The fundamental idea behind isomorphism is this: Groups that are isomorphic have the same structure relative to their respective group operations. They are algebraically the same, altough details such as the appereance of the elements or the rule defining the operation may vary.

İzomorfizmanın ardındaki temel fikir şudur: İzomorfik gruplar kendi grup işlemlerine göre aynı yapıya sahiptir. Elemanların görünümü veya işlemi tanımlayan kural gibi ayrıntılar farklı olabilmesine rağmen cebirsel olarak aynıdırlar.

We see that any two cyclic groups of order 4 are isomorphic. Infact, any two cyclic groups of the same order are isomorphic.

Mertebesi 4 olan herhangi iki devirli grubun izomorf olduğunu görürüz. Aslında, mertebesi aynı olan herhangi iki devirli grup izomorftur.

The elements of two isomorphic groups and their group operations may be quite different from each other.

İki izomorf grubun elemanları ve grup işlemleri birbirinde oldukça farklı olabilir.

Homomorphism - Epimorphism

Definition: Let G be a group with respect to $\odot$ and let G' be a group with respect to $\boxdot$. A homomorphism from G to G' is a mapping $\phi: G \to G'$ such that $\phi(x \odot y) = \phi(x) \boxdot \phi(y)$ for all x and y in G. If ϕ is a homomorphism from G to G' that is onto, ϕ is called an epimorphism.

Homomorfizma - Epimorfizma

Tanım: G, $\odot$ ye göre bir grup ve G', $\boxdot$ ye göre bir grup olsun. G den G' ye bir homomorfizma G deki her x ve y için $\phi(x \odot y) = \phi(x) \boxdot \phi(y)$ olacak şekilde bir $\phi: G \to G'$ dönüşümüdür. Eğer ϕ, G den G'ye örten bir homomorfizma ise ϕ ye bir epimorfizma denir.

We drop the special symbols $\odot$ and $\boxdot$ and simply write $\phi(xy) = \phi(x)\phi(y)$ for the given condition.

As already noted, a homomorphism ϕ from G to G' need not be one-to-one or onto. If ϕ is both then ϕ is an isomorphism.

Our first example of a homomorphism has a natural connection with our work in Chapter 2.

$\odot$ ve $\boxdot$ özel sembolleri yerine verilen koşul için basitçe $\phi(xy) = \phi(x)\phi(y)$ yazarız.

Not edildiği üzere, G den G'ye bir homomorfizmanın birebir ve örten olması gerekmez. Eğer ϕ her ikisi ise o zaman ϕ bir izomorfizmadır.

Scanned with CamScanner

Homomorfizma için ilk örneğimiz Bölüm 2 deki çalışmamız ile doğal bir bağlantıya sahiptir.

Example 1: For a fixed integer $n>1$, consider the mapping ϕ from the additive group $\mathbb{Z}$ to the additive group $\mathbb{Z}_n$ defined by $\phi(x)=[x]$, where $[x]$ is the congruence class in $\mathbb{Z}_n$ that contains x. Using the properties of addition in $\mathbb{Z}_n$, it follows that $\phi(x+y)=[x+y]=[x]+[y]=\phi(x)+\phi(y)$. Thus, ϕ is a homomorphism. It follows from the definition of $\mathbb{Z}_n$ that ϕ is onto, so ϕ is in fact an epimorphism from $\mathbb{Z}$ to $\mathbb{Z}_n$.

Örnek 1: Sabit bir $n>1$ tamsayısı için toplamsal $[x]$; $\mathbb{Z}_n$ de x i içeren denklik sınıfı $\mathbb{Z}$ grubundan olmak üzere toplamsal $\mathbb{Z}_n$ grubuna $\phi(x)=[x]$ ile tanımlanan ϕ dönüşümünü ele alalım. $\mathbb{Z}_n$ de toplamanın özellikleri kullanılırak $\phi(x+y)=\ldots=\phi(x)+\phi(y)$ bulunur. Böylece, ϕ bir homomorfizmadır. $\mathbb{Z}_n$ nin tanımından ϕ örtendir, dolayısıyla aslında ϕ $\mathbb{Z}$ dan $\mathbb{Z}_n$ e bir epimorfizmadır.

Example 2: For two arbitrary groups G and G', let e' denote the identity element in G' and define $\phi: G \to G'$ by $\phi(x)=e'$ for all x in G. Then
$\phi(x)\phi(y)=e'e'=e'=\phi(xy)$ and ϕ is a homomorphism from G to G'.

Örnek 2: Herhangi iki G ve G' grubu için e', G'deki birim elemanı göstersin ve G deki her x için
$\phi: G \to G'$, $\phi(x)=e'$ ile tanımlansın. O zaman,
$\phi(x)\phi(y)=e'e'=e'=\phi(xy)$ ve ϕ, G den G'ye bir homo-