

YAYLAR

10.1 GİRİŞ

Yaylar; malzeme özellikleri (elastiklik gibi) ve geometrik şekilleri nedeniyle dış yükleme/zorlanma etkisinde büyük oranda şekil değiştirebilen, iş (potansiyel enerji) biriktirerek dış etkenlerin ortadan kalkması halinde kısmen veya tamamen eski şekil ve konumlarını alabilen elastik elemanlardır. Yük altında enerji biriktirebilen yaylar, bu enerjiyi amaca uygun yay tipine göre yük boşalması halinde az veya çok bir sürtünme kaybıyla geri verirler.

Genel olarak çoğu makina elemanlarından fonksiyonlarını yerine getirirken şekillerini koruyup dış zorlanmalar karşısında belirlenen bir sınırın üzerinde deformasyona uğramamaları istenirken, yaylarda büyük elastik deformasyonlar arzu edilmektedir. Bu nedenle yaylar elastik makina elemanları olarak da tanımlanırlar. Yaylar kullanım amacına göre değişik şekil ve özelliklere sahip olurlar. Çizelge-10.1 uygulamada fonksiyonları bakımından yay türlerini, kullanım amacı ve alanlarını özet halinde vermektedir.

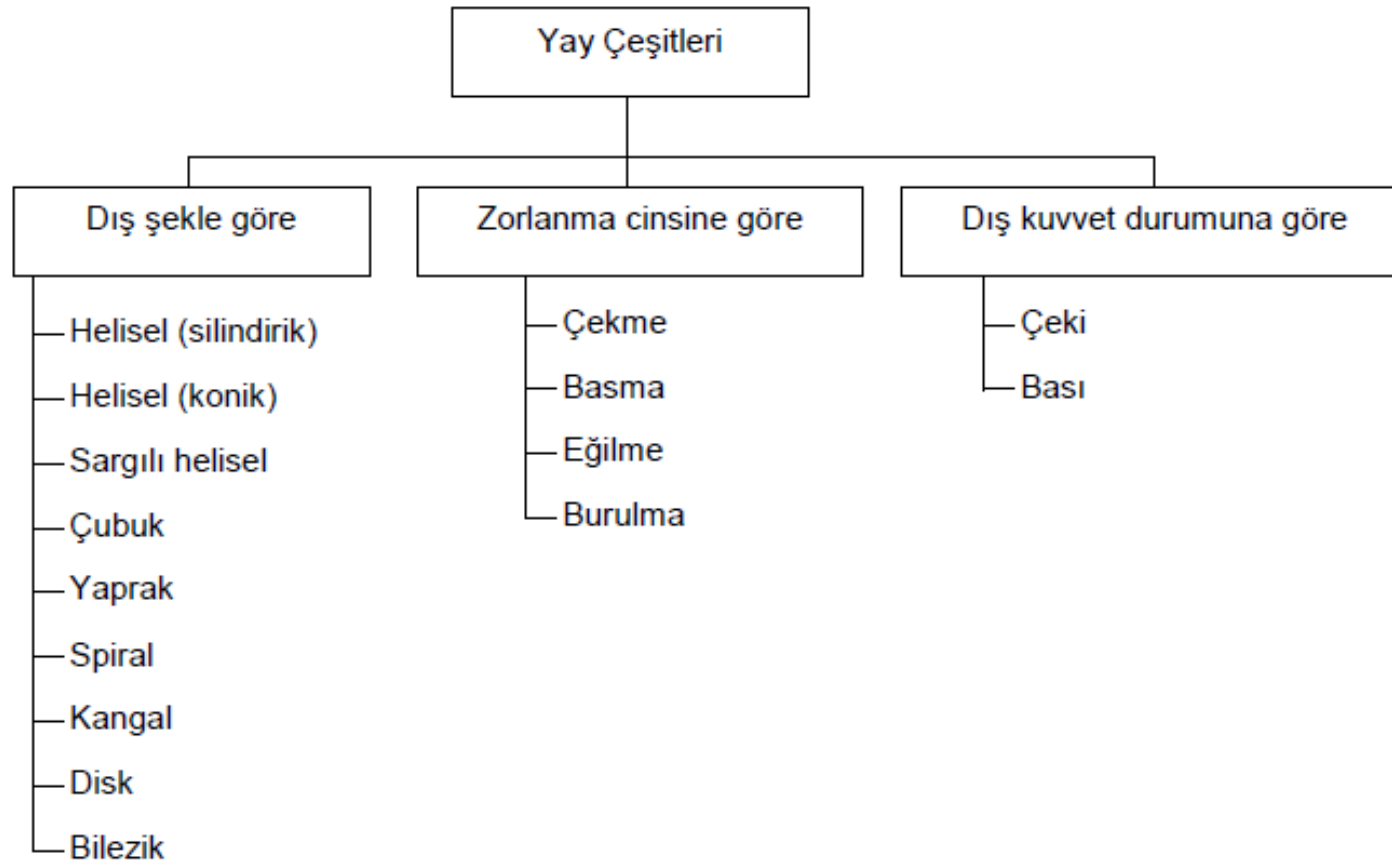
Çizelge-10.1 Kullanım yeri ve amacına göre yaylar

	Yay türü/Kullanım amacı	Kullanım yeri örnekleri
1	Enerji depolayıcı yaylar	<ul style="list-style-type: none">- Tahrik amaçlı kullanım- Mekanik saat mekanizmaları- Mekanik oyuncak tahriki- Kumanda çubuklarının hareketi
2	Darbe yutucu ve titreşim söndürücü yaylar	<ul style="list-style-type: none">- Aks ve tampon yayları (raylı taşıtlar ve karayolu taşıtlarında)- Elastik kavramalarda denge yayları- Hareketli kütlelerin darbesiz durdurulması- Makinaların zemine oturtulması
3	Titreşim yayları	<ul style="list-style-type: none">- Titreşimli elekler, titreşimli masalar- Karıştırıcılar ve çekiciler- Makinaların yataklanması ve desteklenmesi
4	Kuvvet sınırlayıcı yaylar	<ul style="list-style-type: none">- Presler- Ön gerilme ile yerleştirilerek boşluk gidermek
5	Kuvvet bağı oluşturan veya kuvvet dağıtan yaylar	<ul style="list-style-type: none">- Gergi yayları- Geri tepme yayı (sübap, kilit vb.)- Yüklerin dengeli dağıtılması (yaylı yataklarda, taşıtlarda)

Çizelge-10.1'in devamı

6	Kuvvet uygulayan veya hareketi kontrol eden yaylar	<ul style="list-style-type: none"> - Kavrama veya fren kuvveti oluşturan yaylar - Kam mekanizmalarında - Motor sübaplarının açılıp kapanmasında - Çekilen veya itilen elemanların ilk konumlarına dönmelerini sağlayan yaylar
7	Kuvvet ve basınç ölçen yaylar	<ul style="list-style-type: none"> - Yaylı dinamometreler - Yaylı terazi/kantar mekanizmaları

Yaylar kullanım yeri ve fonksiyonlarına göre adlandırılabilir (Kuvvet ve basınç ölçen yaylar, titreşim yayları, enerji biriktiren yaylar gibi). Yay şekli ve malzemesi; taşınacak kuvvet veya moment, deformasyon veya yaylanma miktarı, kullanım yerindeki hacim veya yer sınırlamaları dikkate alınarak seçilir. Yaylarda enerji biriktirme yanında titreşim veya darbe sönümleme özelliği de çok önemli olup yaylarda isimlendirme dış şekil ve zorlanma tipine göre yapılır. Şekil-10.1 yayların sınıflandırılmasını (çeşitlerini) göstermektedir. Yaylar dış şekle göre helisel (konik ve silindirik), çubuk, yaprak, spiral yaylar şeklinde isimlendirilirken, zorlanma cinsine göre çekme veya basmaya maruz yaylar, eğilme ve burulma yayları gibi isimlendirilebilmektedirler. Ayrıca dış kuvvete göre çeki ve bası yayları söz konusu olabilmektedir. Yay malzemesine göre de (çelik ve kauçuk gibi) sınıflandırmak mümkündür.

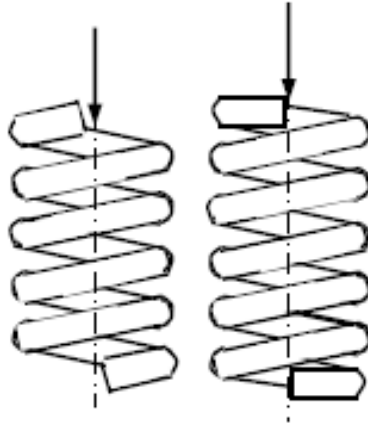


Şekil-10.1 Yayların sınıflandırılması

Şekil-10.2 seçilmiş yay örneklerini göstermektedir. Makina imalatında çelik telden yapılmış helisel yaylar en çok kullanılan yay türü olup bunlar hem çekiye hem de basıya zorlanabilirler ve yapımları ucuz, şekillendirilmeleri ve montajları basittir. Bilezik yaylar uygulanan işin büyük bir kısmının ısıya dönüşmesini sağlarlar. Benzer durum tabakalı yaprak ve disk yaylarda da söz konusu olup bu yaylar titreşim ve darbe

YAYLAR

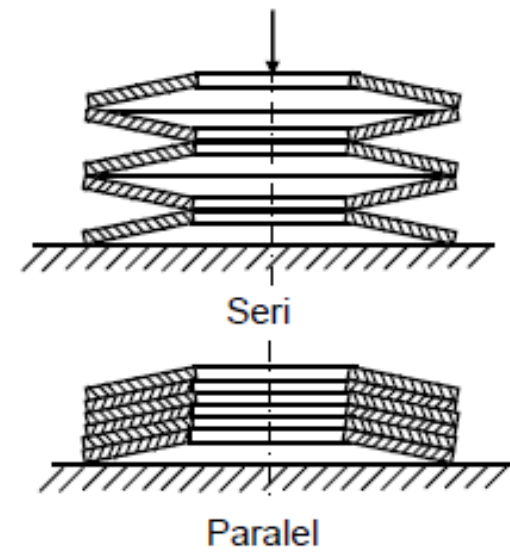
yutulmasında kullanılırlar. Dar yüzeylerde disk ve düzlem spiral yaylar uygun olmaktadır. Kauçuk yaylar da titreşim ve gürültü azaltıcı yerlerde (motorlu araçlarda, makina temellerinde) kullanılmaktadır.



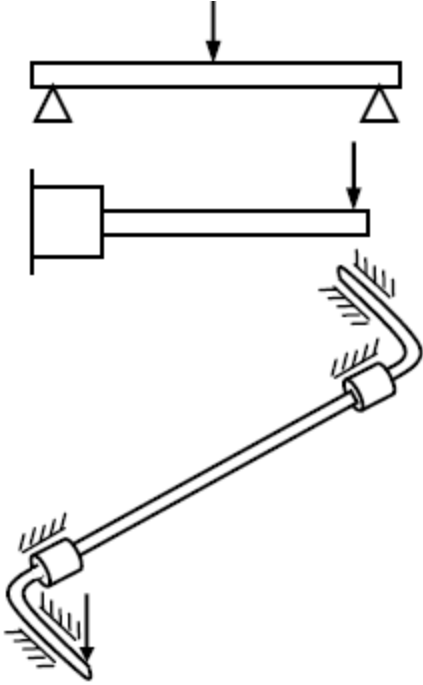
a) Helisel bası yayı



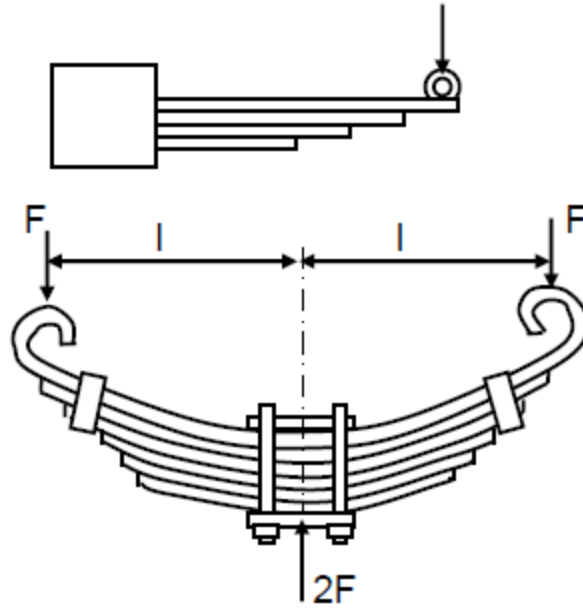
b) Helisel çeki yayı



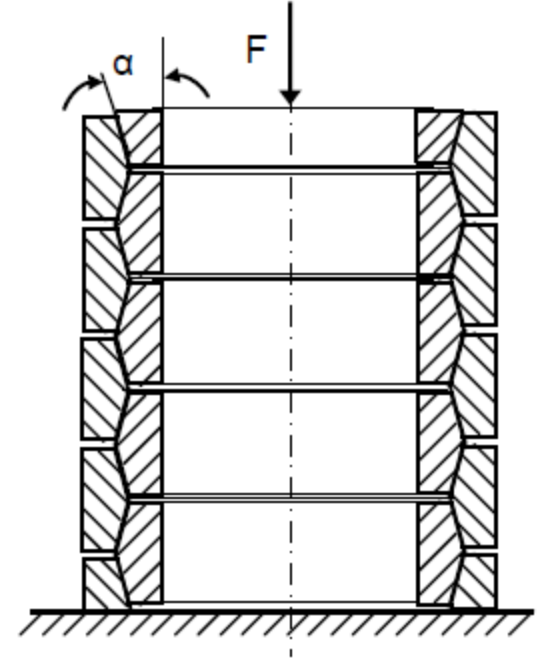
c) Disk yay



d) Çubuk yay



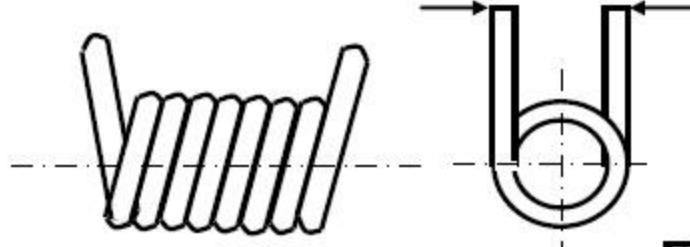
e) Yaprak yay



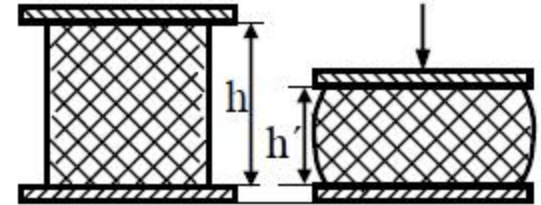
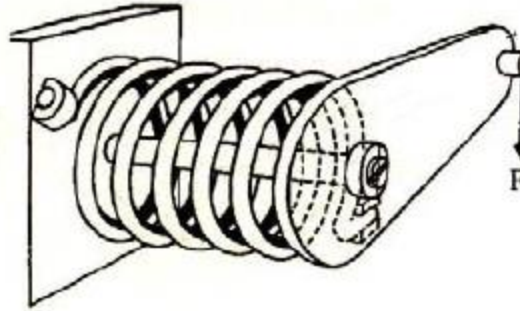
f) Bilezik yay



