Teorem (Çözümün varlığı ve tekliği):

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y) \quad , \quad y(x_0) = y_0$$

başlangıç değer problemi verilsin. Eğer f ve $\frac{\partial f}{\partial y}$ fonksiyonları (x_0, y_0) noktasını içeren bir

$$R = \{(x,y) : a < x < b, \quad c < y < d\}$$

dikdörtgeninde sürekli iseler o taktirde δ pozitif bir sayı olmak üzere bu başlangıç değer problemi $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ aralığında bir tek $\phi(x)$ çözümüne sahiptir.

➡ Teoremin hipotezleri sağlanıyorsa başlangıç değer probleminin bir çözümünün varlığı kesindir.

➡ Teoremin hipotezleri sağlanıyorsa çözüm tektir.

➡ (x_0, y_0) noktasından geçen sadece bir çözüm eğrisi vardır.

Örnek: $\dfrac{dy}{dx} = x^2 + y^2$, $y(1) = 3$ başlangıç değer problemini göz önüne alalım.

$$\left.\begin{aligned} f(x,y) &= x^2 + y^2 \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= 2y \end{aligned}\right\}$$

bu fonksiyonlar xy düzleminin her R bölgesinde süreklidir. Yani bu fonksiyonlar $(1,3)$ noktasını içeren herhangibir dikdörtgende süreklidir. Böylece teoremin hipotezleri sağlanır. O halde δ pozitif bir sayı olmak üzere $x = 1$ in $(1-\delta,\ 1+\delta)$ komşuluğunda $\phi(1) = 3$ başlangıç koşulunu sağlayan bir tek $\phi(x)$ çözümü vardır.

Örnek: $\dfrac{dy}{dx} = 3y^{2/3}$, $y(2) = 0$ başlangıç değer problemini göz önüne alalım.

$$\left.\begin{aligned} f(x,y) &= 3y^{2/3} \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= \frac{2}{y^{1/3}} \end{aligned}\right\}$$

olup $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ fonksiyonu $y = 0$ için sürekli değildir. Yani $(2,0)$ noktasını içeren bir dikdörtgen bulunamaz. Teoremin hipotezleri sağlanmadığı için problemin bir çözüme sahip olduğunu varsayamayız.