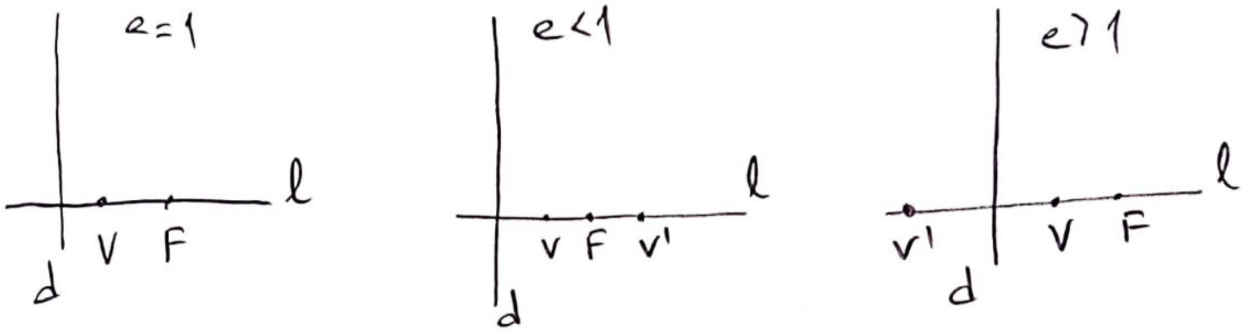


Fig. 4.4

Eğer $e=1$ ise o zaman $e=\frac{s-1}{s}$ eşitliğini sağlayan $s<0$ veya $s>1$ yoktur. Sonuç olarak eğer $e=1$ ise o zaman konik [GF] parçası üzerinde bir tek V köşesine sahip olur. Bununla birlikte $e\neq 1$ ise o zaman $s=\frac{1}{1-e}$; $e=\frac{s-1}{s}$ eşitliğini sağlar ve

$$V' = \frac{\vec{F}-e\vec{G}}{1-e} \quad \dots \quad (4.1.4)$$

ile verilen V' noktası koniğin [GF] parçası dışındaki bir köşesidir. G ve F noktalarına göre köşelerin konumu tamamen dışmerkezlik e tarafından belirlenir (Şekil 4.4 e bakınız).

A conic with eccentricity $e=1$ is called a parabola. If $e<1$ the conic is called an ellipse, and if $e>1$, the conic is called a hyperbola.

We have proved above the following theorem.

Theorem 4.1.2: A parabola has one vertex, an ellipse and a hyperbola have two vertices.

Dış merkezliği $e=1$ olan koniğe bir parabol denir. Eğer $e<1$ ise koniğe bir elips denir ve eğer $e>1$ ise koniğe bir hiperbol denir.

Yukarıda aşağıdaki teoremi ispatladık.

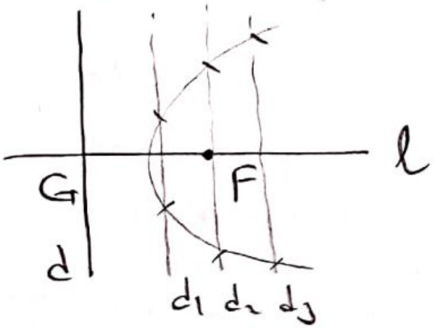
Teorem 4.1.2: Bir parabolün bir köşesi vardır, bir elips ve bir hiperbolün iki köşesi vardır.

This theorem shows that compared with the parabola, the ellipse and the hyperbola have some similarities. For instace, they have two vertices while a parabola has only one vertex. If V and V' are the vertices of an ellipse or an hyperbola then the midpoint C of the segment [VV'] is called the center of the conic. Since this concept is defined for the ellipse and the hyperbola but not for the parabola, the ellipse and the hyperbola are called central conics. We will study central conics in section 3.

Bu teorem parabol ile karşılaştırıldığında elips ve hiperbolün bazı benzerliklere sahip olduğunu gösterir. Örneğin, parabol sadece bir köşeye sahip iken onlar iki köşeye sahiptir. Eğer V ve V' bir elips veya hiperbolün köşeleri ise o zaman [VV'] parçasının C orta noktasına koniğin merkezi denir. Bu kavram elips ve hiperbol için tanımlanıp parabol için tanımlanmadığından elips ve hiperbole merkezil konikler denir. Merkezil konikleri bölüm 3 te çalışacağız.

The graph of a conic section with focus F, directrix d, and eccentricity e can be obtained as follows. Sketch lightly a line d_1 parallel to d; it intersects the axis of the conic at D_1. Set a compass equal to the distance $e|D_1G|$. From F, swing arcs which intersects d_1. The points you obtain are on the conic with focus F, directrix d and eccentricity e. Repeating this process we get more points on the conic, and by joining this points we obtain the graph. The following figures illustrates this method.

F odaklı, d doğrultmanlı ve e dışmerkezlikli bir konik kesitinin grafiği aşağıdaki gibi elde edilebilir. d doğrusuna paralel bir d_1 doğrusunu bastırmadan çiziniz; koniğin eksenini keser, D_1 diyelim. Bir pergelin uzunluğunu $e|D_1G|$ ye ayarlayın. F den d_1 i kesen yaylar çizin. Elde ettiğiniz noktalar F odaklı, d doğrultmanlı ve e dışmerkezlikli koniğin üzerindedir. Bu işlemi tekrarlayarak konik üzerinde daha fazla nokta elde ederiz ve bu noktaları birleştirerek grafiği elde ederiz. Aşağıdaki şekiller bu yöntemi resimlendirmektedir.



$(e=1)$

Example 4.1.3: Find an equation, in coordinate form, and sketch the graph of the conic section with focus $F(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$, directrix $d=\{(x,y): x+y=0\}$, and eccentricity $e=\frac{1}{2}$.

Örnek 4.1.3: Odağı $F(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$, doğrultmanı $d=\{(x,y): x+y=0\}$ ve dışmerkezliği $e=\frac{1}{2}$ olan koniğin koordinat formda bir denklemini bulunuz ve grafiğini çiziniz.

Solution: Since $e=\frac{1}{2}<1$, the conic is an ellipse. A point $P(x,y)$ is on the ellipse if and only if $|PF|=e|Pd|$. We have

$$|PF|=\sqrt{(x-\tfrac{3}{2})^2+(y-\tfrac{3}{2})^2},\quad |Pd|=\frac{|x+y|}{\sqrt{2}}.$$

Hence, $|PF|=e|Pd|$ means

$$7x^2-2xy+7y^2-24x-24y+36=0.$$