




İSTATİSTİKSEL DAĞILIMLAR VE ÖZELLİKLERİ

Dr. Öğr. Üyesi Emre DÜNDER
Ondokuz Mayıs Ün. İstatistik Bölümü



Olasılık fonksiyonları

Olasılık fonksiyonları, raslantı değişkenlerin olasılıksal davranışlarını incelemek için kullandığımız özel fonksiyonlardır. Olasılık fonksiyonları asla negatif değer almaz.

Olasılık fonksiyonları kesikli ve sürekli olmak üzere ikiye ayrılır. Kesikli tamsayı veriler; sürekli ise ondalıklı değerler alabilen veriler için kullanılabilir.

Kesikli olasılık fonksiyonları

$$f(x) \geq 0$$

$$\sum_x f(x) = 1$$

Sürekli olasılık fonksiyonları

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Dağılım

Dağılım, belirli aralık ve özelliklere sahip değişkenlere ait tanımlı özel olasılık fonksiyonlardır.

Bazı temel dağılımlar:

- Binom
- Poisson
- Üstel
- Normal

Binom dağılımı

İki duruma sahip olaylar için kullanılan bir istatistiksel dağılımdır.

$$f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

Ortalama	$\mu = np$
Varyans	$\sigma^2 = npq$

Poisson dağılımı

Sıfır veya sıfırdan büyük nadiren gerçekleşen olaylara ait tamsayı veriler için kullanılan bir istatistiksel dağılımdır.

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Ortalama	$\mu = \lambda$
Varyans	$\sigma^2 = \lambda$

Üstel dağılım

Sıfırdan büyük nadiren gerçekleşen olaylara ait sürekli veriler için kullanılan bir istatistiksel dağılımdır.

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

Ortalama $\frac{1}{\alpha}$

Varyans $\frac{1}{\alpha^2}$

Normal dağılım

$(-\infty, +\infty)$ aralığındaki tüm olaylara ait reel sayılı veriler için kullanılan bir istatistiksel dağılımdır.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