g) Spiral yay



h) Kangal yay



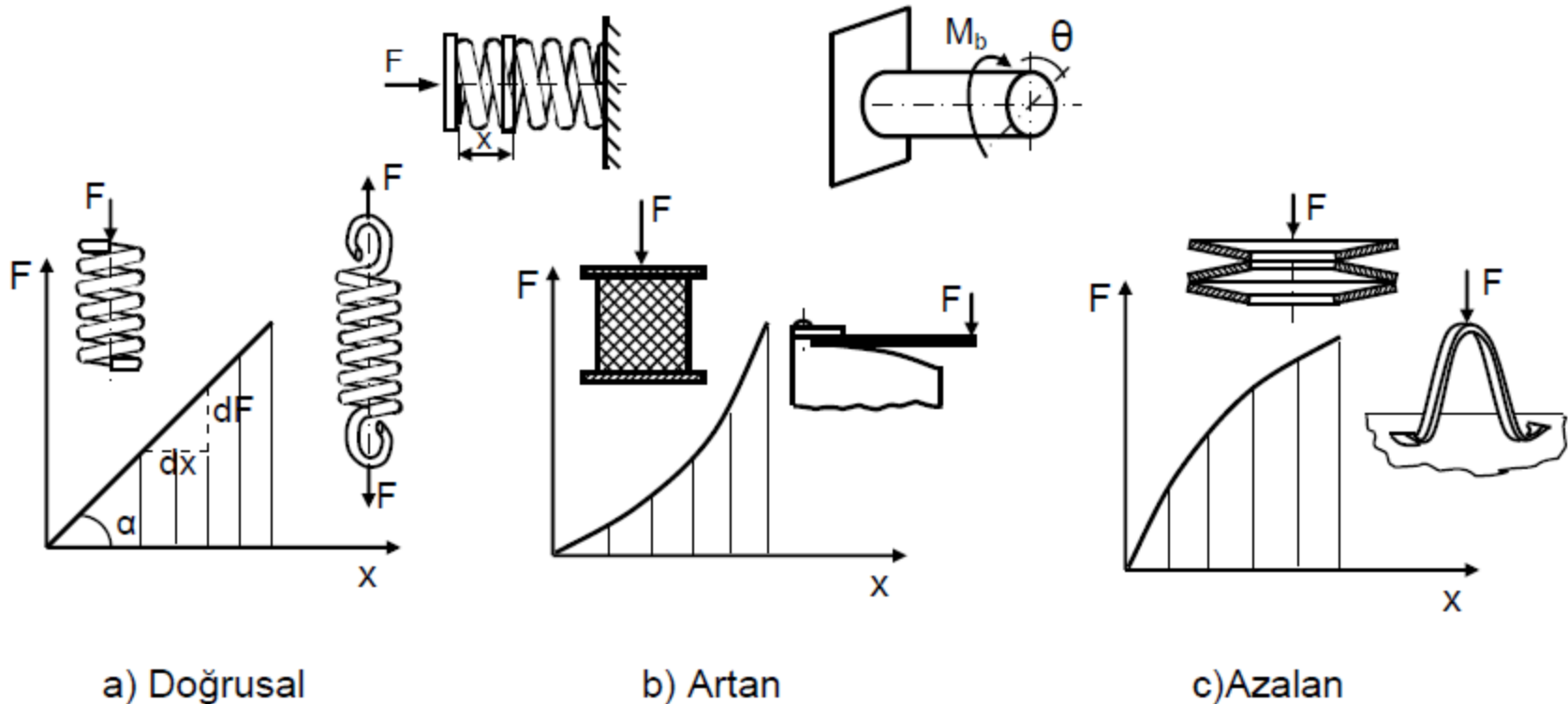
i) Kauçuk yay

Şekil-10.2 Çeşitli yay örnekleri

10.2 YAY KARAKTERİSTİĞİ VE ÖZELLİKLERİ

10.2.1 Yay Karakteristiği ve Rijitlik

Herhangi bir yaya etkiyen kuvvet veya momentlerle bunların doğurduğu şekil değiştirmeleri (boy değişimi veya burulma/dönme açısı) arasındaki ilişkiye **yay karakteristiği** adı verilir ve bu ilişkiye göre yay özelliği belirlenir. Bu karakteristik doğrusal, yükselen veya alçalan şekilde olabilir. Şekil-10.3 seçilmiş yaylarda kuvvet (F)-şekil değişimi (x) ilişkilerini göstermektedir.



Şekil-10.3 Çeşitli yay karakteristikleri

Yay karakteristiğinin eğimi yay katsayısı veya rijitliği olarak tanımlanır ve

$$k = \frac{dF}{dx} \quad \text{veya} \quad k_{\theta} = \frac{dM_b}{d\theta} \quad (10.1)$$

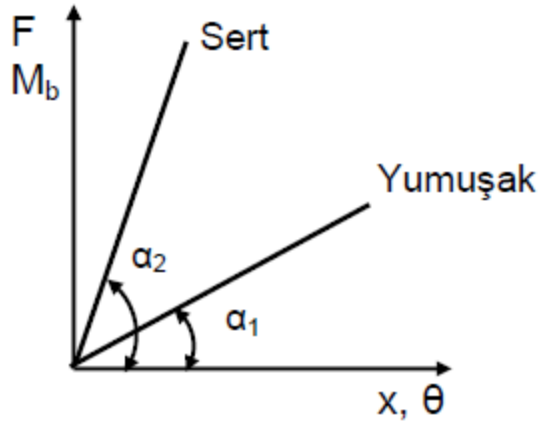
şeklinde hesaplanır. Doğrusal karakteristik için bu ifadeler

$$k = \frac{F}{x} = sbt \quad \text{veya} \quad k_{\theta} = \frac{M_b}{\theta} = sbt \quad (10.2)$$

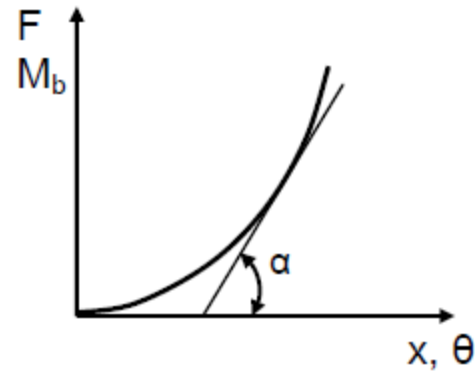
şeklinde yazılabilir. Karakteristik doğrunun eğim açısı α olmak üzere rijitlik veya yay katsayısı

$$k = \frac{F}{x} = tg\alpha \quad \text{veya} \quad k_{\theta} = \frac{M_b}{\theta} = tg\alpha$$

olarak da yazılabilir. Bu katsayıların birimleri sırasıyla [N/mm] veya [Nmm/rad] olup yayı bir birim uzatmak veya burulma yaylarında bir birim açı döndürmek/burmak için gerekli kuvvet veya moment olarak tanımlanırlar. Doğrusal olmayan yaylarda α açısı eğrinin teğetinin yatayla yaptığı açı olup sert yayların karakteristik eğimleri büyük (dik karakteristik), yumuşak yayların eğimleri küçük (yatık karakteristik) olmaktadır (Şekil-10.4). Başka bir ifadeyle eğimi fazla karakteristiğe sahip yayların rijitlikleri de o nispette büyük olacaktır. Ayrıca yukarıdaki bağıntılardan görüldüğü gibi doğrusal karakteristiğe sahip yayların rijitliği sabit, yükselen veya artan karakteristikli yaylarda rijitlik kuvvetin büyümesi ile artarken, alçalan yaylarda kuvvetin büyümesi ile azalmaktadır.



a) Doğrusal

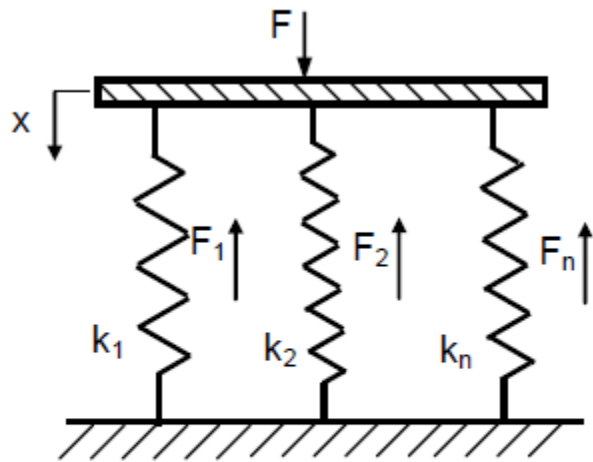


b) Artan

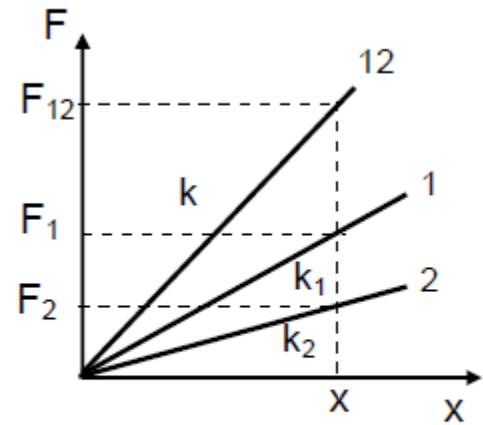
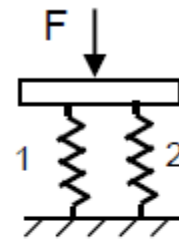
Şekil-10.4 Farklı yay karakteristikleri

Yay sistemlerinde rijitlik: Uygulamada hacimlerin sınırlı olması halinde veya belirli bir karakteristiğin elde edilmesi için çok sayıda yaydan meydana gelen seri, paralel veya karma olarak bağlanmış çok yaylı sistemler kullanılabilir. Bu sistemlerin rijitlikleri yayların bağlanış şekline göre belirlenir.

a) Paralel bağlı yaylar: Bu sistemde F kuvveti yay katsayıları (rijitlikleri) ile orantılı olacak şekilde yaylar tarafından paylaşılarak taşınmaktadır (Şekil-10.5). Başka bir ifadeyle yayların şekil değiştirmeleri birbirine eşit, kuvvetler ise farklıdır.



(a)



(b)

Şekil-10.5 Paralel bağlı yay sistemi

Şekil değiştirmeler (deformasyonlar) birbirine eşit olduğundan toplam deformasyon,

$$X=X_1=X_2=\dots=X_n$$

ve yay kuvveti

$$F=F_1+F_2+\dots+F_n$$

şeklinde yazılarak rijitlikler cinsinden toplam yay kuvveti için

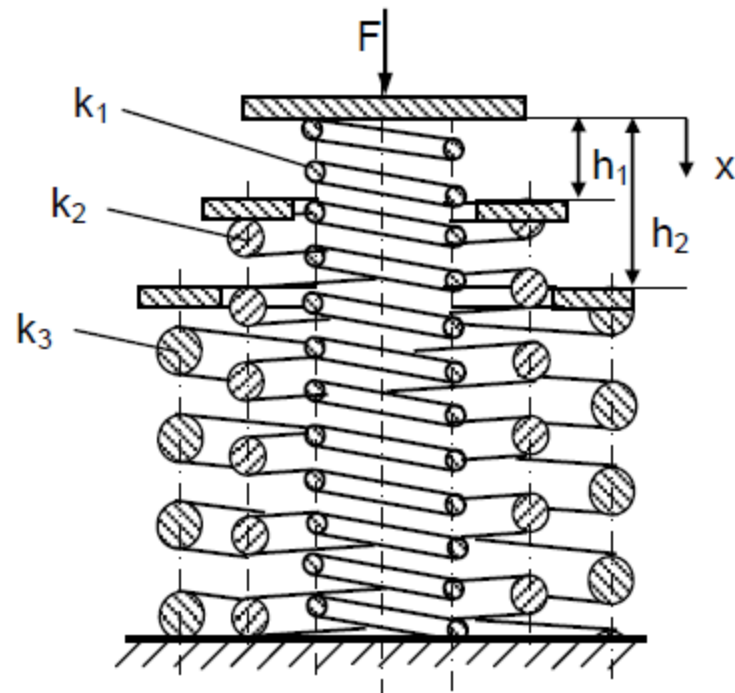
$$kX=k_1X+k_2X+\dots+k_nX$$

eşitliğinden yararlanılarak sistemin eşdeğer rijitliği

$$k=k_1+k_2+\dots+k_n=\sum_{i=1}^n k_i \quad (10.3)$$

şeklinde bulunur. Şekil-10.5 b'de iki yaylı sistemde yayların ayrı ayrı karakteristikleri ve yay sisteminin karakteristiği verilmiştir. Görüldüğü gibi sistemin rijitliği bir yayın rijitliğinden daha büyüktür.

