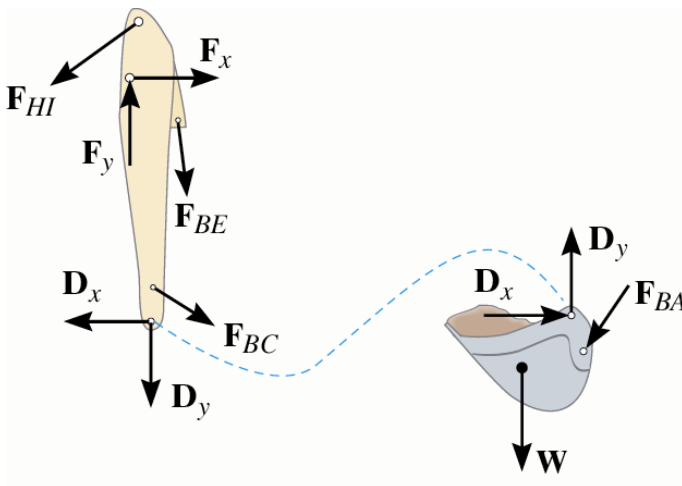
- Meydana gelen kuvvetlerden biri B mafsalında
- Meydana gelen kuvvetlerden biri C mafsalında
- Dış kuvvet P



İki kuvvet elemanı:

- AB
- BC
- BE
- HI

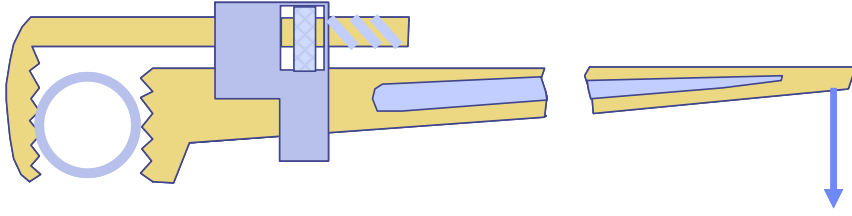
DH elemanı bir çoklu kuvvet elemanıdır.



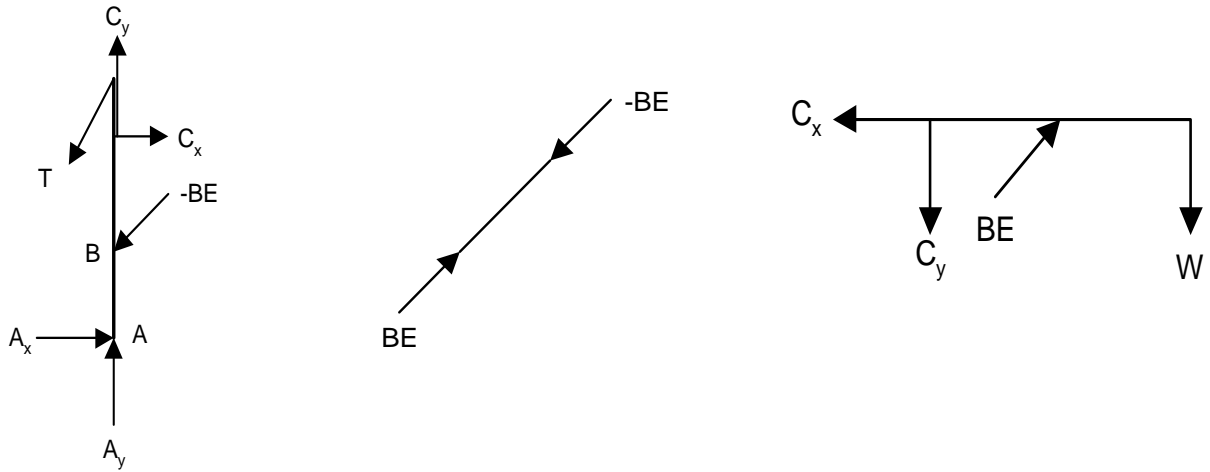
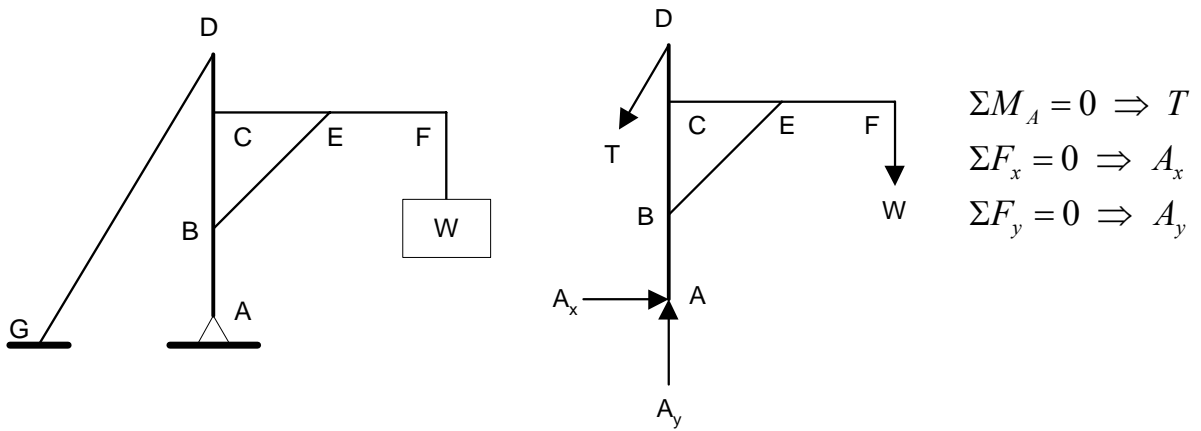
DH elemanı 5 kuvvete maruzdur:

- Meydana gelen kuvvetlerden biri D mafsalında
- Meydana gelen kuvvetlerden biri F mafsalında
- FBE
- FHI
- FBC

Bir makinenin analizinde ise, makine önce elemanlarına ayrılır. Yukarıda anlatılan aynı yöntemler izlenir. Çoklu kuvvet elemanlarının her birinin serbest cisim diyagramları çizilir. Uygun denge denklemleri iç kuvvetler ve dış kuvvetler eşitliği olarak oluşturularak çözüm yapılır.

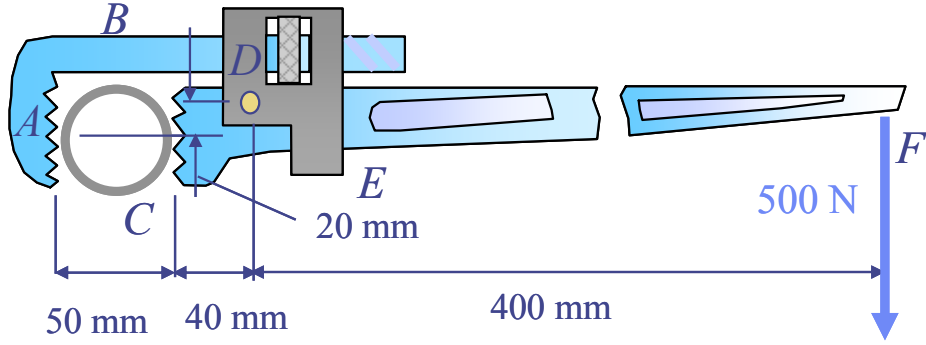


* Bir vinç'in analizi aşağıdaki gibi yapılır.



$$\begin{aligned} \Sigma M_C = 0 &\Rightarrow BE \\ \Sigma M_E = 0 &\Rightarrow C_y \\ \Sigma F_x = 0 &\Rightarrow C_x \end{aligned}$$

