Isomorphisms & Automorphism (Mesleki Yabancı Dil II)

Definition: Let G be a group with respect to $\odot$, and let G' be a group with respect to $\boxdot$. A mapping $\phi: G \to G'$ is an isomorphism from G to G' if

1. ϕ is a one-to-one correspondence from G to G'
2. $\phi(x \odot y) = \phi(x) \boxdot \phi(y)$ for all x and y in G.

If an isomorphism from G to G' exists, we say that G is isomorphic to G', and we use the notation $G \cong G'$ as shorthand for this phrase (ifade). An isomorphism from a group G to G itself is called an automorphism of G

İzomorfizma - Otomorfizma

Tanım: G, $\odot$ ye göre bir grup ve G', $\boxdot$ ye göre bir grup olsun. Eğer

1. ϕ G den G' ye bir birebir eşleme,
2. G deki her x ve y için $\phi(x \odot y) = \phi(x) \boxdot \phi(y)$

ise G den G' ye bir $\phi: G \to G'$ dönüşümü bir izomorfizmadır.

Eğer G den G' ye bir izomorfizma mevcut ise G, G' ye izomorftur deriz ve bu ifade için kısaca $G \cong G'$ yazımını kullanırız. Bir G grubundan G nin kendisine bir izomorfizmaya G nin bir otomorfizması denir.

The notation $\cong$ in Definition is not standardized. The notations $\simeq$, $\underset{\sim}{\simeq}$ and $\approx$ are used for the same purpose in some other texts.

Tanımdaki $\cong$ yazımı standart değildir. $\simeq$, $\underset{\sim}{\simeq}$ ve $\approx$ yazımları bazı diğer kitaplarda aynı amaç için kullanılır.

Because an isomorphism preserves the group operation between two groups, it is not suprising that the identity elements always correspond under an isomorphism and that inverses are mapped onto inverses. These results are stated more precisely in the next theorem.

Bir izomorfizma iki grup arasındaki grup işlemini koruduğu için birim elemanların izomorfizma altında daimen eşlenmesi ve terslerin terslere dönüşmesi şaşırtıcı değildir. Bu sonuçlar takip eden teoremde daha kesin olarak ifade edilmiştir.

Theorem (Images of identities and inverses): Suppose ϕ is an isomorphism from the group G to the group G'. If e denotes the identity in G and e' denotes the identity in G', then $\phi(e)=e'$ and $\phi(x^{-1})=(\phi(x))^{-1}$ for all x in G.

Teorem (Birimlerin ve terslerin görüntüleri): ϕ nin G grubundan G' grubuna bir izomorfizma olduğunu kabul edelim. Eğer e, G nin birimini ve e', G'nün birimini gösteriyorsa o zaman $\phi(e)=e'$ ve G deki her x için $\phi(x^{-1})=[\phi(x)]^{-1}$ olur.

The concept (kavram) of isomorphism introduces the relation of being isomorphic on a collection $\mathcal{G}$ of groups. This relation is an equivalence relation, as the following statement shows.

İzomorfizma kavramı grupların bir $\mathcal{G}$ ailesi üzerinde izomorfik olma bağıntısını takdim eder. Bu bağıntı aşağıdaki ifadenin gösterdiği üzere bir denklik bağıntısıdır.

1. Any group G in the collection $\mathcal{G}$ is isomorphic to itself. The identity mapping I_G is an automorphism of G.

1. $\mathcal{G}$ ailesindeki herhangi bir G grubu kendisine izomorftur. I_G özdeşlik dönüşümü G nin bir otomorfizmasıdır.

2. If G and G' are in $\mathcal{G}$ and G is isomorphic to G', then G' is isomorphic to G. In fact, if ϕ is an isomorphism from G to G', then ϕ^{-1} is an isomorphism from G' to G.

2. Eğer G ve G', $\mathcal{G}$ de ve G, G' ne izomorf ise o zaman G', G ye izomorftur. Aslında, ϕ, G den G' ne bir izomorfizma ise o zaman ϕ^{-1}, G' den G ye bir izomorfizmadır.

3. Suppose G_1, G_2 and G_3 are in $\mathcal{G}$. If G_1 is isomorphic to G_2 and G_2 is isomorphic to G_3, then G_1 is isomorphic to G_3. It is left as an exercise to show that if ϕ_1 is an isomorphism from G_1 to G_2 and ϕ_2 is an isomorphism from G_2 to G_3, then $\phi_2\phi_1$ is an isomorphism from G_1 to G_3.

3. G_1, G_2 ve G_3 ün $\mathcal{G}$ de olduğunu kabul edelim. Eğer G_1, G_2 ye izomorf ve G_2, G_3 e izomorf ise o zaman G_1, G_3 e izomorftur. Eğer ϕ_1, G_1 den G_2 ye bir izomorfizma ve ϕ_2, G_2 den G_3 e bir izomorfizma ise o zaman $\phi_2\phi_1$ nın G_1 den G_3 bir izomorfizma olduğunu göstermek alıştırma olarak bırakılmıştır.