Doğrusal karakteristiğe sahip yaylardan, uygun bağlama ile doğrusal olmayan karakteristikler (değişken karakteristik) elde edilebilir. Şekil-10.6 paralel bağlı değişken karakteristikli bir yay sistemini göstermektedir. Yayların bir kısmı belirli miktarda deformasyona uğramakta olup iç içe üç yay bulunmaktadır. Yay uzunlukları aynı olmayıp aralarında h_1 ve h_2 gibi uzunluk farkları mevcuttur. Birinci yay F_1 kuvveti etkisinde h_1 mesafesine kadar tek başına çalışır. h_1 mesafesinden sonra ikinci yay devreye girer ve her iki yay paralel olarak çalışmaya başlar. h_2 mesafesi geçildikten sonra üçüncü yay devreye girer ve paralel çalışma devam eder. Şekil-10.6 b'de sistemin karakteristik eğrisinin I, II ve III bölgeleri ve eşdeğer rijitlikler gösterilmiştir.

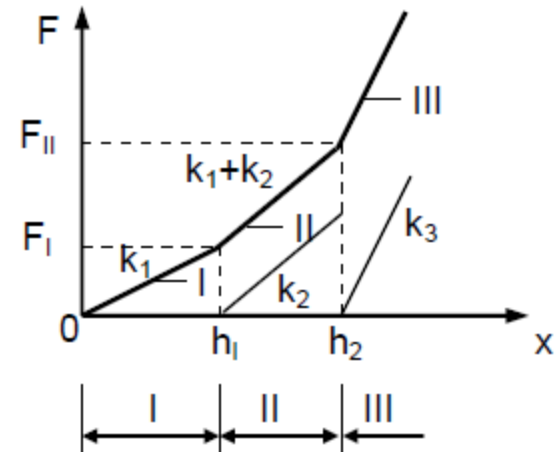


(a)

$$I : k_1 = \frac{F_1}{h_1} \quad 0 \leq F \leq F_1$$

$$II : k_1 + k_2 = \frac{F_{II} - F_1}{h_2 - h_1} \quad F_1 \leq F \leq F_{II}$$

$$III : k_1 + k_2 + k_3 = \frac{F - F_{II}}{x - h_2} \quad F > F_{II}$$



(b)

Şekil-10.6 Paralel bağlı değişken karakteristikli yay sistemi [9]

b) Seri bağlı yaylar: Bu birleştirmede sistemin toplam şekil değiştirmesi (x) yayların şekil değiştirmelerinin toplamına eşit iken sisteme ve yaylara aynı kuvvet etmektedir (Şekil-10.7). Bu yay sisteminin eşdeğer yay rijitliği;

$$F=F_1=F_2=\dots=F_n$$

ve $X=X_1+X_2+\dots+X_n$

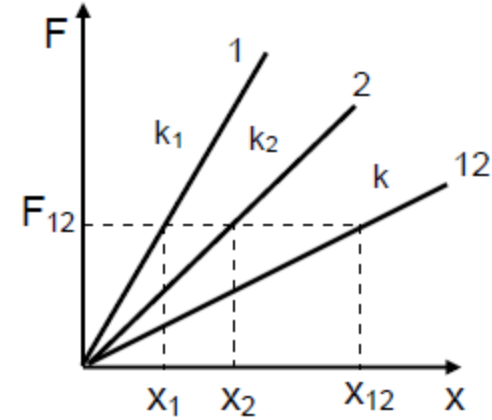
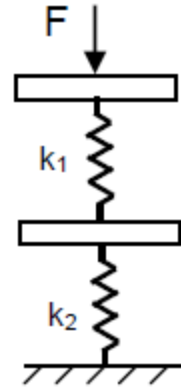
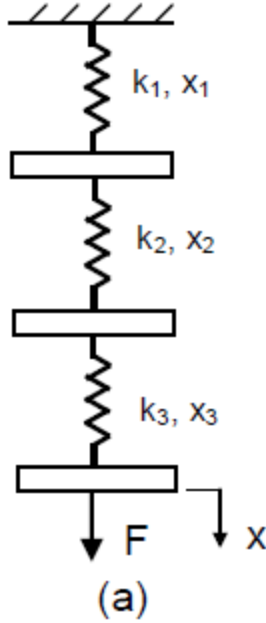
özellikleri kullanılarak

$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \dots + \frac{F}{k_n}$$

ilişkisinden

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \quad (10.4)$$

şeklinde bulunur.



Şekil-10.7 Seri bağlı yaylar

İki yaydan oluşan sistemde eşdeğer yay rijitliği

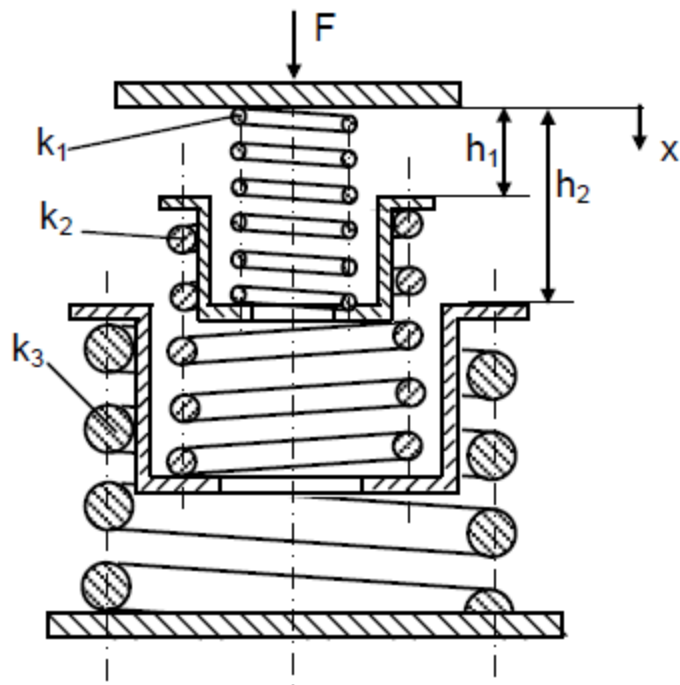
$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad \text{veya} \quad k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (10.4a)$$

şeklinde bulunur. Şekil-10.7 b'de iki farklı rijitliğe sahip seri bağlı yay sisteminin karakteristiği verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi yay sisteminin eşdeğer rijitliği yayların en küçük rijitliğinden daha küçüktür.

Şekil-10.8 seri bağlanmış, sınırlı hareket edebilen yaylardan oluşmuş değişken karakteristiğe sahip yay sistemini göstermektedir. Yaylar kılavuzlandığından 1. yay sadece h_1 2. yay ise sadece h_2-h_1 kadar sıkışır. F kuvveti her üç yaya da aynı şekilde etkimekte olup $F_1=k_1h_1$ değerine kadar her üç yayda artan bir sıkışma olur ve toplam sıkışma üç yayın sıkışmalarının toplamı kadardır. 1. yay h_1 kadar sıkıştığından bu noktada toplam sıkışma $x_1=h_1+\Delta x_2+\Delta x_3$ olur. F artmaya devam ederse $F_1 < F < F_2=k_2h_2$ süresince 2 ve 3 yayları sıkışacaktır. h_2 çökmesinden sonra 2 yayına çökme yapma izni verilmemektedir. Bu bölgede eşdeğer rijitlik

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad \text{olmaktadır. } F=F_2=k_2h_2 \text{ olduğunda 2 yayının sıkışması/çökmesi}$$

sona erecektir. Bu noktadan sonra sadece 3 yayı deformasyona devam edecektir. Sistemin karakteristiği I, II ve III kırık çizgilerinden oluşmakta olup I inci kısımda $k < k_1$, II nci kısımda $k < k_2$ ve III üncü kısımda $k=k_3$ rijitlikleri elde edilir.

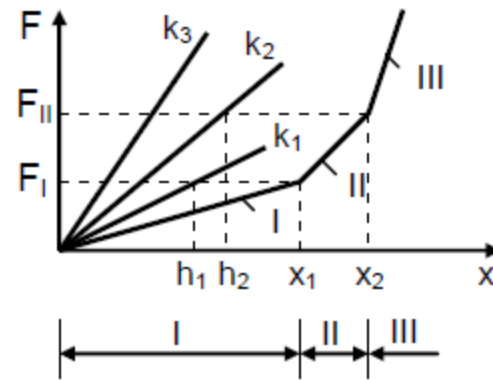


(a)

$$\text{I: } \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad F < F_I$$

$$\text{II: } \frac{1}{k} = \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad F_I \leq F \leq F_{II} \quad k < k_2$$

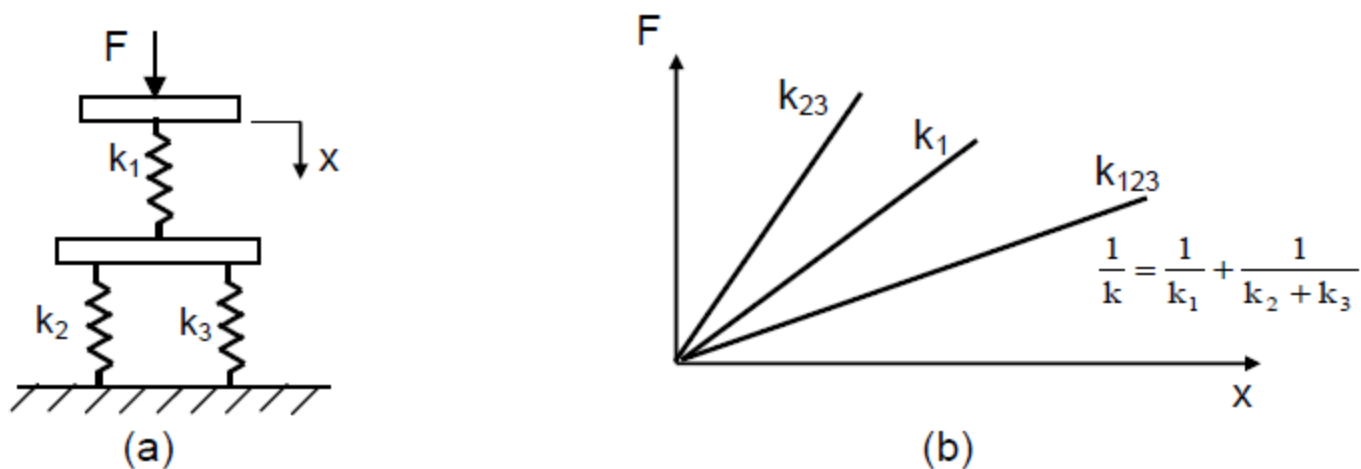
$$\text{III: } k = k_3 \quad F > F_{II}$$



(b)

Şekil-10.8 Seri bağlı değişken karakteristikli yay sistemi [9]

Birbirleriyle seri ve paralel bağlanmış yaylardan oluşan karma (kombine) yay sistemlerinde; seri yaylar kendi aralarında, paralel yaylar da kendi aralarında eşdeğer yaylarına indirgenir ve sistemin eşdeğerine ulaşılır. Şekil-10.9 tipik bir karma yay sistemini göstermektedir.



Şekil-10.9 Karma yay sistemi

Sistemin k_2 , k_3 yayaları paralel bağlı olup $x_{23}=x_2=x_3$ ve $F_{23}=F_2+F_3$ yazılarak paralel bölgenin rijitliği $k_{23}=k_2+k_3$ şeklinde hesaplanır ve k_1 yayı ile seri bağlı bir sistem oluşur. Sistemin eşdeğer rijitliği

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_{23}}$$

veya
$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2 + k_3}$$

şeklinde bulunur.

10.2.2 Yay İşi ve İç Sönümleme

10.2.2.1 Yay İşi

Herhangi bir yay kuvvet veya moment etkisinde yüklendiği zaman yükleme karakteristik eğrisinin altında kalan alan yaya verilen işi (depolanan enerjiyi), boşaltma karakteristik eğrisinin altında kalan alan da yaydan geri alınan işi göstermekte olup genel olarak karakteristik eğrinin altındaki alan yayın iş alma veya iş kabiliyeti şeklinde de tanımlanır. Yayın şekil değiştirmesi esnasında yayda biriken enerji veya iş (şekil değiştirme enerjisi); sürtünme kayıpları yoksa, yükleme ve boşaltma karakteristikleri üst üste çakışır ve

$$W = \int_0^{x_{\max}} F dx \quad \text{veya} \quad W = \int_0^{\theta_{\max}} M_b d\theta \quad (10.5)$$

şeklinde hesaplanır (Şekil-10.10).