Örnek 9.1

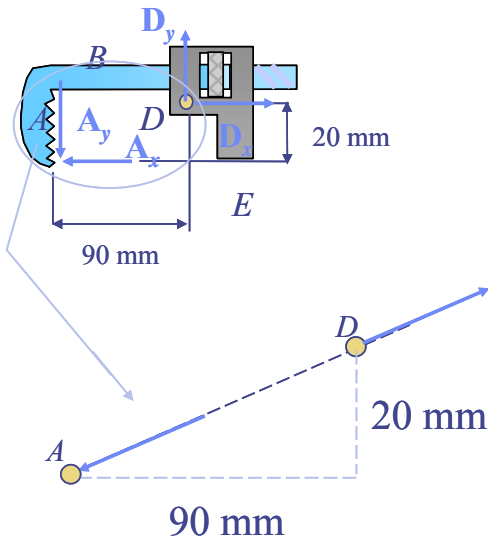


Çapı 50 mm olan bir boru, boru anahtarı ile şekilde gösterildiği gibi sıkılmıştır. AB ve DE elemanları rijit olup, CF parçası ise D noktasındaki bir mafsal ile bu elemanlara bağlanmıştır. Borunun sıkılarak çevrilmesi durumunda (boru ve sıkma elemanları arasında herhangi bir kaymanın olmadığını kabul ederek) boruya A ve C noktalarından etkiyen kuvvet bileşenlerini bulunuz.

Çözüm:

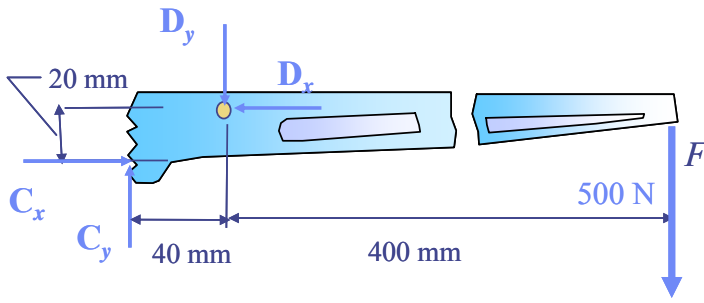
- 1) Makine elemanlarına ayrılır ve her bir elemanın serbest cisim diyagramı çizilir.
- 2) İlk önce her bir eleman üzerine etkiyen kuvvetler yazılır ve bağlantı noktalarında da eşit ve zıt yönlü etkiyen kuvvetler yazılır.
- 3) Diğer çoklu kuvvet elemanları da göz önüne alınır.
- 4) Her bir eleman için denge denklemleri yazılır.

ABDE parçası için serbest cisim diyagramı:



$$\begin{aligned} \sum M_D = 0 \\ \frac{A_y}{20 \text{ mm}} &= \frac{A_x}{90 \text{ mm}} \\ A_x &= 4,5 \cdot A_y \\ D_y &= A_y \\ D_x = A_x &= 4,5 \cdot D_y \quad (1) \end{aligned}$$

CF parçası için serbest cisim diyagramı:



$$\Sigma M_C = 0: D_x(20 \text{ mm}) - D_y(40 \text{ mm}) - (500 \text{ N})(440 \text{ mm}) = 0$$

(1)'de yerine konulursa;

$$4.5D_y(20) - D_y(40) - 220.10^3 = 0$$

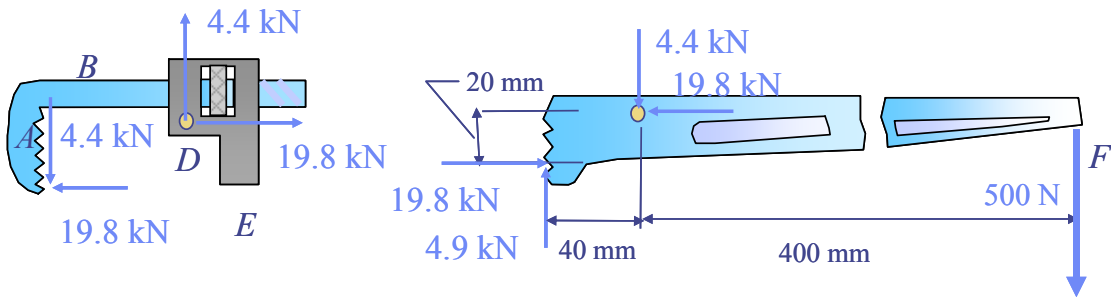
$$D_y = 4400 \text{ N} = 4.4 \text{ kN} \quad D_x = 4.5 D_y = 19.8 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0: C_x - 19.8 \text{ kN} = 0 \quad C_x = 19.8 \text{ kN}$$

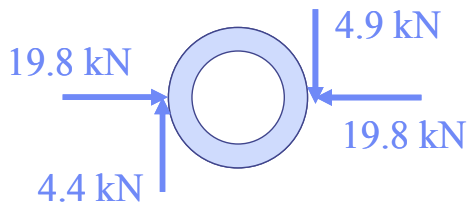
$$\Sigma F_y = 0: C_y - 4.4 \text{ kN} - 0.5 \text{ kN} = 0 \quad C_y = 4.9 \text{ kN}$$

(1). Denklemden;

$$A_x = D_x = 19.8 \text{ kN} \quad A_y = D_y = 4.4 \text{ kN}$$



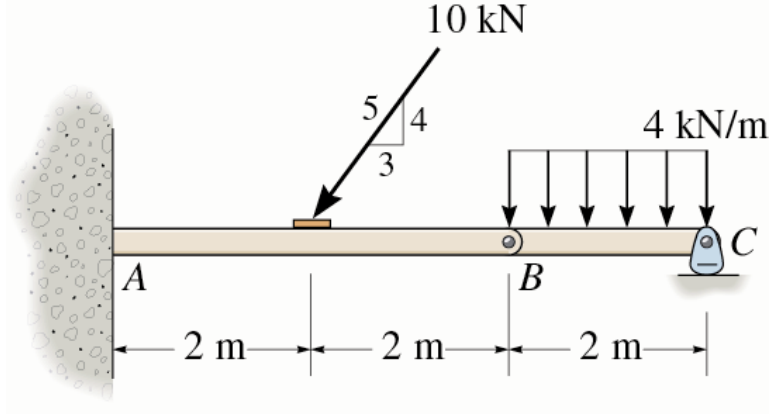
Bütün kuvvet bileşenleri şekilde görüldüğü yönlerde etki etmektedir. Boru üzerindeki bileşenler eşit ve zıt yönlüdür.



$$\begin{aligned} A_x &= 19.8 \text{ kN} \rightarrow \\ A_y &= 4.4 \text{ kN} \uparrow \\ C_x &= 19.8 \text{ kN} \leftarrow \\ C_y &= 4.9 \text{ kN} \downarrow \end{aligned}$$

Örnek 9.2

Birleşik bir kiriş şekilde gösterildiği üzere B noktasındaki bir mafsal ile bağlanmıştır. Mesnetlerdeki reaksiyonları hesaplayınız. (Kirişin ağırlığını ve kalınlığını ihmal ediniz.)



