

Boolean Kuralları ve Lojik ifadelerin Sadalaştırılması

İkili sistemlerde geçerli olan işlemsel kurallardır.

Temel Özellikler:

Toplamada Etkisiz Eleman:

$$A + 0 = A$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 0 = 0$$

Çarpımda Etkisiz Eleman:

$$A \cdot 1 = A$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

Toplamada Birin Eleman

$$A+1=1$$

$$0+1=1$$

$$1+1=1$$

Çarpmada Yutan Eleman

$$A \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 0 = 0$$

Ters Eleman

$$A=0 \Rightarrow A'=1 \quad ; \quad A=1 \Rightarrow A'=0$$

$$(A')' = A$$

Toplama ve Çarpma İfadeleri

$$A + A' = I$$

$$A \cdot A' = O$$

$$A + A = A$$

$$A \cdot A = A$$

Sabit Kuvvetlilik:

$$A + A + \dots + A = A \quad ; \quad A \cdot A \cdot \dots \cdot A = A$$

Değişim Kuralı

$$A + B = B + A \quad ; \quad A \cdot B = B \cdot A$$

Birleşme Kuralı

$$(A+B)+C = A+(B+C) \quad ; \quad (A.B).C = A.(B.C)$$

Dağılım Kuralı

$$A.(B+C) = A.B + A.C \quad ; \quad (A+B).(A+C) = A + B.C$$

Yutma Kuralı

$$A + A.B = A \quad ; \quad A.(A+B) = A$$

Basitleştirme Kuralı

$$A + A'.B = A + B \quad ; \quad A(A'+B) = A.B$$

De Morgan Yasası

$$\overline{(A \cdot B)} = A' + B'$$

$$\overline{(A + B)} = A' \cdot B'$$

Boolean Kurallarını Kullanarak Sadeleştirme

$$\begin{aligned} \text{Örnek: } (A+B) \cdot (A+C) &= \underbrace{A \cdot A}_{A} + A \cdot C + BA + BC \\ &= A(1+B+C) + BC \\ &= A + BC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Örnek - } F &= A'B + \underbrace{A + AB}_A \\ &= A + A'B \\ &= A + B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Örnek: } & \underbrace{A'B'C' + A'B'C} + \underbrace{ABC' + AB'C} \\
 & = A'B'(C' + C) + AC'(B + B') \\
 & = A'B' + AC'
 \end{aligned}$$

Doğruluk Tablosu

A	B	$f = A+B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	$A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2 değişken var

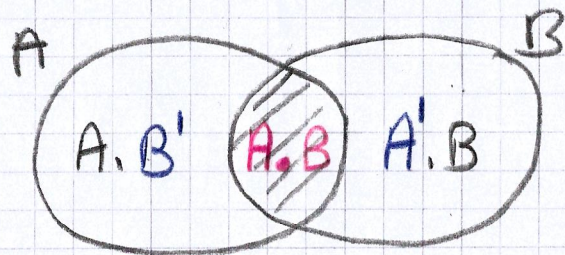
$$2^{(\text{değişken sayısı})} = 2^2 = 4$$

ihtimal vardır.

Örnek: $\overline{A+B} = A' \cdot B'$ -yi gösterelim

A	B	A'	B'	A+B	$\overline{A+B}$	A' · B'
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0

Venn Diyagramı



$$A B' + A B = A$$

$$A' B + A B = B$$

Temel Açılımlar ve Standart ifadeler

Değişken			mintermler		maxtermler	
A	B	C	Terim	isim	Terim	isim
0	0	0	$A'.B'.C'$	m_0	$A+B+C$	m_0
0	0	1	$A'.B'.C$	m_1	$A+B+C'$	m_1
0	1	0	$A'.B.C'$	m_2	$A+B'+C$	m_2
0	1	1	$A'.B.C$	m_3	$A+B'+C'$	m_3
1	0	0	$A.B'.C'$	m_4	$A'+B+C$	m_4
1	0	1	$A.B'.C$	m_5	$A'+B+C'$	m_5
1	1	0	$A.B.C'$	m_6	$A'+B'+C$	m_6
1	1	1	$A.B.C$	m_7	$A'+B'+C'$	m_7

Minterm: A, B, C girişlerinin 1 sonucunu veren ifadeleri

Maxterm: A, B, C girişlerinin 0 sonucunu veren ifadeleri

Örnek: f_1 ve f_2 fonksiyonlarını minterm formu ile tanımlayalım

	A	B	C	f_1	f_2
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0
2	0	1	0	0	0
3	0	1	1	0	1
4	1	0	0	1	0
5	1	0	1	0	1
6	1	1	0	0	1
7	1	1	1	1	1

$$f_1 = m_1 + m_4 + m_7 = A'B'C + AB'C + ABC \Rightarrow f_1(A, B, C) = \Sigma(1, 4, 7)$$

$$f_2 = m_3 + m_5 + m_6 + m_7 = A'BC + AB'C + ABC' + ABC = f_2(A, B, C) = \Sigma(3, 5, 6, 7)$$

Toplam ve Çarpım İfadelerinin Üretilmesi

Örnek: $f = A + B'C$

	A	B	C	$f(A,B,C)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

$$f(A,B,C) = m_1 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$$

$$= A'B'C + AB'C' + AB'C + ABC' + ABC$$

$$f(A,B,C) = \sum(1, 4, 5, 6, 7)$$

Çarpımların
toplamı

$$f'(A,B,C) = m_0 + m_2 + m_3$$

$$[f'(A,B,C)]' = f(A,B,C) = m_0 \cdot m_2 \cdot m_3$$

$$= \prod(0, 2, 3) \quad (\text{maxterm})$$

toplamların çarpımı

Lojik İşlemler

2 değişken için bazı fonksiyon listesi
şöyledir.

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = x \cdot y$$

$$F_2 = x \cdot y'$$

$$F_3 = x$$

$$F_4 = x' \cdot y$$

$$F_5 = y$$

$$F_6 = xy' + x'y$$

$$F_7 = x + y$$

$$F_8 = x + y$$

$$F_9 = x \cdot y + x' \cdot y'$$

$$F_{10} = y'$$

$$F_{11} = x + y'$$

$$F_{12} = x'$$

$$F_{13} = x' + y$$

$$F_{14} = x \cdot y$$

$$F_{15} = 1$$