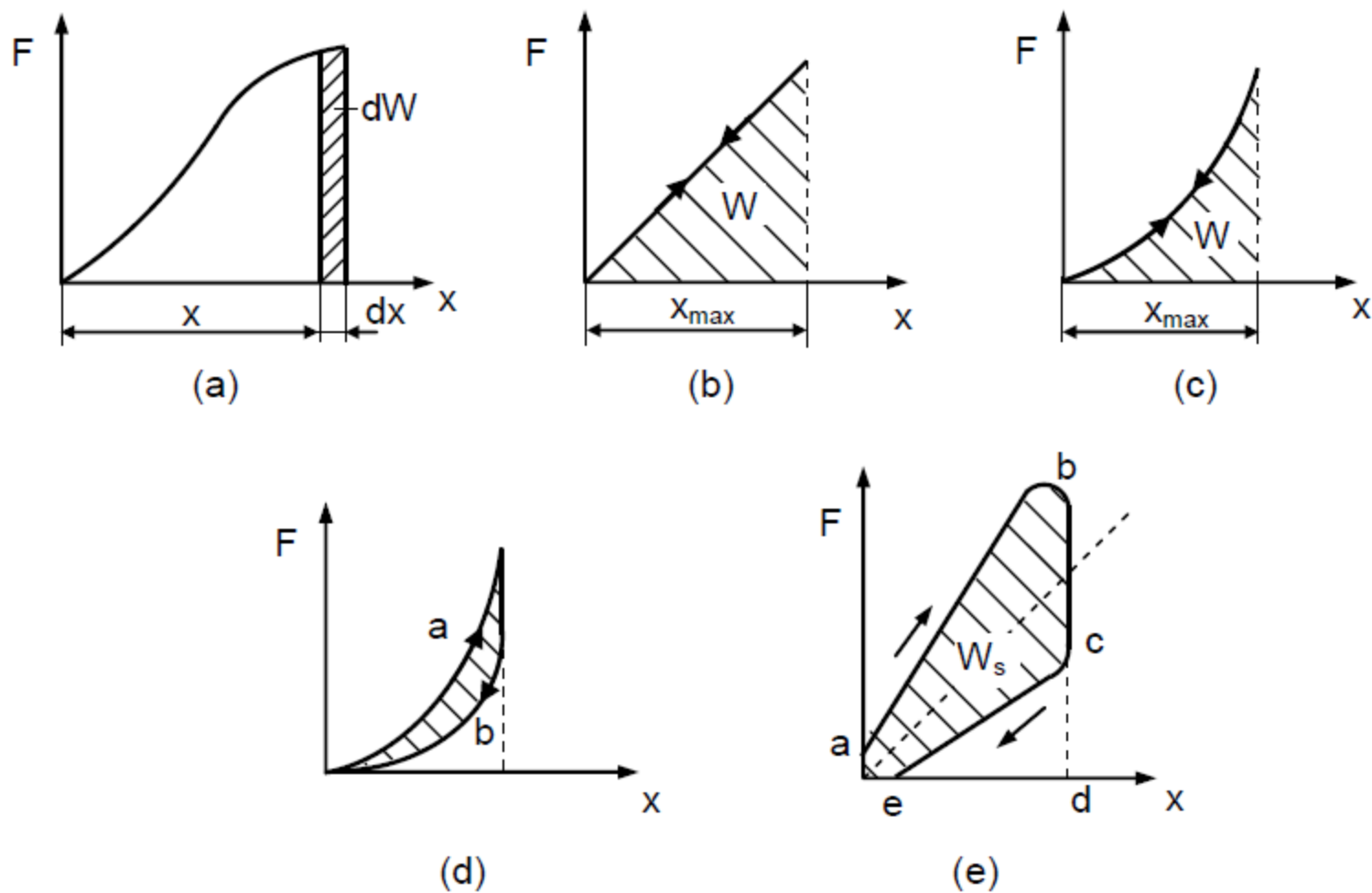
Doğrusal (lineer) karakteristikli yay için yay karakteristik doğrusu ile yatay eksen arasında kalan alan (iş) yay rijitliği de kullanılarak (Şekil-10.10.a)

$$W = \int kx dx = \frac{1}{2} kx^2 = F^2 / 2k \quad (10.6)$$

veya burulma yayları için

$$W = \int k_\theta \theta d\theta = k_\theta \theta^2 / 2 = M_b^2 / 2k_\theta \quad (10.7)$$

şeklinde bulunur.



Şekil-10.10 Yaylarda şekil değiştirme enerjisi (iş)

10.2.2.2 İç Sönümlleme

Teorik olarak yaylarda yükleme ve boşaltma eğrileri üst üste çakışır. Ancak uygulamada gerek yay malzemesinin iç sürtünmesi gerekse yay elemanları arasındaki sürtünmeden dolayı yayların yükleme ve boşaltma eğrileri birbirinden farklıdır (Şekil-10.10 d,e). Yayın depo ettiği enerji (yükleme durumu) yaydan alınan işten (boşaltma durumu) daha büyükse aradaki fark iç sönümllemelerle ısıya dönüşen sürtünme işini gösterir. Bu nedenle iç sönümlleme etkisi fazla olan yaylarda yükleme ve boşaltma eğrilerinin altındaki alanlar arasındaki fark ısıya dönüşen sönümlleme etkisine tekabül etmektedir.

Şekil-10.10.e iç sönümlleme için genel modeli göstermekte olup yüklemede şekil değiştirme, başlangıçtaki sürtünme kuvveti yenildikten sonra (a) noktasından sonra başlayıp a-b eğrisi boyunca devam etmektedir. Boşaltmada şekil değişimi b-c bölgesinde sürtünme kuvveti yenildikten sonra c-e eğrisi boyunca olmaktadır. Histerisiz olayı nedeniyle yay hiçbir zaman tam olarak ilk konumuna dönemez; kuvvet sıfır olsa bile yayda az da olsa bir şekil değişiminin kaldığı görülür. Yüklemede yayda biriken şekil değiştirme enerjisi (iş) $W_1 = (abcd)_{\text{alan}}$ ve boşaltmada geri verilen iş $W_2 = (ecd)_{\text{alan}}$ şeklinde ifade edildiğine göre sürtünme nedeniyle kaybolan enerji $W_s = W_1 - W_2 = (abce)_{\text{alan}}$ olmaktadır. Bu enerji yayın sönümlleme özelliğini gösterir ve sönümlleme faktörü veya sönümlleme değeri

$$\psi = \frac{W_s}{W_1} = \frac{W_1 - W_2}{W_1} \quad 100 \% \quad (10.8)$$

şeklinde tanımlanır. Yay malzemesindeki iç sürtünme dolayısıyla ortaya çıkan sönümlenme özelliği iç sönümlenme olarak değerlendirilir ve $\% \psi$ 'den daha küçüktür. Çelik yaylarda iç sönümlenme çok küçük ($\% 0.06...0.3$) olduğundan genellikle ihmal edilir. Ancak kauçuk yaylarda bu değer $\%6...%30$ arasındadır [1,2].

Dış sürtünme dolayısıyla ortaya çıkan sönümlenme bir çok elemandan oluşan yaylarda (bilezik yaylar, çok tabakalı yaprak yaylar vb.) ortaya çıkar. Bu tür yaylarda sönüm faktörü $\psi = \%40...50$ arasındadır. Sönümlenme faktörü $\psi = \%40$ olan bir yay, biriktirdiği şekil değiştirme enerjisinin en çok $\%60$ 'ını geri verirken, $\%40$ 'ı sürtünme dolayısıyla ısı şeklinde kaybolur. Başka bir ifadeyle bu tür yay darbe şeklinde gelen bir kuvvetin/momentin şiddetini $\%40$ oranında sönümlenmektedir. Bu nedenle titreşim ve çarpma sönümleyici yaylarda (absorber) sönümlenme faktörünün büyük olması arzu edilir. Bilezik, yaprak ve disk yaylar, sargılı helisel yaylar ve kauçuk yaylar bu amaçla kullanılır. Lastik ve kauçuk yaylarda sönümlenme özelliği kısmen malzemeye bağlı iken, uygun konstrüksiyonla ve sürtünme yüzeylerinin uygun şekilde oluşturulmasıyla da (yaprak, bilezik ve disk yaylarındaki gibi) bu özellik kazandırılabilir.

Yaya verilen W_1 işinin (yayın depoladığı enerjinin) yaydan alınan W_2 işine oranı

$$\eta_w = \frac{W_1}{W_2} \quad (10.9)$$

olup yay verimi olarak da tanımlanabilir.

10.2.3.1 Şekilden Faydalanma Katsayısı

Herhangi bir yayın depo edebileceği W işinin çekmeye zorlanan uniform kesitli çubuk yayın depo edebileceği teorik W_{teo} işine oranına

$$\eta = \frac{W}{W_{teo}} \quad (10.10)$$

yayın **şekilden faydalanma katsayısı** denir. Bu katsayı herhangi bir yayın şeklinden dolayı, sınır zorlanma durumunda, çubuk yaya göre ne miktarda şekil değiştirme enerjisi depo edebileceğinin bir ölçüsünü verir.

Şekil-10.11 esas alınarak çekmeye çalışan uniform kesitli bir çubuk yayın depo edebileceği teorik iş aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$W_{teo} = \frac{1}{2} F \delta$$

tanımıyla $F = \sigma A$ ve $\delta = \frac{\sigma L}{E}$ bağlantılarıyla

$$W_{teo} = \frac{\sigma^2}{2E} AL \quad (10.11)$$

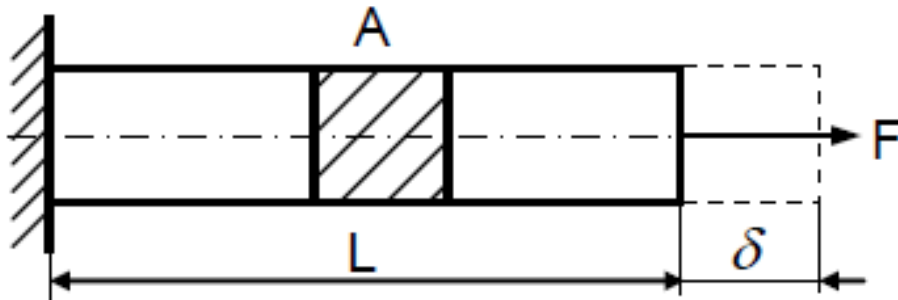
ve yay hacmi $V = LA$ değeri kullanılarak

$$W_{teo} = \frac{\sigma^2}{2E} V \quad (10.12)$$

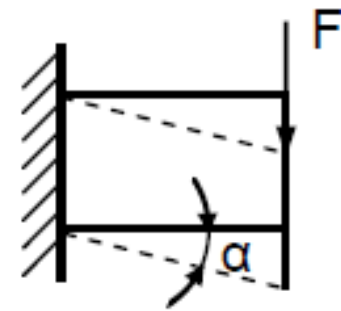
olur. Burada E elastisite modülü, σ ise maksimum çekme/normal gerilmedir. Kayma zorlanması durumunda, G kayma modülü olmak üzere

$$W_{teo} = \frac{\tau^2}{2G} V \quad (10.13)$$

elde edilir.



a) Çekme hali



b) Kayma hali

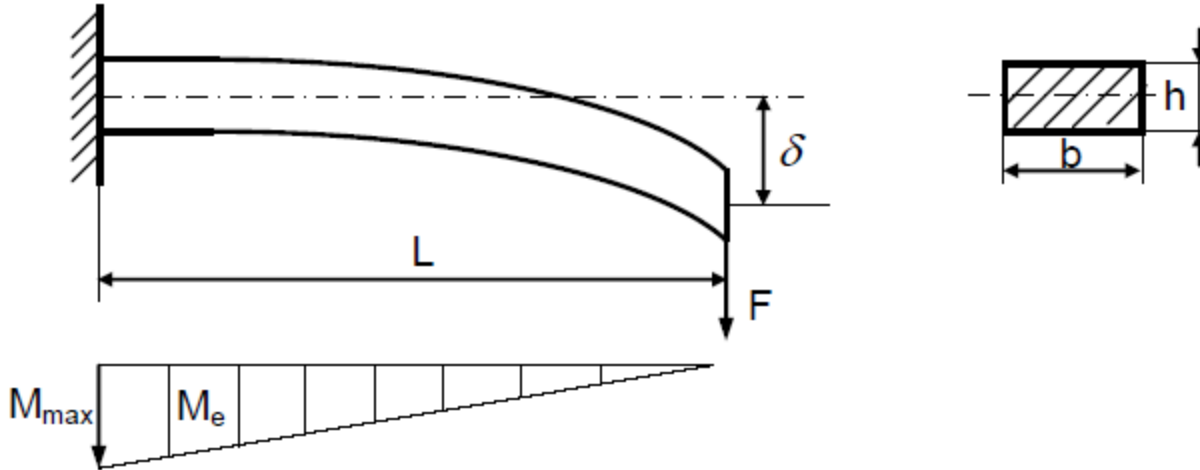
Şekil-10.11 Çubuk yayda şekil değişimi

Herhangi bir yayda gerilme dağılımı çubuk yayda olduğu gibi düzgün olmadığından şekilden faydalanma derecesinden veya katsayısından faydalanarak yayın depo edebileceği iş veya enerji hesaplanabilir. Şekilden faydalanma katsayısının tanımı kullanılarak yay işi (W)

$$W = \eta W_{teo} = \eta \frac{\sigma^2 V}{2E} \quad (10.14)$$

şeklinde yazılabilir.

Bir ucundan ankastre, dikdörtgen kesitli bir yayda eğilme durumunda şekilden faydalanma katsayısını bulmak için W işi belirlenmelidir (Şekil-10.12)



Şekil-10.12 Eğilmeye çalışılan dikdörtgen kesitli çubuk yay

Yay ucundaki maksimum deformasyon

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI}$$

kullanılarak, $I = \frac{1}{12}bh^3$, $W_e = bh^2/6$ değerleriyle maksimum eğilme momenti, maksimum eğilme gerilmesi ifadelerinden maksimum kuvvet ve maksimum deformasyon yardımıyla W işi

$$W = \frac{1}{2}F_{\max}\delta_{\max}$$

şeklinde bulunur. Burada

$$\sigma_{e\max} = \frac{M_{e\max}}{W_e} = \frac{M_{e\max}}{bh^2/6} \text{ olup } M_{e\max} = F_{\max}L \text{ moment tanımından maksimum}$$

eğilme kuvveti,

$$F_{\max} = W_e \frac{\sigma_{eem}}{L} = \frac{bh^2}{6L} \sigma_{eem}$$

eğilme gerilmesi cinsinden bulunur. Maksimum deformasyon ise

$$\delta_{\max} = \frac{bh^2}{6} \frac{\sigma_{eem}}{L} \frac{12L^3}{3Ebh^3} = \frac{2}{3} \frac{\sigma_{eem}}{E} \frac{L^2}{h}$$