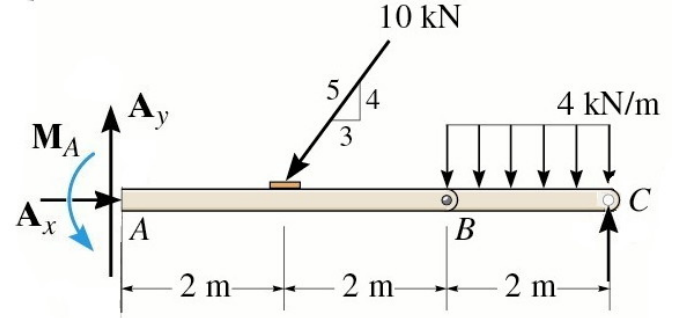
Çözüm :

Serbest Cisim Diyagramı:

Tüm kiriş için \Rightarrow 4 bilinmeyen

A'da ankastre \Rightarrow 1. Yatay reaksiyon (A_x)
2. Dikey reaksiyon (A_y)
3. Moment (M_A)

C'deki mesnet \Rightarrow 4. Dikey reaksiyon (C_y)

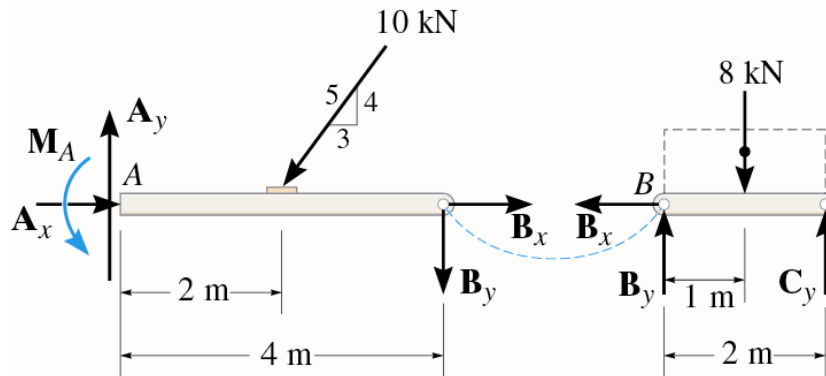


* 4 bilinmeyen var; A_x , A_y , M_A , ve C_y

* 3 Denge denklemi var:

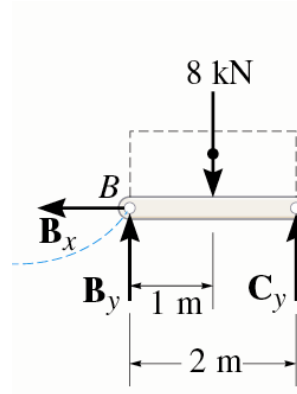
* $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, ve $\Sigma M = 0$

* Kiriş AB ve BC olmak üzere iki parçaya ayrılır.



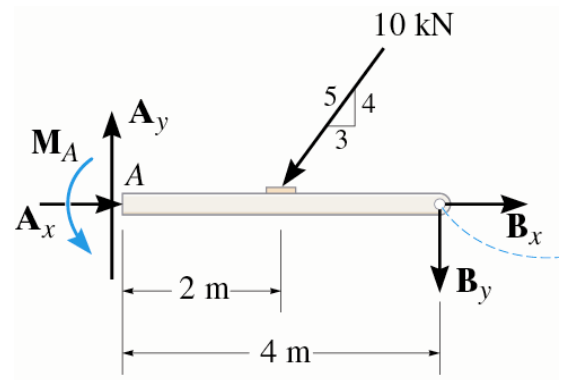
* BC kısmındaki denge denklemleri:

$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x &= 0 \\ \Rightarrow -B_x &= 0 \Rightarrow B_x = 0 \\ (+M_B &= 0 \\ \Rightarrow -8kN(1m) + C_y(2m) &= 0 \\ \Rightarrow C_y &= 4kN \\ +\uparrow \sum F_y &= 0 \\ \Rightarrow B_y - 8kN + C_y &= 0 \\ \Rightarrow B_y - 8kN + 4kN &= 0 \\ \Rightarrow B_y &= 4kN \end{aligned}$$



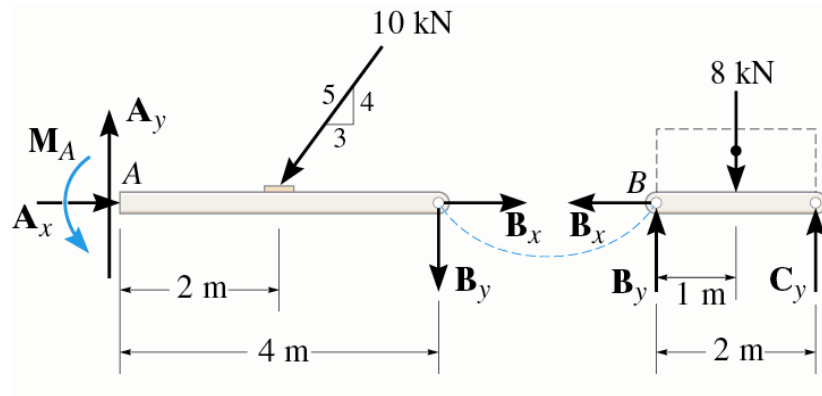
* AB kısmındaki denge denklemleri:

$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x &= 0 \Rightarrow A_x - (10kN)\left(\frac{3}{5}\right) + B_x = 0 \\ B_x &= 0 \Rightarrow A_x = 6kN \\ (+M_A &= 0 \Rightarrow M_A - (10kN)\left(\frac{4}{5}\right)(2m) - B_y(4m) = 0 \\ B_y &= 4kN \Rightarrow M_A = 16 + (4)(4) = 32kN.m \\ +\uparrow \sum F_y &= 0 \Rightarrow A_y - (10kN)\left(\frac{4}{5}\right) - B_y = 0 \\ B_y &= 4kN \Rightarrow A_y = 8 + 4 = 12kN \end{aligned}$$

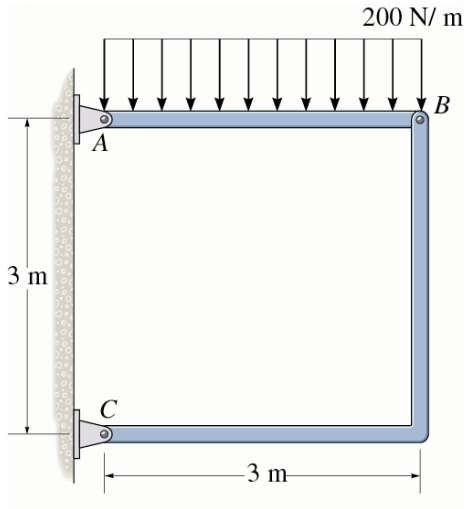


Sonuçlar:

$$\begin{aligned} A_x &= 6kN \\ A_y &= 12kN \\ M_A &= 32kN.m \\ B_x &= 0kN \\ B_y &= 4kN \\ C_y &= 4kN \end{aligned}$$

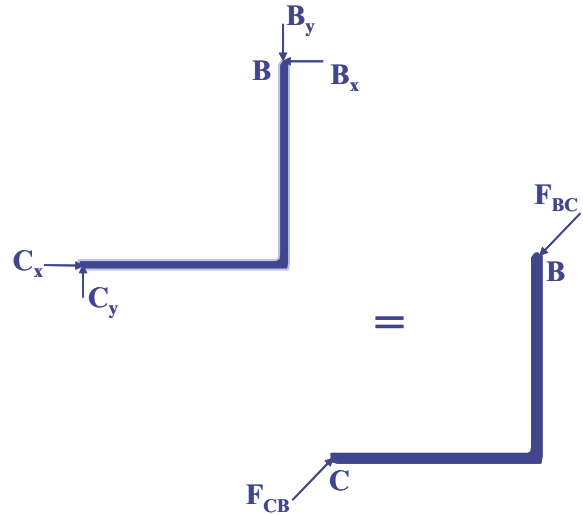
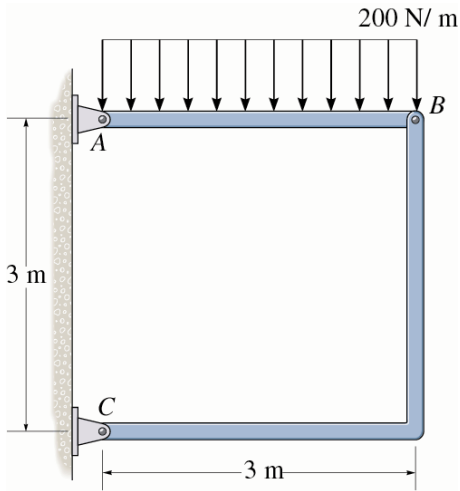


