in (a,b) such that $f'(c)=0$.

Teorem 1 (Rolle Teoremi): f fonksiyonu $[a,b]$ kapalı aralığında sürekli, (a,b) açık aralığında yani I nın her iç noktasında türevlenebilir olsun. Ayrıca $f(a)=f(b)=k$ olduğunu kabul edelim. O zaman (a,b) içinde $f'(c)=0$ olacak şekilde bir c noktası vardır.

Proof: By the extreme value theorem (see page 99) f has both a maximum M and a minimum m on I. Clearly $m \leq k \leq M$, since k is a value taken by f on I. If $m=k=M$, then f reduces to the constant function $f(x) \equiv k$, whose derivative equals 0 at every point of (a,b), and the theorem is proved.

İspat: Ekstremum değer teoremine göre (sayfa 99 a bakınız) f in I üzerinde hem M maksimumu hem de m minimumu vardır. k, f tarafından I üzerinde alınan bir değer olduğu için açık olarak $m \leq k \leq M$ dir. Eğer $m=k=M$ ise o zaman f (a,b) nin her noktasında türevi sıfıra eşit olan $f(x) \equiv k$ sabit fonksiyonuna dönüşür ve teorem ispatlanmış olur.

Otherwise, we have either $m<k$ or $k<M$ (or both) but in any event f takes at least one of its
her halükarda
extreme values at an interior point of I, that is, at some point c in (a,b). By hypothesis, the derivative

$$f'(c) = \lim_{x \to c} \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$$

exists at c. Also, this limit has the same value $f'(c)$ both as $x \to c^+$ and as $x \to c^-$.

Scanned with CamScanner

Aksi halde ya $m<k$ veya $k<M$ (veya ikisi birden) olur ama her hâlükarda f en az bir ekstremum değerini I nın bir uç noktasında yani (a,b) içinde bir c noktasında alır. Hipotezden

$$f'(c) = \lim_{x\to c} \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$$

türevi c de mevcuttur. Ayrıca, bu limit $x\to c^+$ ve $x\to c^-$ iken aynı $f'(c)$ değerine sahiptir.

Suppose that $f(c)=m$, so that $f(c)\leq f(x)$, or equivalently $f(x)-f(c)\geq 0$, for all x in I. Then the difference quotient

$$\frac{f(x)-f(c)}{x-c} \qquad (4)$$

is nonnegative for $x>c$ $(x-c>0)$ and nonpositive for $x<c$ $(x-c<0)$. Hence the limit of the quotient (4) as $x\to c^+$ cannot be negative and similarly the limit of (4) as $x\to c^-$ cannot be positive. It follows that $f'(c)$ can be neither positive nor negative. The only remaining possibility (ihtimal) is $f'(c)=0$. The case where $f(c)=M$ is treated (irdele-) in virtually (hemen hemen) the same way.

$\square$

$f(c)=m$ olduğunu kabul edelim, dolayısıyla I daki her x için $f(c)\leq f(x)$ veya denk olarak $f(x)-f(c)\geq 0$ olur. O zaman

$$\frac{f(x)-f(c)}{x-c} \qquad (4)$$

fark oranı $x>c$ $(x-c>0)$ için negatif değil ve $x<c$ $(x-c<0)$ için pozitif değildir. Böylece (4) oranının limiti $x\to c^+$ iken negatif olamaz ve