şeklini alır. Bu değerler W iş ifadesinde değerlendirilerek

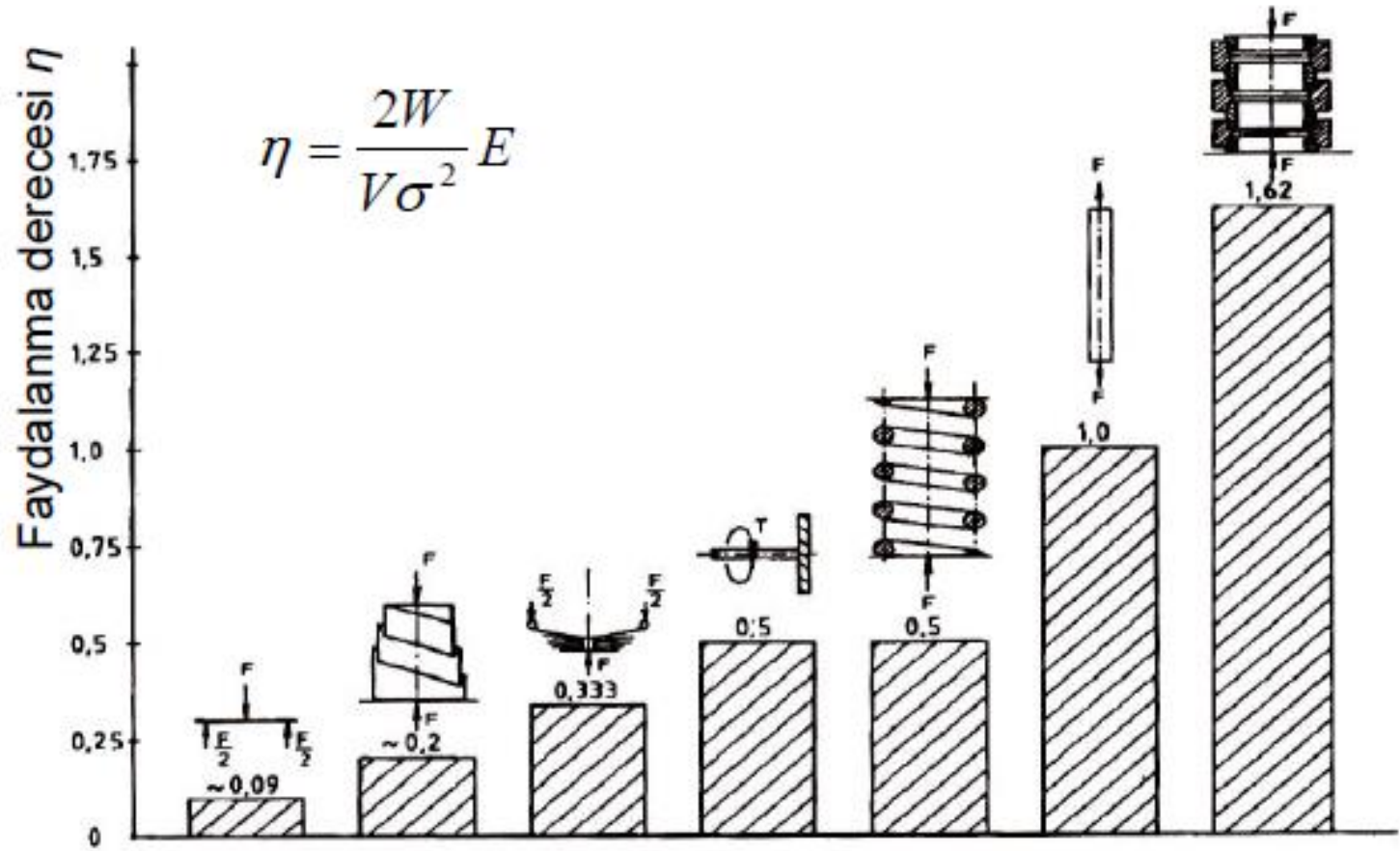
$$W = \frac{1}{9} \frac{\sigma_{eem}^2}{2E} V$$

elde edilir. $W_{teo} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{eem}^2}{E} V$ kullanılarak şekilden faydalanma katsayısı

$$\eta = \frac{W}{W_{teo}} = \frac{1}{9}$$

olarak bulunur. Bu, yay malzemesinden ancak teorik değerin dokuzda biri kadar faydalanılmaktadır anlamına gelmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi eğilme halinde maksimum gerilmenin çubuğun sabit ucunda meydana gelmesi diğer kısımlarda malzemenin tam çalışmaması η katsayısının çok küçük çıkmasının ana nedenidir. Dikdörtgen kesit yerine dairesel kesit alınırsa $\eta = 1/12$ olmaktadır.

Şekilden faydalanma derecesi veya sadece faydalanma derecesi yay malzemesine ve boyutlarına bağlı olup yaydaki zorlanmanın doğurduğu gerilmelerin hacimsel olarak ne kadar düzgün yayıldığını gösterir. Bu katsayı referans olarak alınan çubuk yay için $\eta = 1$ olup diğer yaylarda daha küçüktür. Sadece bilezik yaylarda bilezikler arası büyük sürtünme işinden dolayı bu katsayı 1'den daha büyük olmaktadır. Çeşitli yaylarda şekilden faydalanma katsayısı karşılaştırma yapmak amacıyla Şekil-10.13'te gösterilmiştir.



Şekil-10.13 Çeşitli yayların faydalanma dereceleri [3]

10.2.3.2 Hacimden Faydalanma Katsayısı

Yayın birim hacminin depo edebileceği iş hacimden faydalanma derecesi olup

$$\eta_v = \frac{W}{V} = \eta \frac{\sigma^2}{2E} \quad (10.15)$$

şeklinde tanımlanır. İki katsayı arasında çekme, basma ve eğilmeye zorlanan yaylarda

$$\frac{\eta}{\eta_v} = \frac{2E}{\sigma^2} \quad (10.16)$$

ve burulma yaylarında

$$\frac{\eta}{\eta_v} = \frac{2G}{\tau^2} \quad (10.17)$$

ilişkileri yazılabilir.

10.2.3.3 Ağırlıktan Faydalanma Katsayısı

Herhangi bir yayda birim ağırlığa düşen iş ağırlıktan faydalanma derecesini verir ve

$$\eta_G = \frac{W}{G} = \eta \frac{\sigma^2}{2E\gamma} \quad (10.18)$$

YAYLAR

şeklinde ağırlıktan faydalanma katsayısı olarak tanımlanır. Burada γ yayın özgül ağırlığıdır. Benzer şekilde burulma yaylarında bu katsayı

$$\eta_G = \eta \frac{\tau^2}{2G\gamma} \quad (10.19)$$

şeklini alır.

Hacimden ve ağırlıktan faydalanma katsayıları arasında

$$\eta_G = \eta_v / \gamma$$

ilişkisi de yazılabilir. Genel tanımdan hareketle birimler değerlendirilerek

$$\eta_G = \frac{W}{G} = \eta_v / \gamma \quad [\text{cm}]$$

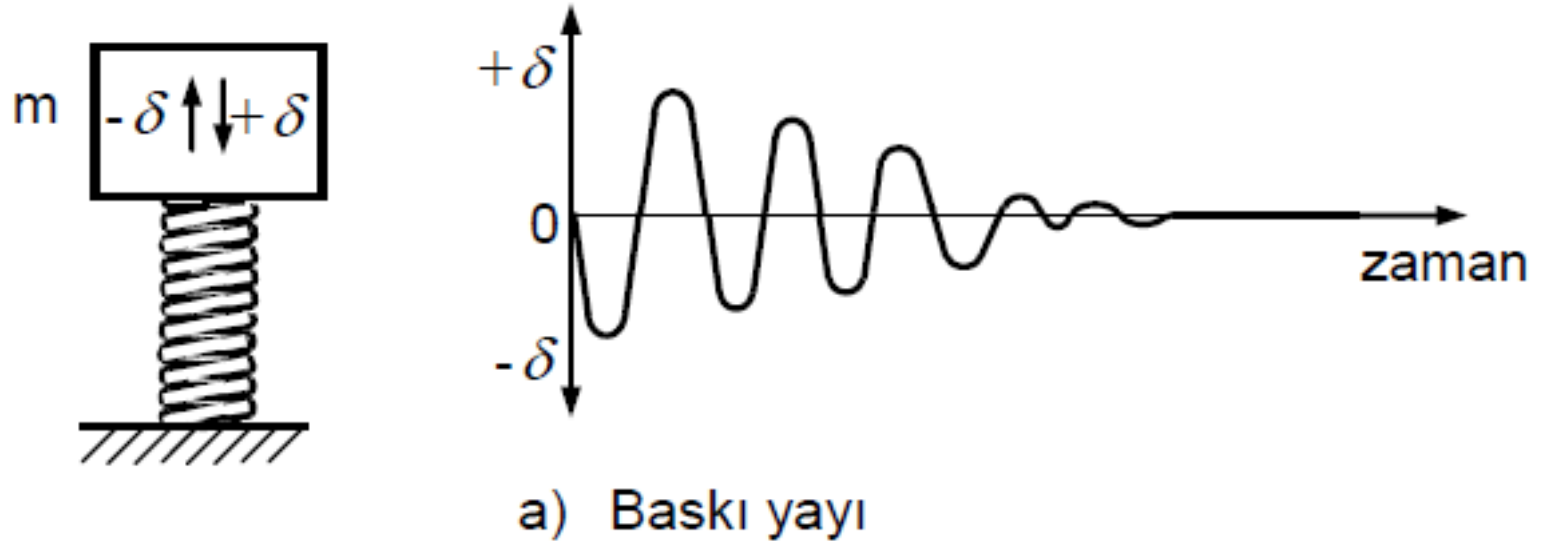
ağırlıktan faydalanma katsayısının [cm] biriminde olduğu, benzer şekilde hacimden faydalanma katsayısı η_v 'nin de [N/cm²] biriminde olduğu söylenebilir.

10.2.4 Yay Titreşimleri ve Darbe Söndürme

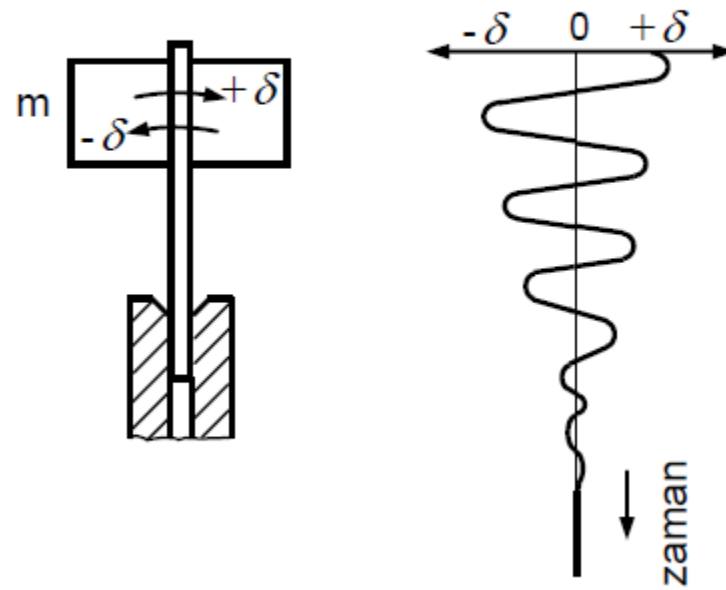
10.2.4.1 Titreşim ve Özgül Frekans

Uygulamada yaylar titreşim oluşturunca ve titreşim yutucu (izolasyon) amacıyla kullanılabilir. Bir yay-kütle sistemi belirli özgül frekansa sahip titreşim modeli oluşturur. Titreşimin arzu edildiği durumlarda işletme (uyarma) frekansı yayın özgül frekansına yakın seçilerek rezonansa müsaade edilirken, titreşim söndürücü olarak kullanılacak yayların rezonans bölgesinde çalıştırılmamaları gerekmektedir. Yayın rezonansa girmemesi için sistemin (yay-kütle) frekansı ile işletme frekansı arasındaki farkın büyük olması istenir. Bazı durumlarda ise rezonans arzu edilir ve sistemin özgül frekansı ile işletme veya çalışma frekansı birbirine çok yakın tutulur. Bu nedenle yayın özgül frekansının bilinmesi önemli olmaktadır.

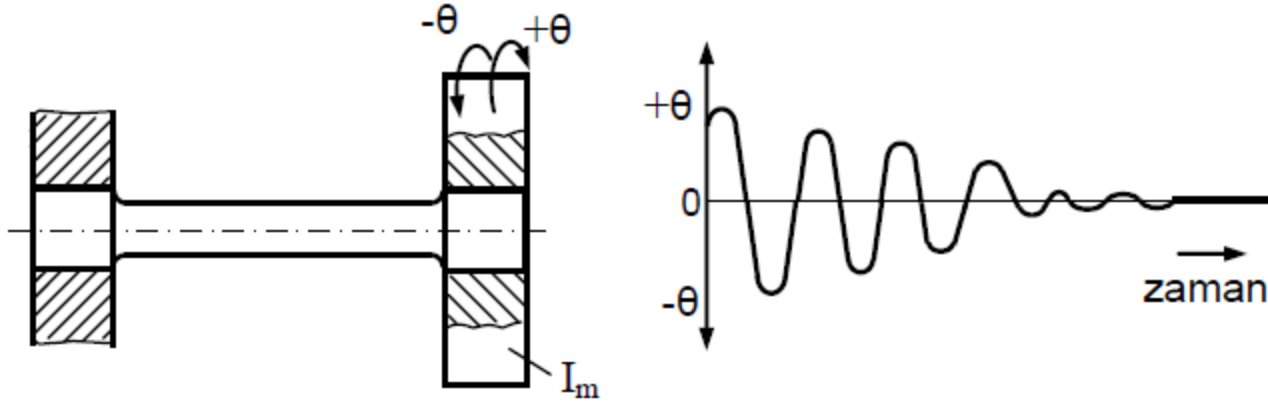
Bir yay-kütle sisteminin titreşim zorlanmasına maruz kalması halinde, iç ve dış sürtünmeler etkisinde titreşim genliğinin zamanla küçüldüğü ve kütlelerin hareketsiz duruma eriştiği (sönümlü titreşim) görülür (Şekil-10.14). Bu modellerle çekme, basma, eğilme ve burulma titreşimleri analiz edilebilir. Şekil-10.15'te boyuna ve burulma titreşimleri yapan yay-kütle sistemleri gösterilmiştir.