Örnek 9.3

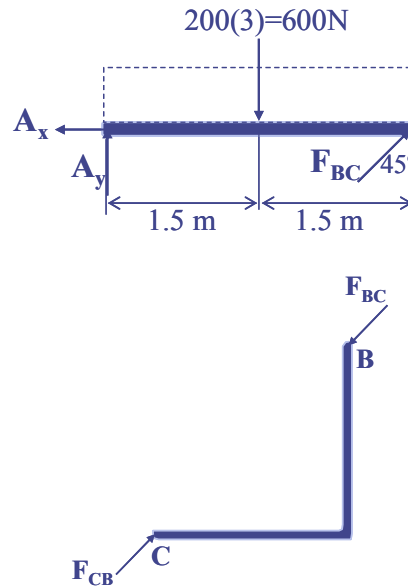
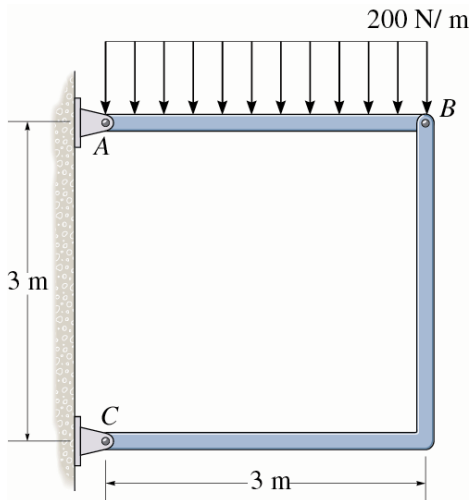


Şekilde görülen iki parçalı çerçevenin A ve C noktalarındaki yatay ve dikey kuvvet bileşenlerini hesaplayınız.

Çözüm :



Serbest Cisim Diyagramı:



Denge Denklemleri:

$$(+M_A = 0$$

$$\Rightarrow F_{BC} \cos 45^\circ(3) - 600(1.5) = 0$$

$$\Rightarrow F_{BC} = \frac{900}{3 \cos 45^\circ} = 424.26 N$$

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0$$

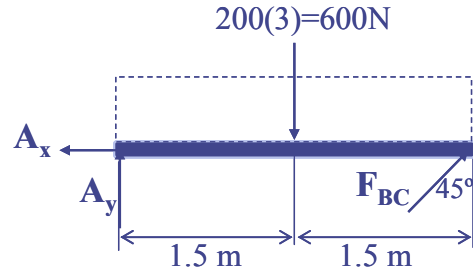
$$\Rightarrow F_{BC} \sin 45^\circ - A_x = 0$$

$$\Rightarrow A_x = (424.26)(\sin 45^\circ) = 300 N$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0$$

$$\Rightarrow A_y + F_{BC} \cos 45^\circ - 600 = 0$$

$$\Rightarrow A_y = 600 - (424.26)(\cos 45^\circ) = 300 N$$



C noktası:

$$C_x = F_{BC} \sin 45^\circ$$

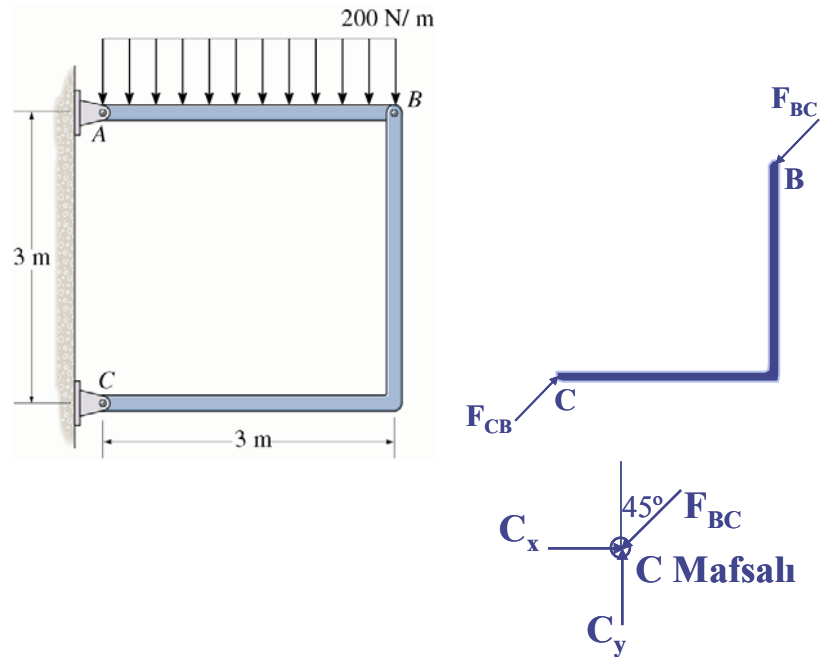
$$\Rightarrow C_x = (424.26)(\sin 45^\circ)$$

$$\Rightarrow C_x = 300 N$$

$$C_y = F_{BC} \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow C_y = (424.26)(\cos 45^\circ)$$

$$\Rightarrow C_y = 300 N$$



Sağlaması:

$$A_x = 300 N \quad A_y = 300 N$$

$$C_x = 300 N \quad C_y = 300 N$$

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0$$

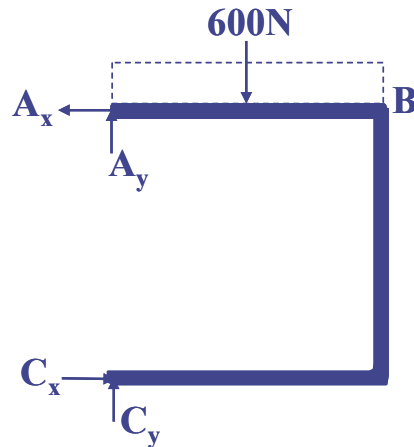
$$\Rightarrow C_x - A_x = 0$$

$$300 - 300 = 0 \Rightarrow \text{saglandı}$$

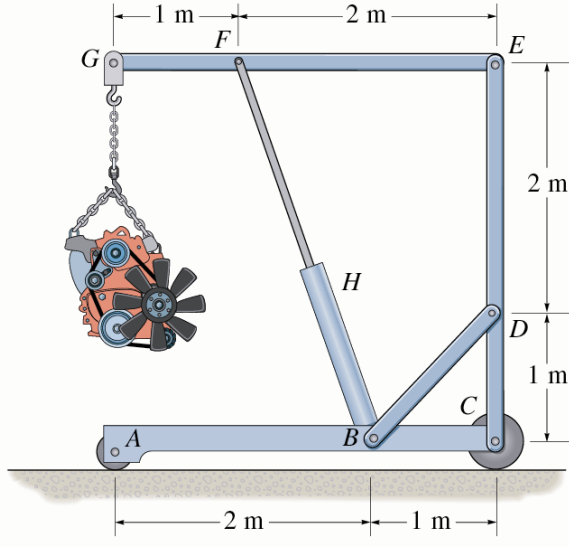
$$+ \uparrow \sum F_y = 0$$

$$\Rightarrow A_y + C_y - 600 = 0$$

$$300 + 300 - 600 = 0 \Rightarrow \text{saglandı}$$

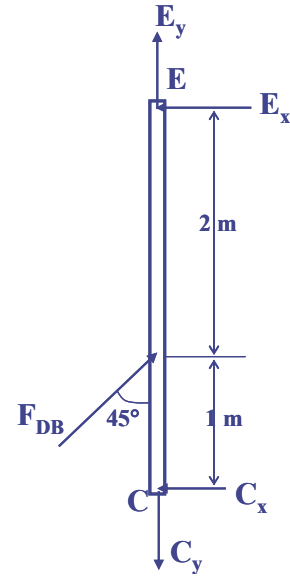
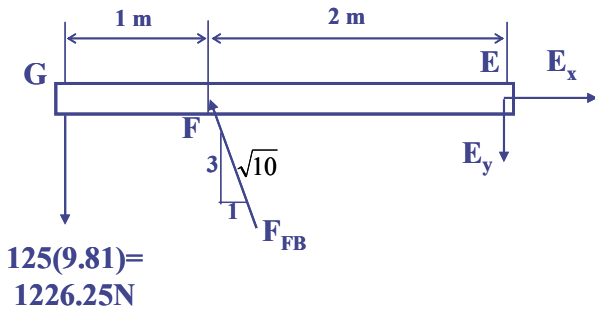


Örnek 9.4



Şekildeki kriko ile 125 kg'lık bir motor kaldırılmaktadır. Krikonun DB ve FB elemanlarında meydana gelen kuvvetleri bulunuz.

Çözüm :



$$\sum M_E = 0$$

$$122625(3) - F_{FB} \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \right) (2) = 0$$

$$\Rightarrow F_{FB} = 193887\text{N} = 1.94\text{kN}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

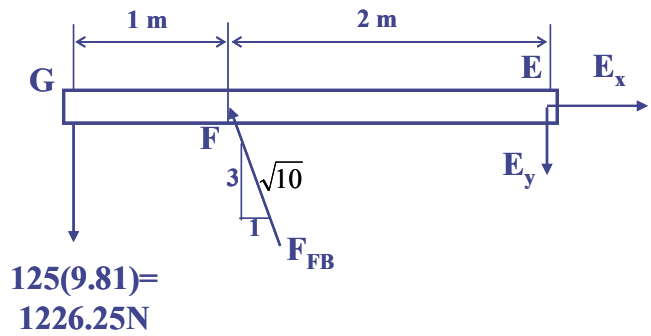
$$193887 \left(\frac{3}{\sqrt{10}} \right) - 122625 - E_y = 0$$

$$\Rightarrow E_y = 613.125\text{N}$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$E_x - 193887 \left(\frac{1}{\sqrt{10}} \right) = 0$$

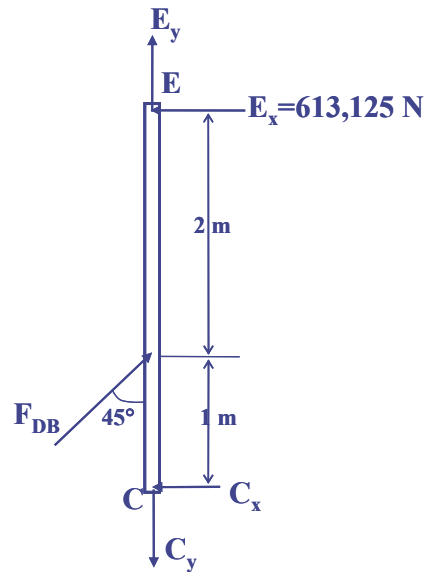
$$\Rightarrow E_x = 613.125\text{N}$$



$$\sum M_C = 0$$

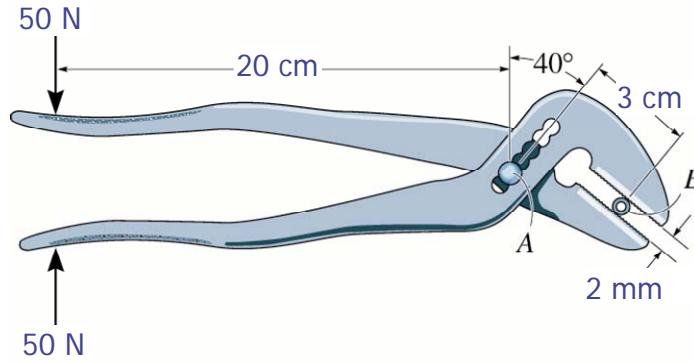
$$613.125(3) - F_{BD} \sin 45^\circ(1) = 0$$

$$\Rightarrow F_{DB} = 2601.27 \text{ N} = 2.60 \text{ kN}$$



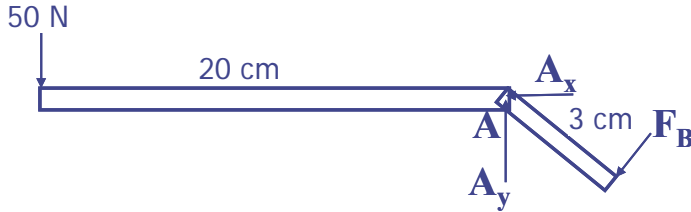
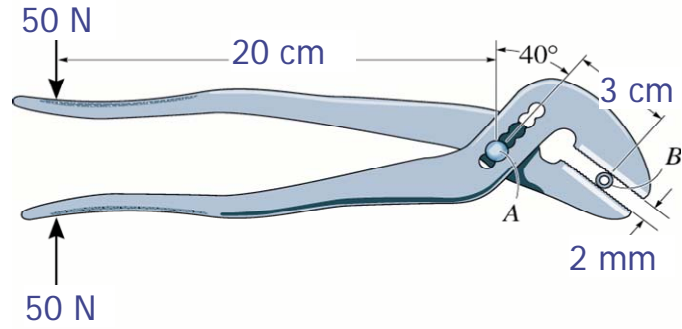
Örnek 9.5

Ayarlı bir pense ile B noktasındaki parçanın kesilmesi için 50 N'luk bir yük uygulanmaktadır. Bu durumda parçanın kesilmesi için uygulanmış olan kuvveti hesaplayınız.

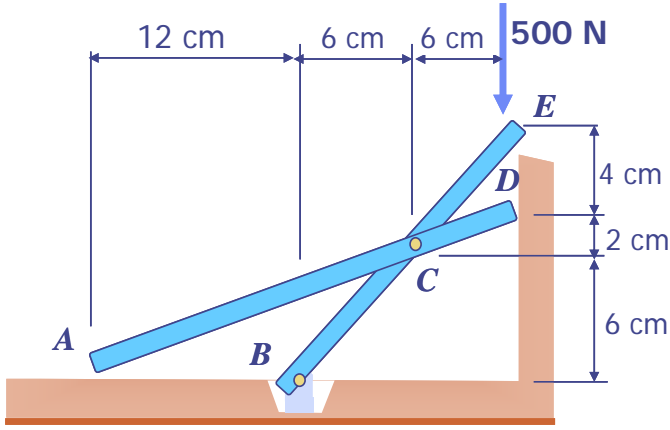


Çözüm :

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0 \\ 50(20) - 3(F_B) &= 0 \\ \Rightarrow F_B &= 333,3 \text{ N}\end{aligned}$$



