Theorem 7 (Monotonicity Test): Let f be continuous on an interval I, and suppose the derivative f' exists and has the same sign at every interior point of I. Then

i) f is increasing on I if f' is positive at every interior point of I.

ii) (decreasing) (negative)

Teorem 7 (Monotonluk Testi): f bir I aralığı üzerinde sürekli olsun ve f' türevinin mevcut ve I nın her iç noktasında aynı işarete sahip olduğunu kabul edelim. O zaman eğer I nın her iç noktasında f' pozitif (negatif) ise f I üzerinde artan (azalan) dır.

Proof: Suppose f' is positive at every interior point of I, and let a and b be any two points of I such that $a<b$. Then by the mean value teorem

$$f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)$$

for some point c between a and b. Clearly c is an interior point of I, so that $f'(c)>0$. Therefore $f(b)-f(a)$ is also positive. In other words, $f(a)<f(b)$ for every pair of points a and b in I such that $a<b$. Thus f is increasing on I, and part (i) is proved. The proof of (ii) is virtually the same, and is left as an exercise. ∎

hemen hemen

İspat: f' nün I nın her iç noktasında pozitif olduğunu kabul edelim ve a ve b I nın $a<b$ olacak şekilde keyfi iki noktası olsun. O zaman ortalama değer teoreminden, a ve b arasındaki bir c noktası için

$$f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)$$

dır. c nin I nın bir iç noktası olduğu açıktır, dolayoluyla $f'(c) > 0$ dır. Sonuç olarak $f(b) - f(a)$ da pozitiftir. Diğer bir ifadeyle I daki $a < b$ olacak şekildeki her a ve b nokta çifti için $f(a) < f(b)$ dir. Böylece f I üzerinde artandır ve (i) kısmı ispatlanmıştır. (ii) nin ispatı hemen hemen aynıdır ve alıştırma olarak bırakılmıştır. ∎

Theorem 8 (First derivative test for a local extremum): Let c be a critical point of f and suppose the derivative f' changes sign at c, that is, suppose f' has one sign on an interval (a,c) to the left of c and the opposite sign on an interval (c,b) to the right of c. Then f has a local extremum at c. The extremum is a minimum if f' changes sign from minus to plus, and a maximum if f' changes sign from plus to minus.

Teorem 8 (Yerel ekstremum için birinci türev testi): c f in bir kritik noktası olsun ve f' türevinin c de işaret değiştirdiğini kabul edelim yani f' nün c nin solundaki bir (a,c) aralığı üzerinde bir işarete sahip ve c nin sağındaki bir (c,b) aralığı üzerinde zıt işarete sahip olduğunu kabul edelim. O zaman f c de bir yerel ekstremuma sahiptir. Ekstremum eğer f' eksiden artıya işaret değiştiriyorsa bir minimum, ve eğer f' artıdan eksiye işaret değiştiriyorsa bir maksimumdur.