Şekil-10.14 Çeşitli yaylarda sönümlü titreşimler [4]

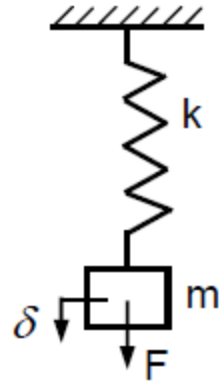


b) Eğilme yayı

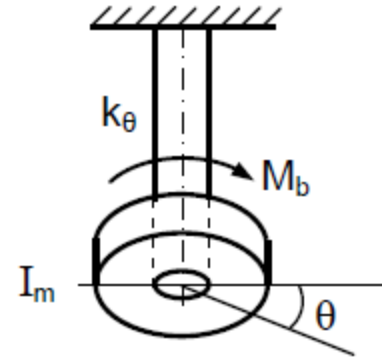


c) Burulma yayı

Şekil-10.14'ün devamı



a) Boyuna titreşim



b) Burulma titreşimi

Şekil-10.15 Yay-kütle sistemlerinde titreşim

Yayın kendi kütlesi ihmal edilerek k rijitlik katsayısına sahip bir yay-kütle sisteminde; çekme, basma ve eğilme titreşimlerinde özgül frekans (kritik açısal hız)

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (10.20)$$

şeklinde belirlenir. Yay F kuvveti etkisinde δ kadar yer değiştiriyorsa (uzayıp, kısalıyorsa) $F = mg$ ve $k = F / \delta$ ilişkisi kullanılarak g yerçekimi ivmesi olmak üzere özgül frekans

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{g}{\delta}} \quad (10.21)$$

şeklinde bulunur.

Burulmaya zorlanan yaylarda (Şekil-10.15b) I_m kütlelesel atalet momenti olmak üzere, k_θ burulma rijitlik katsayısına bağlı olarak özgül frekans

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{k_\theta}{I_m}} \quad (10.22)$$

veya M_b burulma momenti ve θ burulma açısı cinsinden

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{M_b}{\theta I_m}} \quad (10.23)$$

şeklinde belirlenir.

Bu ifadelerdeki özgül frekans, dairesel frekans veya açısal frekans olarak da tanımlanıp saniyedeki frekans (Hertz) veya titreşim sayısı

$$f_{kr} = \omega / 2\pi$$

tanımıyla

$$f_{kr} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta}} \quad (10.24)$$

$$\text{veya } f_{kr} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_\theta}{I_m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M_b}{\theta I_m}} \quad (10.25)$$

şeklinde de yazılabilir. Dakikadaki frekans özellikle dönen millerde önemli olup dakikadaki öz frekans “kritik devir sayısı” olarak isimlendirilir ($n = 30\omega / \pi$).

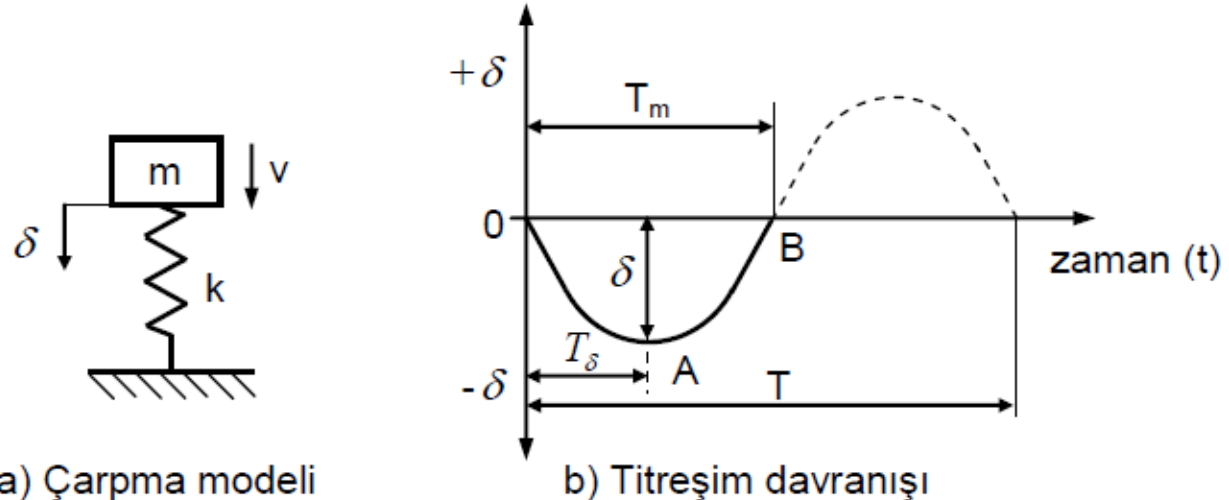
Bu ifadelerden görüldüğü gibi yay ne kadar yumuşak (k küçük) ve m ne kadar büyük olursa öz frekans da o kadar küçük olmaktadır. Sistemde ilave bir titreşim yutucu (absorber) kullanılması halinde titreşim genliği ve frekans da azalmaktadır. Artan tipte karakteristiğe sahip yaylar motorlu taşıtlarda tercih edilir. Bunun en önemli nedeni taşıtın dolu ve boş olması durumunda özgül frekansın (öz titreşim sayıları) yaklaşık aynı olmasıdır (değişmemesidir). Titreşim söndürmelerde iç sönümlemesi büyük kauçuk gibi yaylar tercih edilmektedir.

10.2.4.2 Çarpma ve Darbe Sönümleme

Kütlesi m olan cismin doğrusal karakteristikli (k) bir yaya v hızıyla çarpması halinde elastik titreşim davranışı gözlenir (Şekil-10.16). Çarpma dolayısıyla kütlenin kinetik enerjisi

$$W_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (10.26)$$

olup bu enerji yay işine (potansiyel enerjiye) dönüşür ve yayda darbe kuvveti oluşur. Hareketin yönünün değişmesi ile bu işin tekrar kinetik enerjiye dönüştüğü görülür (Şekil-10.16 b).



Şekil-10.16 Doğrusal karakteristikli yayda çarpma

Titreşim hareketinde periyot önemli olup hareketin yön değiştirmesi (A noktası) ve kütle-yay sisteminde cisimlerin birbirinden ayrılması (B noktası) zamanları sırasıyla T_δ ve T_m olarak gösterilmiştir. Yayın darbe sönümlenme amacıyla kullanılmasında yay, kütlenin sahip olduğu W_k kinetik enerjisini δ kadar deformasyona uğratarak sönümleyecektir. Bu tip-yay kütle sisteminde yaya gelen darbe kuvveti, yay işi W ve kinetik enerji W_k eşitlenerek belirlenebilir. En büyük darbe kuvveti F_{\max}

$$W_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\delta^2 = \frac{1}{2}\frac{F_{\max}^2}{k}$$

değerlendirilerek

$$F_{\max} = v\sqrt{mk} \quad (10.27)$$

şeklinde bulunur. Yayın bu darbe kuvveti etkisinde maksimum şekil değiştirmesi (uzama veya kısalması)

$$\delta_{\max} = \frac{F_{\max}}{k} = v\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (10.28)$$

ifadesiyle belirlenir. Titreşim zamanı (periyot)

$$T = 2\pi\sqrt{m/k} \quad (10.29)$$

ve çarpma zamanı T_f ise

$$T_f = T/4 = \frac{\pi}{2}\sqrt{m/k} \quad (10.30)$$

olarak hesaplanabilir.

10.4 YAY HESABI VE BOYUTLANDIRMA

Yayların hesabı aşağıda belirtilen üç temel esasa göre yapılır.

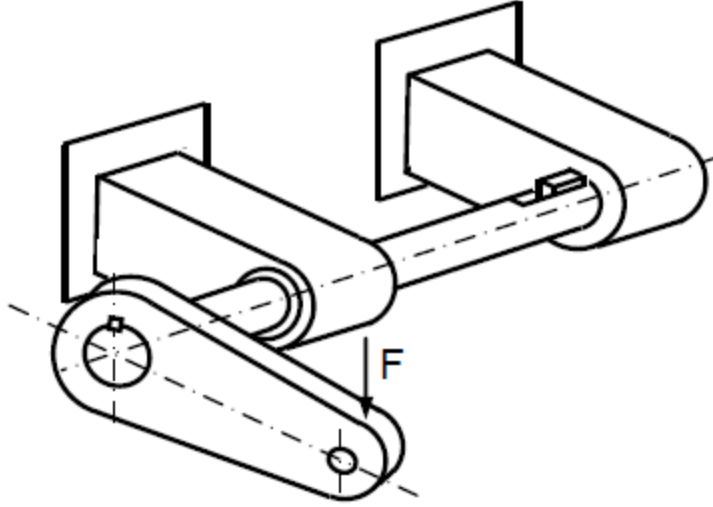
- Mukavemet hesabı; Yük taşıma kabiliyeti, boyutlandırma ve kontrol esasına dayanır ve zorlanma şekillerine göre kuvvet-gerilme eşitlikleriyle değerlendirilir.
- Şekil değiştirme hesabı; yay şekil değiştirmesi esasına dayanır ve yayın uzama, kısalma, burulma gibi temel deformasyonları ve yer değiştirme miktarı tespit edilir.
- Enerji hesabı; yayda biriktirilmiş olan deformasyon enerjisi, sönümlleme miktarı, faydalanma katsayıları gibi parametrelerin tayin edildiği bir hesaplama şeklidir.

Bu bölümde dış zorlanma durumuna göre yaylar; burulmaya, eğilmeye, çekme ve basmaya zorlanan yaylar olarak gruplandırılıp hesap esasları ve boyutlandırılmaları incelenecektir.

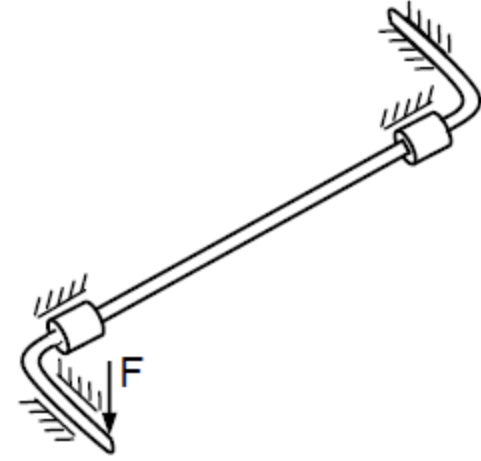
10.4.1 Burulmaya Zorlanan Yaylar

10.4.1.1 Çubuk Yaylar

Basit çubuk şeklinde olan bu yaylar burulmaya zorlanan dairesel, dikdörtgen veya çok katlı dikdörtgen kesite sahiptirler. Burulma titreşimlerinin söndürülmesinde, burulma momenti ölçülmesinde, ayarlı moment anahtarlarında ve elastik kavramalarda dairesel kesitli olanları en yaygınca kullanılmaktadır. Taşıtların süspansiyon sistemlerinde, taşıt akslarında dairesel çubuk yaylar tercih edilmektedir. Şekil-10.17, dairesel kesitli tipik burulmaya zorlanan çubuk yaylara örnekler vermektedir.



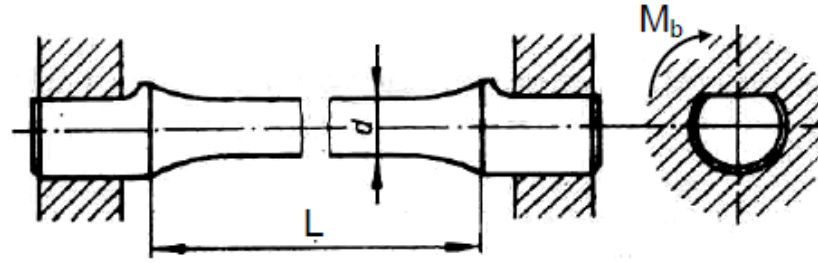
(a) [1]



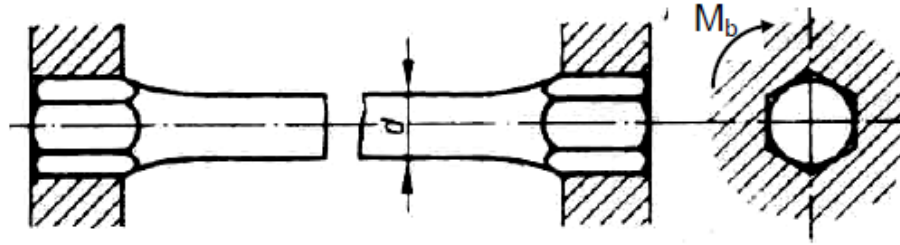
(b)

Şekil-10.17 Çubuk yay örnekleri

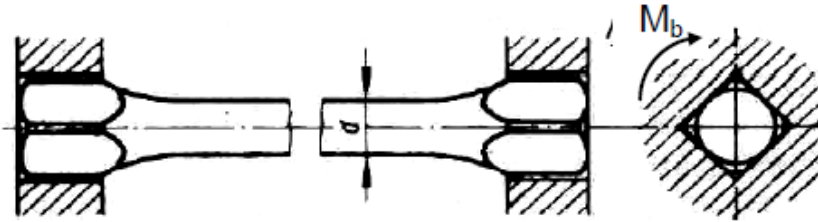
Dairesel kesitli çubuk yayların bağlantı uçları çeşitli şekillerde olabilmektedir. Genellikle yay uçları yay gövdesine göre çentik etkisini de azaltacak şekilde kalınlaştırılır ve geçiş kısımları yuvarlatılır. Şekil-10.18'de hem moment iletimini kolaylaştırmak hem de yayın gövdeye tespit edilmesini sağlamak amacıyla özel geometriye sahip çubuk yaylar gösterilmiştir.



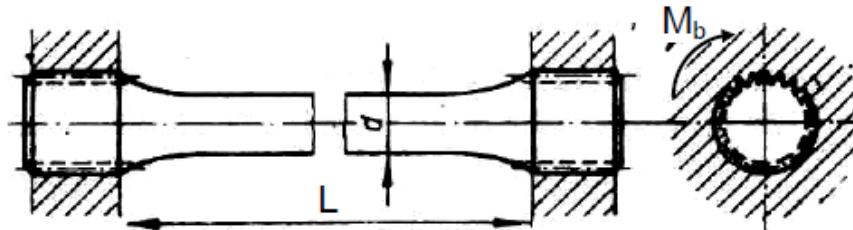
a) Yassı (tesviyeli) baş



b) Altıgen baş



c) Dörtgen baş



d) Çentikli (dişli) baş

Şekil-10.18 Bağlama uçları farklı çubuk yaylar [4]

a) Mukavemet hesabı

Dairesel dolu kesitli çubuk yayda M_b burulma momenti etkisinde ortaya çıkan kayma gerilmesi

$$\tau = \frac{M_b}{W_b} = \frac{M_b}{\pi d^3 / 16} \leq \tau_{em} \quad (10.31)$$

şartını sağlamalıdır. Yayın emniyetle taşıyacağı burulma momenti

$$M_{b \max} = \frac{\pi d^3}{16} \tau_{em} \quad (10.32)$$

şeklinde belirlenir.