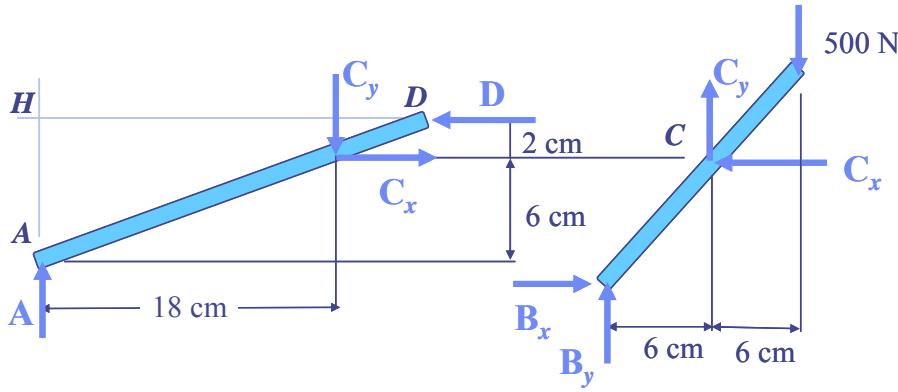
Örnek 9.6



Şekildeki çerçeve için yatay ve dikey yüzeylerdeki sürtünmeyi ihmal ederek BCE elemanı üzerindeki B ve C noktalarına etkiyen kuvvetleri hesaplayınız.

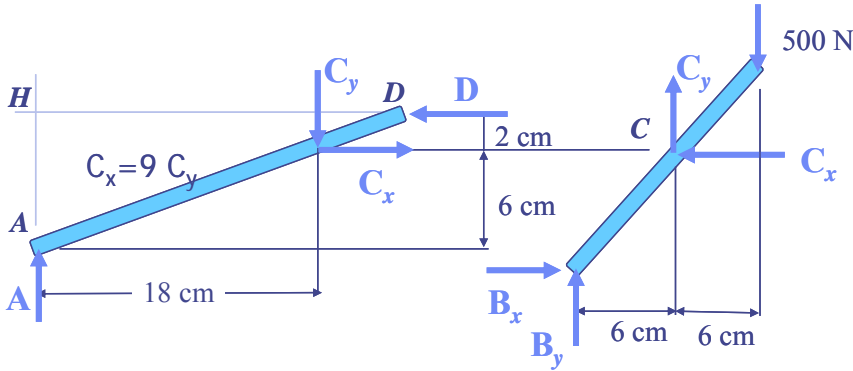
Çözüm :

ACD elemanı için serbest cisim diyagramı:



$$\Sigma M_H = 0: \quad C_x(2 \text{ cm}) - C_y(18 \text{ cm}) = 0 \quad C_x = 9C_y$$

BCE elemanı için serbest cisim diyagramı:

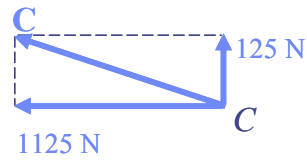
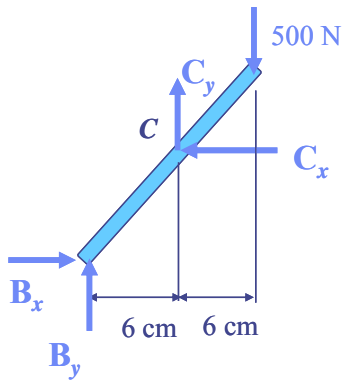


$$\Sigma M_B = 0: \quad C_x(6 \text{ cm}) + C_y(6 \text{ cm}) - (500 \text{ N})(12 \text{ cm}) = 0$$

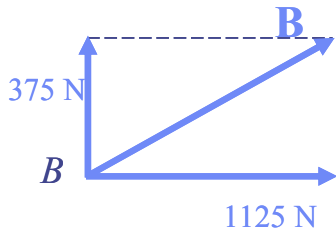
$C_x = 9C_y$ yerine konulursa:

$$9C_y(6 \text{ cm}) + C_y(6 \text{ cm}) - 6000 = 0$$

$$C_y = +125 \text{ N}; \quad C_x = 9C_y = 9(125) = 1125 \text{ N}$$



$$C = 1131,9 \text{ N} \quad 6.3^\circ$$



$$B = 1185,85 \text{ N} \quad 18.4^\circ$$

$$\Sigma F_x = 0: \quad B_x - 1125 \text{ N} = 0$$

$$B_x = 1125 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0: \quad B_y + 125 \text{ N} - 500 \text{ N} = 0$$

$$B_y = 375 \text{ N}$$

BÖLÜM 10

SÜRTÜNME

10.1 GİRİŞ

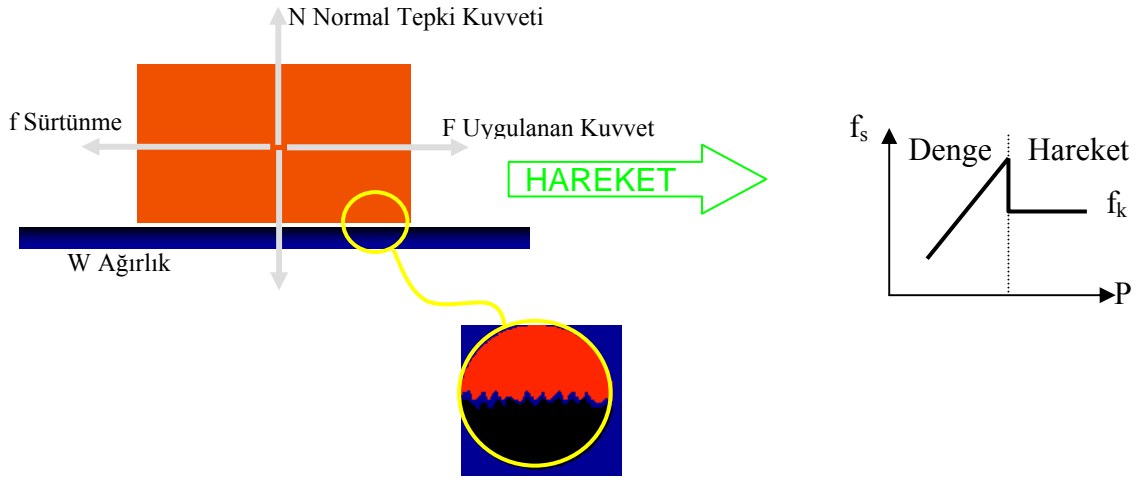
İki yüzey birbirleriyle temasta ise biri ötekine göre hareket etmek isteyince sürtünme kuvveti denen teğetsel kuvvetler ortaya çıkar. Bu kuvvetler şiddetçe sınırlıdır. Yeteri kadar kuvvetin etkimesi halinde harekete mani olamazlar.

İki tür sürtünme vardır.

1. *Kuru Sürtünme* (Cloumb)
2. *Sıvı Sürtünme* (Yağlanlaşmış mekanizmaların incelenmesinde)

Biz kuru sürtünme ile uğraşacağız.

10.2 KURU SÜRTÜNME VE KANUNLARI



Şekil 10.1

Bir cismin diğer bir cisim üzerinde kaymaya başladığı ana kadar ki sürtünmeye *statik sürtünme* denir. Bu sürtünmenin tabiatı tam olarak bilinmemektedir. Bir cisim diğer bir cisim üzerinde hareket halindeyken söz konusu olan sürtünmeye *kinetik sürtünme* denir.

Bazı cisimlerin statik sürtünme katsayıları şöyledir.

