morfizma dır.

The two previous examples show that, unlike the situation with isomorphisms, the existence of a homomorphism from G to G' doesn't imply that G and G' have the same structure. However, we shall see that the existence of a homomorphism can reveal important and interesting information relating their structures. As with isomorphisms, we say that a homomorphism preserves the group operation. Two simple consequences of this condition are that identities must correspond and inverses must be mapped onto inverses. This is stated in our next theorem.

Önceki iki örnek gösteriyor ki izomorfizma durumundakinin aksine G den G' ye bir homomorfizmanın varlığı G ve G'nün aynı yapıya sahip olmasını gerektirmez. Bununla birlikte, bir homomorfizmanın varlığının onların yapıları hakkında önemli ve ilgi çekici bilgi açığa çıkarabileceğini göreceğiz. İzomorfizmada olduğu gibi bir homomorfizma grup işlemini korur deriz. Bu koşulun iki basit sonucu ise birimler birbirine karşılık gelmeli ve tersler tersler üzerine eşlenmelidir. Bu bizim takip eden teoremimizde ifade edilmiştir.

Theorem: Let ϕ be a homomorphism from the group G to G'. If e denotes the identity in G and e' denotes the identity in G', then

$$\phi(e)=e' \quad \text{and} \quad \phi(x^{-1})=[\phi(x)]^{-1} \text{ for all } x \text{ in } G.$$

Teorem: ϕ, G grubundan G'ne bir homomorfizma olsun. Eğer, G nin birimini ve e' G' nün birimini gösteriyorsa o zaman $\phi(e)=e'$ ve G deki her x için

$\phi(x^{-1}) = [\phi(x)]^{-1}$ dir.

The following examples give some indication of the variety in homomorphisms. Other examples appear in the exercises for this section.

Aşağıdaki örnekler homomorfizmalardaki çeşitliliğin bazı işaretini verir. Diğer örnekler bölüm araştırmalarında ortaya çıkar.

Example: Consider the group $\mathbb{R}$ of nonzero real numbers under multiplication and the additive group $\mathbb{Z}$. Define $\phi: \mathbb{Z} \to \mathbb{R}$ by

$$\phi(n) = \begin{cases} 1, & \text{if } n \text{ is even} \\ -1, & \text{if } n \text{ is odd.} \end{cases}$$

Since every integer is either even or odd and not both, $\phi(n)$ is well defined. The following table systematically checks the equality $\phi(m+n) = \phi(m)\phi(n)$

	$m+n$	$\phi(m)\phi(n)$	$\phi(m+n)$
m, n both even	even	1.1	1
one even, one odd	odd	$1.(-1)$	-1
m, n both odd	even	$(-1)(-1)$	1

A comparison of the last two columns shows that ϕ is a homomorphism from $\mathbb{Z}$ to $\mathbb{R}$.

Örnek: Çarpmaya göre sıfırdan farklı $\mathbb{R}$ reel sayılar grubu ve toplamsal $\mathbb{Z}$ grubunu ele alalım. $\phi: \mathbb{Z} \to \mathbb{R}$ yi $\phi(n) = \{ \cdot$ — ile tanımlayalım.

Her tamsayı ya çift ya tek olup her ikisi birden olamayacağı için $\phi(n)$ iyi tanımlıdır. Aşağıdaki tablo $\phi(m+n) = \phi(m)\phi(n)$ eşitliğini sistematik olarak kontrol eder.

Tablo.

Son iki sütunun karşılaştırılması ϕ nin $\mathbb{Z}$ den $\mathbb{R}$ ye bir homomorfizma olduğunu gösterir.

Example: Consider the additive group $\mathbb{Z}$ and the mapping $\phi: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ defined by $\phi(x) = 5x$ for all $x \in \mathbb{Z}$. Since $\phi(x+y) = 5(x+y) = 5x+5y = \phi(x)+\phi(y)$ ϕ is a homomorphism.

Örnek: Toplamsal $\mathbb{Z}$ grubunu ve her $x \in \mathbb{Z}$ için $\phi(x) = 5x$ ile tanımlanan $\phi: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ dönüşümünü ele alalım. $\phi(x+y) = \dots = \phi(x) + \phi(y)$ olduğundan ϕ bir homomorfizmadır.

We saw in the last section that the relation of being isomorphic is an equivalence relation on a given collection $\mathcal{G}$ of groups. The concept of homomorphism leads to a corresponding, but different, relation. If there exists an epimorphism from the group G to the group G', then G' is called a homomorphic image of G. The first example of this section shows that the additive group $\mathbb{Z}_n$ is a homomorphic image of the additive group $\mathbb{Z}$.

Son bölümde izomorf olma bağıntısının verilen bir $\mathcal{G}$ gruplar ailesi üzerinde bir denklik bağıntısı olduğunu gördük. Homomorfizma kavramı benzer ama farklı bir bağıntıya yol açar. Eğer G grubundan G' grubuna bir epimorfizma mevcut ise o zaman G' ye G nin bir homomorfik görüntüsü denir. Bu bölümün ilk örneği toplamsal $\mathbb{Z}_n$ grubunun toplamsal $\mathbb{Z}$ grubunun bir homomorfik görüntüsü olduğunu gösterir.

On a given collection $\mathcal{G}$ of groups, the relation of being a homomorphic image is reflexive and transitive, but may not be symmetric. These facts are