Dikdörtgen kesitli çubuk için (Şekil-10.19b) bu ifadeler sırasıyla

$$\tau = \frac{M_b}{\eta_1 b^2 h} \leq \tau_{em} \quad (10.33)$$

$$\text{ve } M_{b \max} = \eta_1 b^2 h \tau_{em} \quad (10.34)$$

olur.

b) Şekil değiştirme hesabı

Burulma momenti etkisinde dairesel kesitli çubuk yayın (Şekil-10.19a) burulma açısı

$$\theta = \frac{M_b L}{G I_p} = \frac{32 M_b L}{\pi G d^4} \quad (10.35)$$

ve maksimum burulma açısı

$$\theta_{\max} = \frac{2L}{d} \frac{\tau_{em}}{G} \quad (10.36)$$

şeklinde bulunur.

Yay rijitliği (yay katsayısı) k_θ ,

$$k_\theta = \frac{M_b}{\theta} = \frac{\pi G d^4}{32 L} \quad (10.37)$$

$$\text{veya } k_\theta = \frac{G I_p}{L} \quad (10.38)$$

olarak hesaplanabilir.

Dikdörtgen kesitli çubuk yay için burulma açısı

$$\theta = \frac{M_b L}{\eta_2 G b^3 h} \quad (10.39)$$

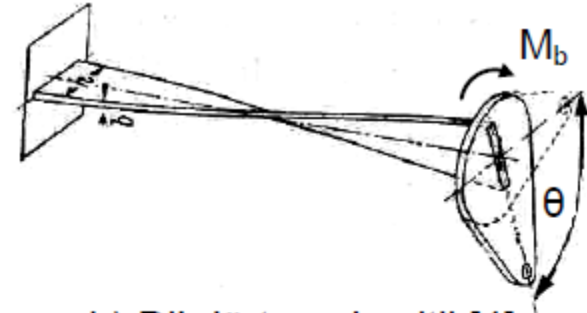
ve müsaade edilecek en büyük burulma açısı ise

$$\theta_{\max} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \frac{L}{b} \frac{\tau_{em}}{G} \quad (10.40)$$

olur.



a) Daire kesitli [3]



b) Dikdörtgen kesitli [4]

Şekil-10.19 Burulmaya zorlanan çubuk yaylar

c) Enerji hesabı

Burulmaya çalışan tipik bir çubuk yayda biriktirilen enerji veya iş

$$W = \frac{1}{2} \frac{\tau_{em}^2}{2G} V \quad (10.41)$$

olup burada $V = \pi d^2 / 4 L$ yay hacmidir ve şekilden faydalanma katsayısı $\eta = 1/2$ olmaktadır. Birim hacme düşen yay işi $W/V = \tau_{em}^2 / (4G)$ şeklinde hesaplanabilir. Dairesel kesitli burulma çubuk yaylarının hacimden faydalanma katsayısı $1/2$ olup eğilme yaylarına göre çok büyüktür. Eğilmede en uygun sonuç veren üçgen şekilli yayın depo edebileceği yay işi ile çubuk yayın işi arasında $W_{\text{çubuk}} / W_{\text{eğ}} = 2.2$ ilişkisi bulunur [4]. Taşıtlarda burulma çubuklarının çok tercih edilmesinin esas nedeni budur.

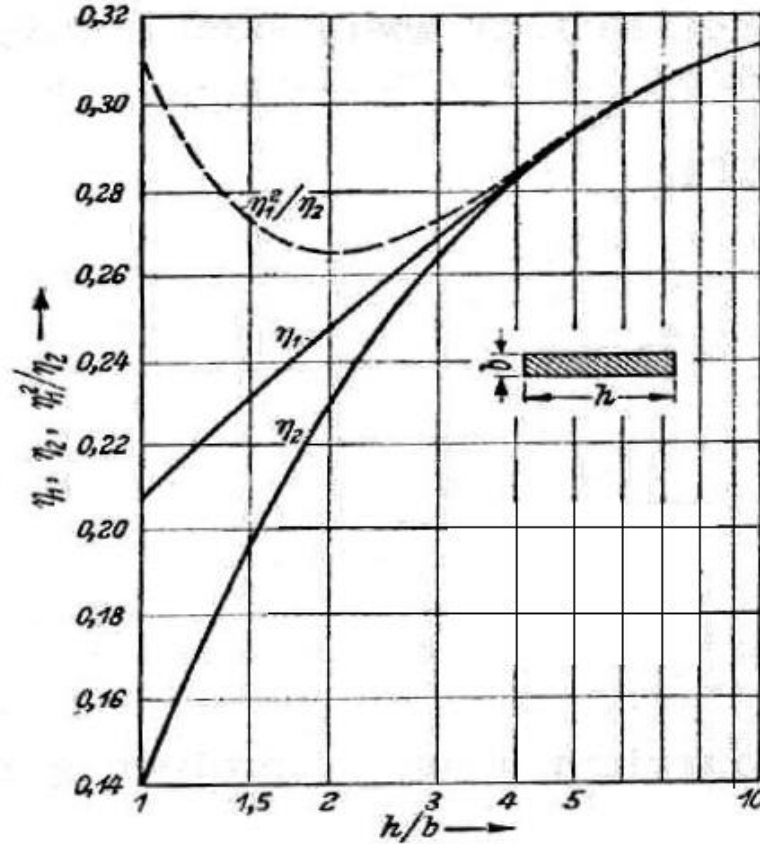
Dikdörtgen kesitli çubuk yayda yay işi

$$W = \frac{\eta_1^2}{\eta_2} \frac{\tau_{em}^2}{2G} V \quad (10.42)$$

şeklini almaktadır. Dikdörtgen kesitli çubukta kayma gerilmeleri kesite bağlı olarak farklı dağılım gösterirler. Bu nedenle hesaplarda η_1 ve η_2 gibi katsayılar kullanılır. Şekil-10.20'de dikdörtgen kesitli çubuk yaylar için bu katsayıların yay kesitine göre değişimi verilmiştir. Şekilden faydalanma katsayısı

$$\eta = \frac{\eta_1^2}{\eta_2} \quad (10.43)$$

şeklinde hesaplara dahil edilmektedir.



Şekil-10.20 Dikdörtgen kesitli çubuk yaylarda çeşitli katsayılar [4]

Burulma çubuk yayları genellikle sıcak şekil verilmiş yay çeliklerinden yapılır ve emniyet gerilmeleri için statik zorlanmada

$$\tau_{em} \leq 0.5\sigma_k$$

alınabilir. DIN 17221 standardında yay çelikleri için kayma emniyet gerilmesi $\tau_{em} = 60...80 \text{ daN/mm}^2$ arasında değişir. Dinamik yüklemede yük tekrar sayısı ve çubuk çapına göre üst kayma gerilmesi tablolaştırılmıştır [3]. Ayrıca üst ve alt kayma emniyet gerilmeleri sırasıyla

$$\tau_{üem} = \tau_m + \tau_{aem}$$

ve $\tau_{aem} \leq 0.8\tau_A$

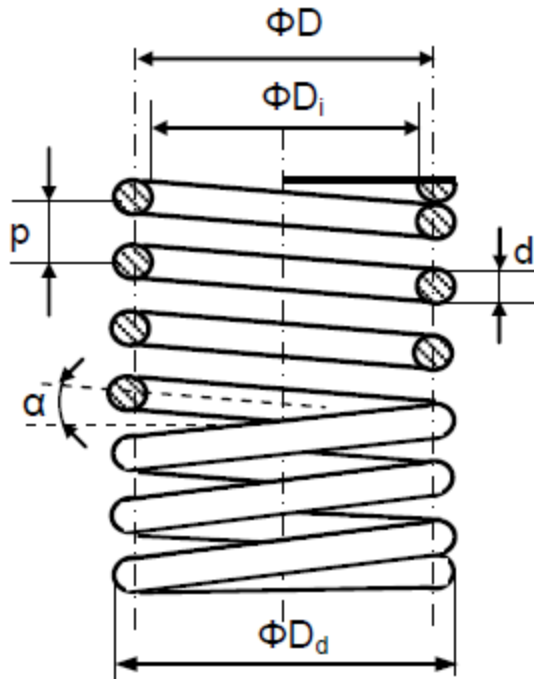
τ_m ve τ_A değerlerine göre belirlenir [4].

10.4.1.2 Silindirik Helisel Yaylar

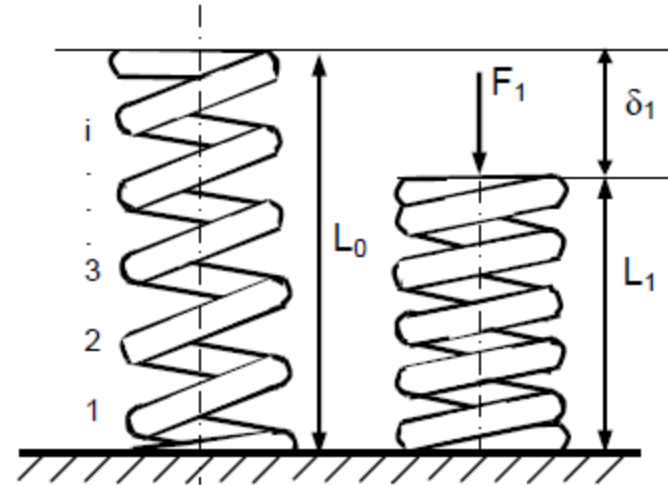
Bu yaylar genellikle dairesel kesitli ince bir çubuk yayın veya telin bir silindir üzerine helisel bir şekilde sarılması ile elde edilir. Telin sarılması sırasında sargılar arasında belirli bir boşluk bırakılır ve esnekliği artmış ve az hacim işgal eden bu yaylar makina imalatında en çok kullanılan yay türüdür. Tel çapı $d \leq 12 \text{ mm}$ olan yaylar soğuk şekillendirilir, tel çapı $d > 12 \text{ mm}$ olanlara ise sıcak şekillendirme uygulanır. Silindirik helisel yaylar dış yüklemenin durumuna göre basma veya çekmeye zorlanırlar ve kuvvet durumu esas alınarak bası veya çeki yayları şeklinde gruplandırılırlar.

1) Basma kuvveti ile zorlanan yaylar

Ekseni doğrultusunda helisel yaya etkiyen F kuvveti yayda boy değişimine neden olur ve yay sargısında kesme ve burulma momenti doğurur. Bu nedenle bu tür helisel yaylar burulmaya çalışan yaylar grubunda değerlendirilir. Basma kuvveti nedeniyle de **bası yayı** adını alırlar. Şekil-10.21 tipik bir silindirik helisel bası yayı ve geometrik büyüklüklerini göstermektedir.



(a)



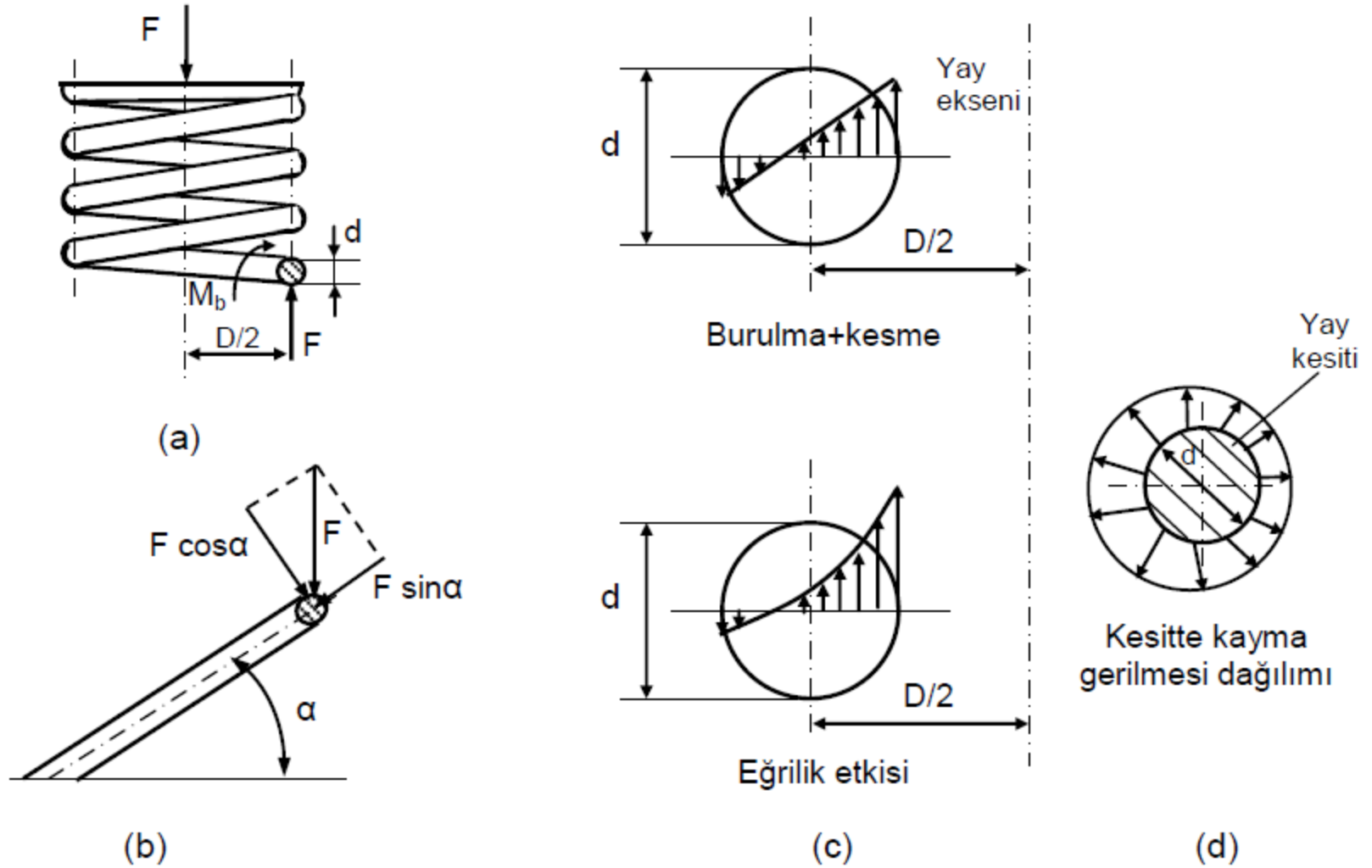
(b)

Şekil-10.21 Silindirik helisel bası yayı

Şekilde yay ortalama sargı dairesi çapı D , yay teli çapı d , serbest haldeki helis adımı (hatve) p , yay helis açısı α ve etkili sargı sayısı i olarak gösterilmiştir. F_1 kuvveti etkisinde yay deformasyonu (boy azalması) δ_1 de şekilden izlenebilmektedir(b). Çalışma sırasında yaylar sargılar birbirine temas etmeyecek şekilde yüklenmelidir. Yayın serbest boyu L_0 ve F_1 etkisinde kısalmış boyu L_1 olup diğer geometrik boyutlar şekilde gösterilmiştir.

a) Mukavemet hesabı

Helisel yay eksenel doğrultuda etki eden F basma kuvveti etkisinde yay telinin herhangi bir kesitinde oluşan kuvvet ve burulma momenti Şekil-10.22'de gösterilmiştir. F kuvveti etkisinde sargılar birbirine yaklaşımaya ve α helis açısı küçülmeye çalışır. Böylece herhangi bir noktada tel kesiti burulmaya zorlanır. Ayrıca F eksenel kuvvetinin düşey ve yatay bileşenleri sırasıyla $F \cos \alpha$ ve $F \sin \alpha$ olup ek zorlanmalar doğururlar ($F \cos \alpha$ bileşeni kesme, $F \sin \alpha$ D/2 eğilme ve $F \sin \alpha$ bası gerilmeleri). Ancak helis açısı α küçük olduğundan $\sin \alpha \approx 0$ ve $\cos \alpha \approx 1$ alınarak sadece burulma ve kesme zorlanmaları dikkate alınmaktadır.