Metal ile metal	0,15 – 0,60 arası
Metal ile tahta	0,20 – 0,60 arası
Tahta ile tahta	0,25 – 0,50 arası
Lastik ile beton	0,60 – 0,80 arası
Lastik ile buz	0,05 – 0,20 arası
Çelik ile buz	0,03
Lastik ile asfalt	0,80

NOT: Kinetik sürtünme katsayıları statik sürtünme katsayısının yaklaşık 0,75 ine eşittir.

10.3 SÜRTÜNME KANUNLARI

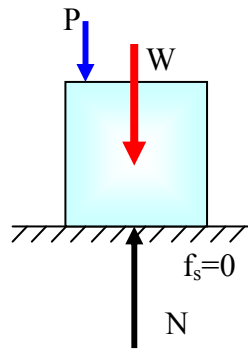
1. Sürtünme katsayısı normal kuvvetten bağımsızdır. Fakat sürtünme kuvveti normal kuvvetle doğru orantılıdır.

$$f = \mu N$$

2. Sürtünme katsayıları değerleri sadece yüzeylerin tabiatına bağlıdır. Dayanma, yüzeyinin biçim ve büyüklüğünden bağımsızdır.
3. Kinetik sürtünme katsayısı statik sürtünme katsayısından küçüktür.
4. Küçük hızlarda sürtünme hızla bağlı değildir. Fakat yüksek hızlarda sürtünme azalır.

Bir cisim yatay bir yüzeye temasta ise dört farklı durum ortaya çıkar. Bunlar;

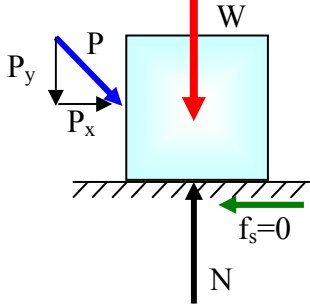
1. Cisme etkiyen kuvvet onu temas yüzeyi boyunca hareket etmeye zorlamaz. (f_s) sürtünme kuvveti yoktur.



Sürtünme Yok. ($P_x = 0$)

$$N = P + W$$

2. Etkiyen kuvvetler, cismi temas yüzeyi boyunca harekete zorlar fakat hareket ettirecek kadar büyük değildir. Meydana gelen sürtünme kuvveti statik dengeden çözülebilir.
 $f_s = \mu_s N$ kullanılamaz.



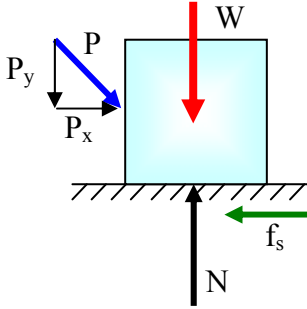
Hareket Yok. $P_x < f_s$

$$N = P_y + W$$

$$F_s = P_x$$

$$F < \mu_s \cdot N$$

3.



Hareket Başlangıcı. ($f_s = P_x$)

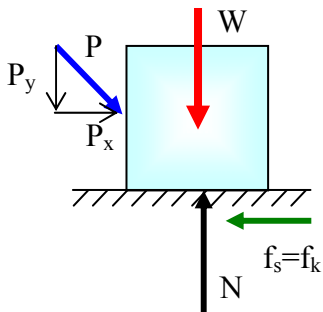
$$N = P_y + W$$

$$f_m = P_x$$

$$F_m = \mu \cdot N$$

Hareketin başlangıcı etkiyen dış kuvvetler sürtünme kuvvetinin max. (f_s) değerine ulaşmıştır. Sürtünme kuvveti N normal kuvvetiyle beraber diğer kuvvetleri dengelemektedir.
 $f_m = \mu_s \cdot N$ kullanılabilir. f_m , her zaman hareketin ters yönündedir.

4.



Hareket. ($P_x > F_m$)

$$N = P_y + W$$

$$F_k = \mu_k \cdot N$$

Cisme etkiyen kuvvetler tesirinde kaymaktadır. Artık denge denklemi uygulanmaz.

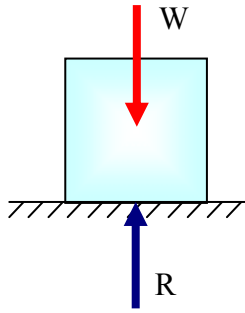
$$f_s = F_k$$

F_k : Kinetik sürtünme kuvveti

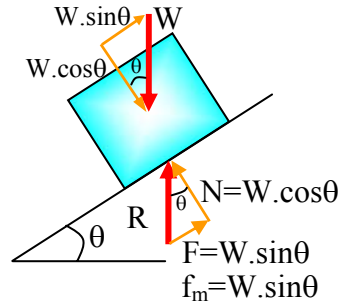
$$f_k = \mu_k \cdot N$$

10.4 SÜRTÜNME KATSAYILARI VE SÜRTÜNME AÇILARI

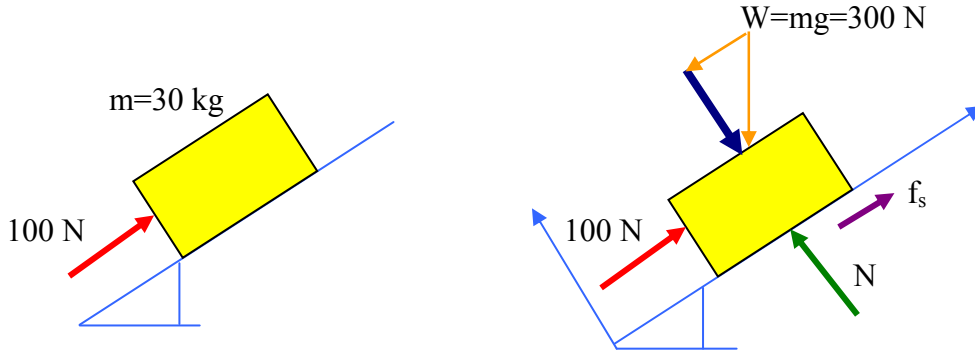
a) Hareket yok



b) Hareket başlangıcı



Örnek 10.1 100 N'lık bir kuvvet, şekilde görüldüğü gibi eğik bir düzlem üzerine yerleştirilmiş 30 kg'lık bir blok üzerine etmektedir. Blok ve düzlem arasındaki sürtünme katsayıları $\mu = 0,25$ $\mu_k = 0,20$ dir. Bloğun dengede olup olmadığını ve sürtünme kuvvetinin değerini bulunuz.



Çözüm :

$$\Sigma F_x = 0 \quad 100 - \frac{3}{5} \cdot 300 + F_s = 0$$

$$F_s = 80 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad N - \frac{4}{5} \cdot 300 = 0$$

$$N = 240 \text{ N}$$

$$F_{\max} = \mu_s \cdot N = 0,25 \cdot 240 = 60 \text{ N}$$

$80 > 60$ denge sağlanmaz blok kayar ...

Sürtünme kuvvetinin gerçek değeri

$$F_g = F_k = \mu_k \cdot N = 0,20 \cdot 240 = 48 \text{ N}$$

Bloğa etki eden kuvvetler dengede olmadığından blok sola doğru kayar.