Ortalama	μ
Varyans	σ^2

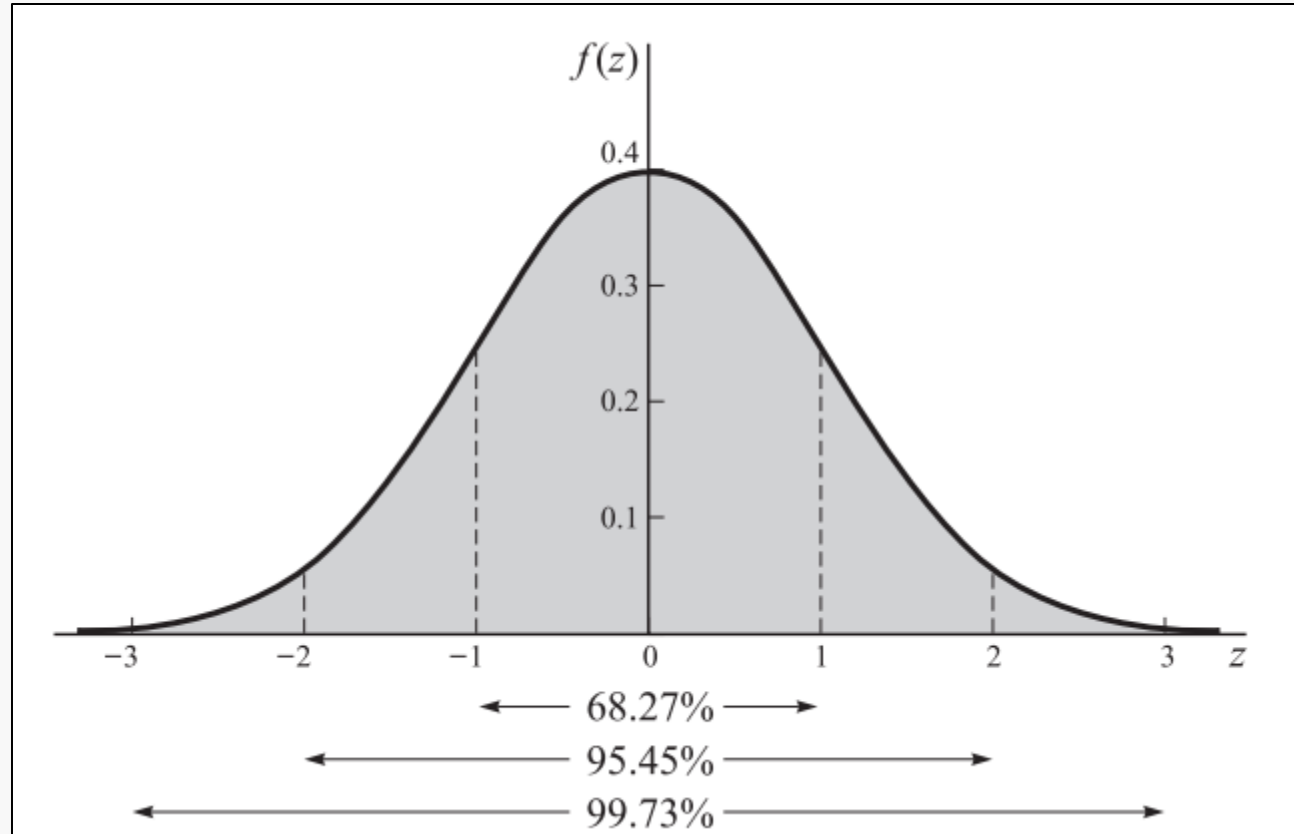
Standart Normal dağılım

$(-\infty, +\infty)$ aralığındaki tüm olaylara ait reel sayılı veriler için kullanılan bir istatistiksel dağılımdır. Normal dağılım için ortalamamanın 0, varyansın da 1 olduğu durumda elde edilir.

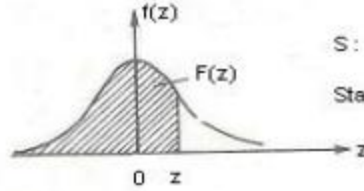
$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Standart Normal dağılım alan grafiği



Standart Normal dağılım tablosu



S: Anlamlılık seviyesine göre düzenlenmiş

Standart Normal Dağılımın Dağılım Tablosu

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0,1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0,2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0,3	.6179	.6217	.6256	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0,4	.6554	.6594	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0,5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0,6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0,7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0,8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8022	.8051	.8079	.8106	.8133
0,9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1,0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1,1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1,2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1,3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1,4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1,5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1,6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9526	.9535	.9545
1,7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1,8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1,9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2,0	.9773	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2,1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2,2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2,3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2,4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2,5	.9938	.9940	.9943	.9944	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2,6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2,7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2,8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2,9	.9981	.9982	.9983	.9983	.9984	.9984	.9984	.9985	.9986	.9986
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3,0	.9987	.9990	.9993	.9995	.9997	.9997	.9998	.9998	.9999	.9999

Örnek

Hilesiz bir para 100 kez atıldığında tura sayısına ilişkin beklenen değer ve varyans değerlerini bulunuz.

Örnek

4 çocuklu bir ailede,

- a) En az bir erkek çocuğun olma olasılığını bulunuz.
- b) En az bir erkek ve bir kız çocuğun olma olasılığını bulunuz.

Örnek

Bir banka şubesine her yarım saat içinde ortalama 15 müşteri geliyor. Müşteri gelişlerinin Poisson dağılımına uyduğu biliniyor. Buna göre;

- a) Gelecek 10 dakika içinde bankaya en az bir müşteri gelme olasılığını bulunuz.
- b) Gelecek 10. ve 15. dakika içinde en az bir müşteri gelme olasılığını bulunuz.

Örnek

Bir fabrikada üretilen el arabalarının taşıma kapasiteleri kg cinsinden verilmektedir. Taşıma kapasitelerine ait verilerin 242 kg ortalama ve 36 kg standart sapma ile normal dağılıma uyduğu biliniyor. Buna göre;

- a) Taşıma kapasitesinin 300 kg'den fazla olma olasılığını bulunuz.
- b) Taşıma kapasitesinin 220-290 kg arası olma olasılığını bulunuz.
- c) Toplam 150 el arabasına test uygulandığına göre, bu test sonucunda 300 kg'den daha fazla taşıma kapasitesine sahip kaç el arabası bulunmaktadır?

HAFTAYA GÖRÜŞMEK ÜZERE!