Şekil-10.22 Silindirik helisel yayın zorlanması [1, 2]

F kuvvetinin doğurduğu burulma momenti $M_b=FD/2$ olup yay tel kesitinde doğurduğu kayma gerilmesi

$$\tau_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{FD/2}{\pi d^3/16} = \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (10.44)$$

şeklinde hesaplanır. Kesme etkisinde ortaya çıkan kesme veya kayma gerilmesi ise

$$\tau_k = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} \quad (10.45)$$

şeklinde dir. Yayın düz bir çubuk olarak düşünülmesi halinde yay kesitinde oluşan toplam gerilme

$$\tau = \tau_{\max} = \tau_b + \tau_k$$

$$\text{veya } \tau = \frac{8FD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{1}{2D/d} \right) \quad (10.46)$$

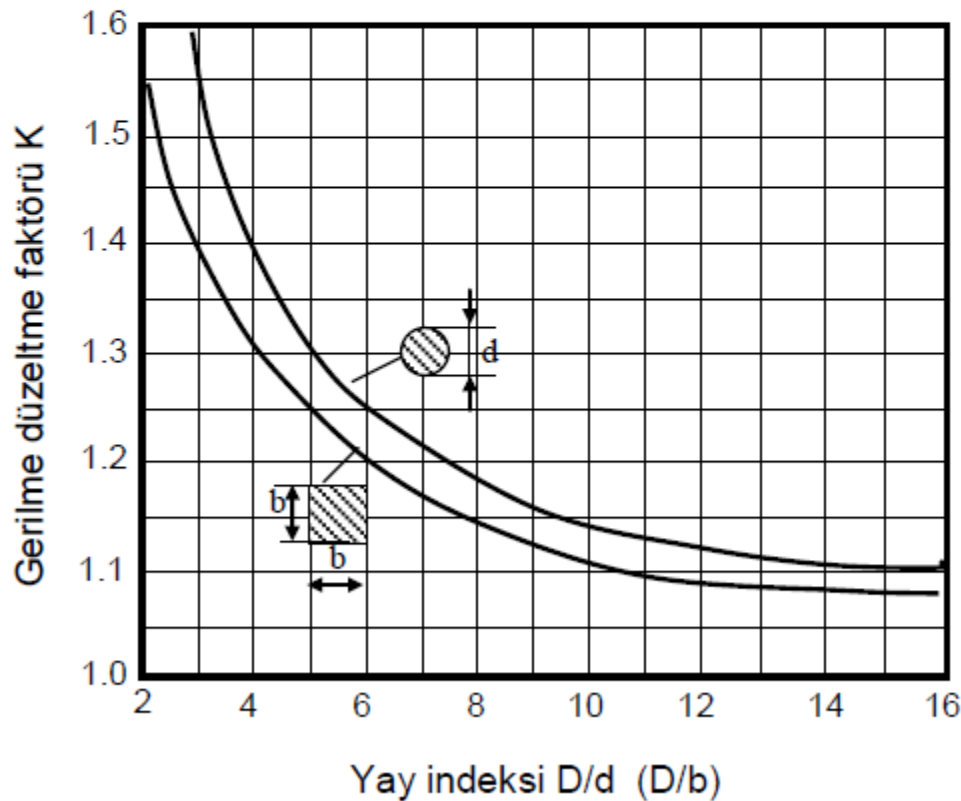
bulunur. Burada $C=D/d$ **yay indeksi** olarak tanımlanır. Şekil-10.22c tel kesitindeki toplam kayma gerilmesini göstermektedir. Yayın helisel yapısı nedeniyle tel kesitinde gerilme dağılımı düzgün değildir (d). Başka bir ifadeyle yayın iç kısmındaki gerilmeler dış taraftakinden daha büyük olmaktadır. Çentik etkisi şeklinde değerlendirilen bu gerilme artışı ve τ_k kesme gerilmesini dikkate alan bir K düzeltme faktörü (Wahl faktörü) kullanılarak yay kesitinin iç kısmında meydana gelen gerilmeler

$$\tau = K \frac{8FD}{\pi d^3} = K \frac{8FC}{\pi d^2} \leq \tau_{em} \quad (10.47)$$

şartını sağlamalıdır. Wahl faktörü

$$K = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0.615}{C} \quad (10.48)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir. Doğrudan kesme gerilmesi ve tel eğriliğini dikkate alan gerilme düzeltme faktörü K yay indeksine ($C=D/d$) bağlı olarak Şekil-10.23'te verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi C arttıkça K değeri azalmakta olup $C=6\dots10$ arasındaki değerler tavsiye edilmektedir. $C<4$ alınması uygun görülmemektedir.



Şekil-10.23 Gerilme düzeltme faktörü (Wahl faktörü) [5]

Yayın emniyetle taşıyacağı kuvvet (10.47) eşitliğinden

$$F_{\max} = \frac{1}{K} \frac{\pi d^3}{8D} \tau_{em} = \frac{1}{K} \frac{\pi d^2}{8C} \tau_{em} \quad (10.49)$$

şeklinde belirlenebilir. Ayrıca gerekli yay teli çapı da

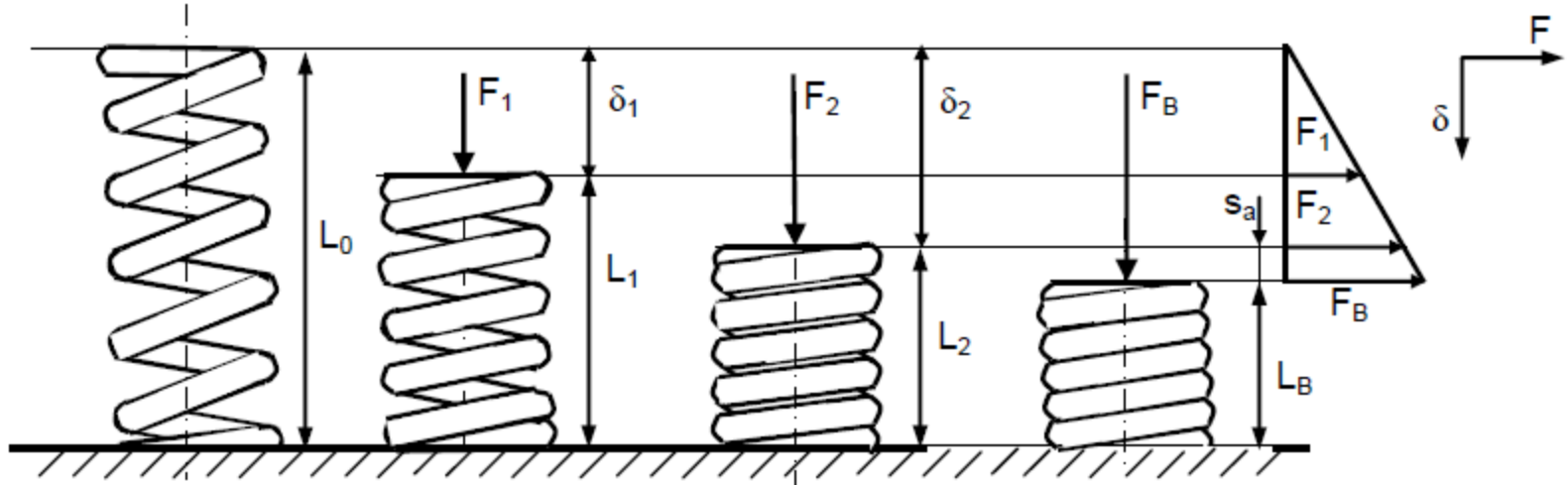
$$d = \sqrt[3]{8KFD/(\pi\tau_{em})} \quad (10.50)$$

eşitliğinden hesaplanabilir.

b) Şekil değiştirme hesabı

Helisel yay F baskı kuvveti etkisinde eksenel doğrultuda sıkışarak boy değişimine uğrayacaktır (Şekil-10.24). Boyca kısalma yayın helisel yönden burulması ile gerçekleşecektir.

Yayın farklı baskı kuvvetleri etkisinde sıkışma miktarları $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ şeklinde olup normal koşullarda yay sargılarının birbirine temas etmesi istenmez. Başka bir ifadeyle hiçbir zaman yay bir blok haline gelmemelidir. Şekilde yayın bu durumdaki boyu L_B (blokaj uzunluğu) olarak gösterilmiştir. Maksimum kuvvet etkisinde yaylanma sonrası yay sargıları arasındaki toplam boşluk (aralık) ise s_a olarak değerlendirilmiştir.



Şekil-10.24 Silindirik helisel yayda şekil değişimi

Yay şekil değişimi hesabı için Şekil-10.25'teki model esas alınabilir. Yay bir ucundan ankastre, burulmaya çalışan bir çubuk gibi düşünülmektedir. ΔL uzunluğunda her yay elemanı $M_b = FD/2$ burulma momenti etkisinde

$$\theta = \frac{M_b \Delta L}{GI_p} \quad (10.51)$$

açısı kadar dönmektedir. Yay toplam uzunluğu $\sum \Delta L = \pi D i$ alınarak açısal şekil değişimi

$$\theta = \frac{\pi D^2 F i}{2GI_p} \quad (10.52)$$

şeklinde hesaplanabilir. Yayın eksenel doğrultuda toplam şekil değiştirmesi (basılması) ise

$$\delta = \theta \frac{D}{2} = \frac{8FD^3i}{Gd^4} = \frac{8FC^3i}{Gd} \quad (10.53)$$

bulunur. Burada i tel etkin sarım sayısı, $I_p = \pi d^4/32$ polar atalet momenti, G yay malzemesi kayma modülüdür.

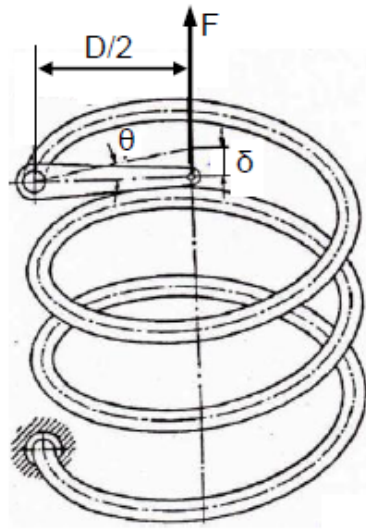
Yay rijitliği

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{Gd^4}{8D^3i} = \frac{Gd}{8C^3} \quad (10.54)$$

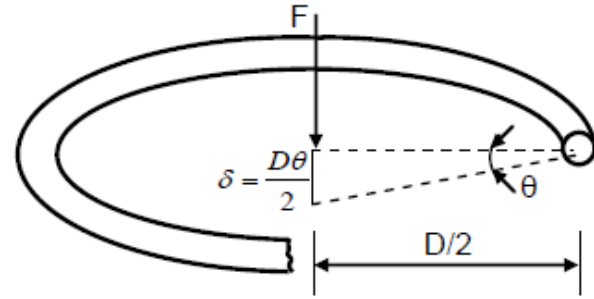
şeklinde elde edilir. Müsaade edilen maksimum yay kısalması ise

$$\delta_{\max} = \frac{\pi D^2i}{KGd} \tau_{em} = \frac{\pi C^2id}{KG} \tau_{em} \quad (10.55)$$

olur. Bu ifadelerdeki i yayın etkili sargı sayısı olup (yük altında yaylanan sargı sayısı) yayın toplam sargı sayısından (i_{top}) farklıdır.



(a)



θ: Bir sargıdaki açısal yer değiştirme

(b)

Şekil-10.25 Silindirik helisel yayda burulma deformasyonu [4,7]

Yay şekil değişimi enerji metodu uygulanarak da bulunabilir. Burulma halinde şekil değiştirme enerjisi

$$U = \frac{M_b^2 L}{2GI_p} \quad (10.56)$$

olup $M_b = FD/2$, $L = \pi Di$ ve $I_p = \pi d^4/32$ ile

$$U = \frac{4F^2 D^3 i}{d^4 G} \quad (10.57)$$

şeklını alır. Yay basılması veya çökme

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 i}{Gd^4} \quad (10.58)$$

bulunur.