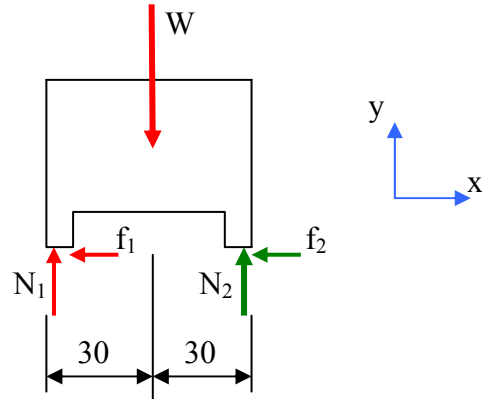
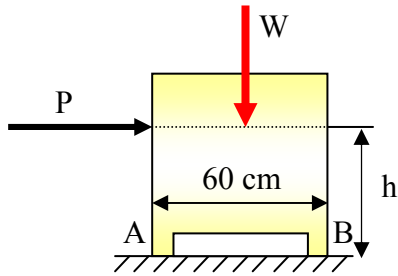
$$\Sigma F_x = 0 \quad \frac{3}{5} \cdot 300 - 100 - 48 = 32 \text{ N}$$

Örnek 10.2 Şekilde gösterilen $m=120 \text{ kg}$ kütledeki dolabın ayakları ile döşeme arasındaki sürtünme katsayısı $0,25$ tir.

a-) Dolabı sağ tarafa doğru harekete başlatacak P kuvvetini bulunuz.

b-) Dolabın devrilmemesi için (h) yüksekliği en fazla ne olabilir? Hesaplayınız.

a-)



$$\Sigma F_x = 0 \quad P - F_1 - F_2 = 0$$

$$P = F_1 + F_2$$

$$N = N_1 + N_2$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad N_1 + N_2 - W = 0$$

$$F_1 = \mu \cdot N_1$$

$$F_2 = \mu \cdot N_2$$

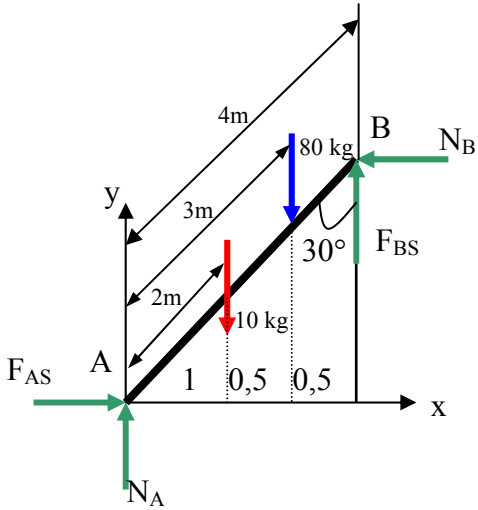
$$P = \mu \cdot N = \mu \cdot W$$

$$P = 0,25 \cdot 1200 = 300 \text{ N}$$

b-) Devrilme B noktası etrafında dolabın dönmesi ile meydana gelebilir. $\Sigma M_B = 0$ olmalı.

$$\begin{aligned}\Sigma M_B = 0 \quad 30W - P.h = 0 \\ 30.1200 - 300.h = 0 \\ h = 120 \text{ cm}\end{aligned}$$

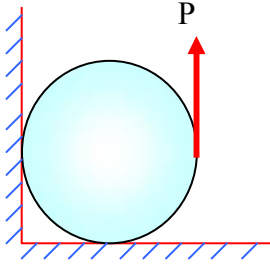
Örnek 10.3 4m uzunluğunda ve 10 kg kütlesinde bir merdiven şekilde görüldüğü gibi bir düşey duvara dayanmaktadır. 80 kg kütlesinde bir adam A alt ucundan 3m uzaklığındaki bir noktaya geldiğinde merdiven kaymaya başlamaktadır. Merdivenle duvar arasındaki $\mu_s = 0,20$ olduğuna göre zeminle merdiven arasındaki $\mu_s = ?$



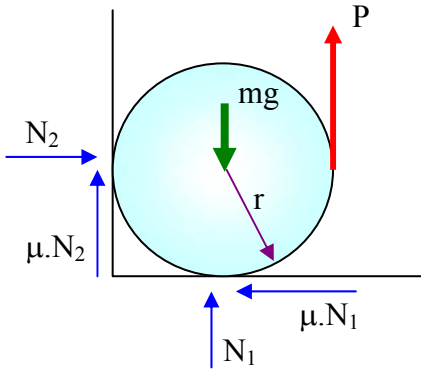
$$\begin{aligned}F_{BS} &= \mu_{s1}.N_B \\ F_{AS} &= \mu_{s2}.N_A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_A = 0 \\ 2*0,20.N_B + 3,46.N_B - 1*100 - 1,5.800 = 0 \\ N_B = 336,78 \text{ N} \\ \Sigma F_y = 0 \\ N_A + 0,20*N_B - 10 - 80 = 0 \\ N_A = 832,6 \text{ N} \\ \Sigma F_x = 0 \\ \mu_{s2}.N_A - N_B = 0 \\ \mu_{s2} = 0,40\end{aligned}$$

Örnek 10.4 Kütlesi m olan silindiri sürtünmeye karşı döndürmeye başlatacak P kuvvetini tayin ediniz. Sürtünme katsayısı μ dür.



Çözüm



$$\Sigma M_o = 0$$

$$\mu \cdot N_1 \cdot r + \mu \cdot N_2 \cdot r = P \cdot r$$

$$P = \mu \cdot (N_1 + N_2)$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$N_2 - \mu \cdot N_1 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

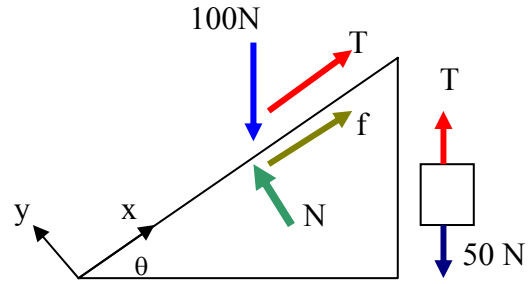
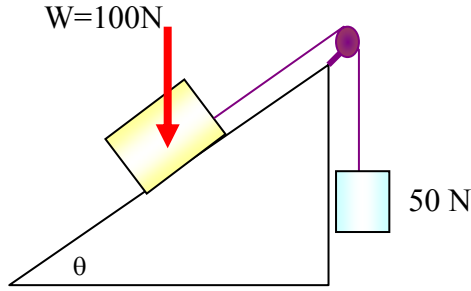
$$N_1 + \mu \cdot N_2 + P - m \cdot g = 0$$

$$P = \mu \cdot N_1 (1 + \mu)$$

$$N_1 + \mu^2 \cdot N_1 + P = m \cdot g$$

$$P = \left(\frac{\mu \cdot (1 + \mu)}{1 + \mu + 2\mu} \right) \cdot m \cdot g$$

Örnek 10.5 Şekilde verilen sistemde cisim ile eğik düzlem arasında sürtünme katsayısı 0,2 dir. Eğik düzlem açısı θ nın sistemin dengesinin korunması kaydıyla alabileceği değerleri hesaplayınız.



Sistemin aşağı doğru hareketinde θ

Sistemin yukarı doğru hareketinde θ

$$\Sigma F_x = 0$$

$$T + f - W \cdot \sin\theta = 0 \quad T + f = 100 \cdot \sin\theta \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$- W \cdot \cos\theta + N = 0 \quad N = 100 \cdot \cos\theta \quad (2)$$

$$f = \mu \cdot N = 0,2 \cdot N = 0,20 \cdot 100 \cdot \cos\theta \quad (3)$$

$$T = 50 \text{ N} \quad (4)$$

$$(1) \text{ de yerine koyarsak} \quad 50 + 20 \cdot \cos\theta = 100 \cdot \sin\theta$$

$$\theta \leq 41^\circ$$

Şimdi de 100 N' luk yükün yukarı çekildiğini düşünelim.

$$50 - 20 \cdot \cos\theta = 100 \cdot \sin\theta$$

$$\theta \geq 18^\circ$$

$$18 \leq \theta \leq 41$$