benzer şekilde $x \to c^-$ iken (4) ün limiti pozitif olamaz. Buradan $f'(c)$ ne pozitif ne de negatif olamaz. Geriye kalan tek ihtimal $f'(c)=0$ dır. $f(c)=M$ durumu hemen hemen aynı yolla irdelenebilir.

Example 1: The function $f(x)=\sqrt{x(4-x)}$, graphed in Figure 3, is defined only on the closed interval $[0,4]$, since the expression under the radical (kök işareti) sign become negative outside this interval. Since f is not defined in a full neighborhood of the endpoint $x=0$ or $x=4$, it is not differentiable at either point. In fact even the one sided derivatives $f'_+(0)$ and $f'_-(4)$ fail to exist (why?). However, f is continuous from the right at $x=0$ and from the left at $x=4$, and has the derivative

$$f'(x)=\frac{2-x}{\sqrt{x(4-x)}} \qquad (5)$$

at every interior point of $[0,4]$, so that f is continuous on the open interval $(0,4)$.

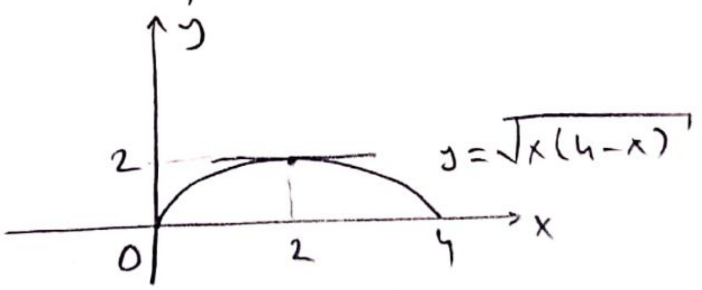

Figure 3.

Örnek 1: Şekil 3 te grafiği verilen $f(x)=\sqrt{x(4-x)}$ fonksiyonu $[0,4]$ aralığının dışında kökün içi negatif olduğundan sadece $[0,4]$ kapalı aralığı üzerinde tanımlıdır. f $x=0$ veya $x=4$ ün tam bir komşuluğunda tanımlı olmadığından her iki noktada türevlenebilir değildir. Aslında, $f'_+(0)$ ve $f'_-(4)$ tek taraflı türevleri bile mevcut değildir (Neden?). Bununla birlikte f $x=0$ da sağdan ve $x=4$ te soldan süreklidir ve $[0,4]$ ün her iç noktasında $f'(x)=\frac{2-x}{\sqrt{x(4-x)}}$ türevine sahiptir, dolayısıyla, f $[0,4]$ kapalı aralığı üzerinde sürekli ve $(0,4)$ açık aralığı üzerinde türevlenebilirdir.

Moreover, f takes the same value at 0 at the endpoints $x=0$ and $x=4$. Therefore, by Rolle's theorem, the derivative f' must equal 0 at a point between $x=0$ and $x=4$. It does, at $x=2$, as is apparent both from (5) and the graph of f, which is actually a semicircle of radius 2 with its center at $(2,0)$.

Dahası, f aynı 0 değerini $x=0$ ve $x=4$ uç noktalarında alır. Böylece, Rolle teoreminden f' türevi $x=0$ ve $x=4$ arasında bir noktada 0 a eşit olmalıdır. Hem (5) den hem de aslında merkezi $(2,0)$ da olan 2 yarıçaplı yarıçember olan f in grafiğinden $x=2$ de öyle olduğu açıktır.

Definition of a local extrema: Given a function f and a number c, which can be regarded as a point on the real line, suppose $f(c) \geq f(x)$ for all x sufficiently close to c, that is, for all x in some neighborhood of c (it is assumed that f is defined at every point of this neighborhood.