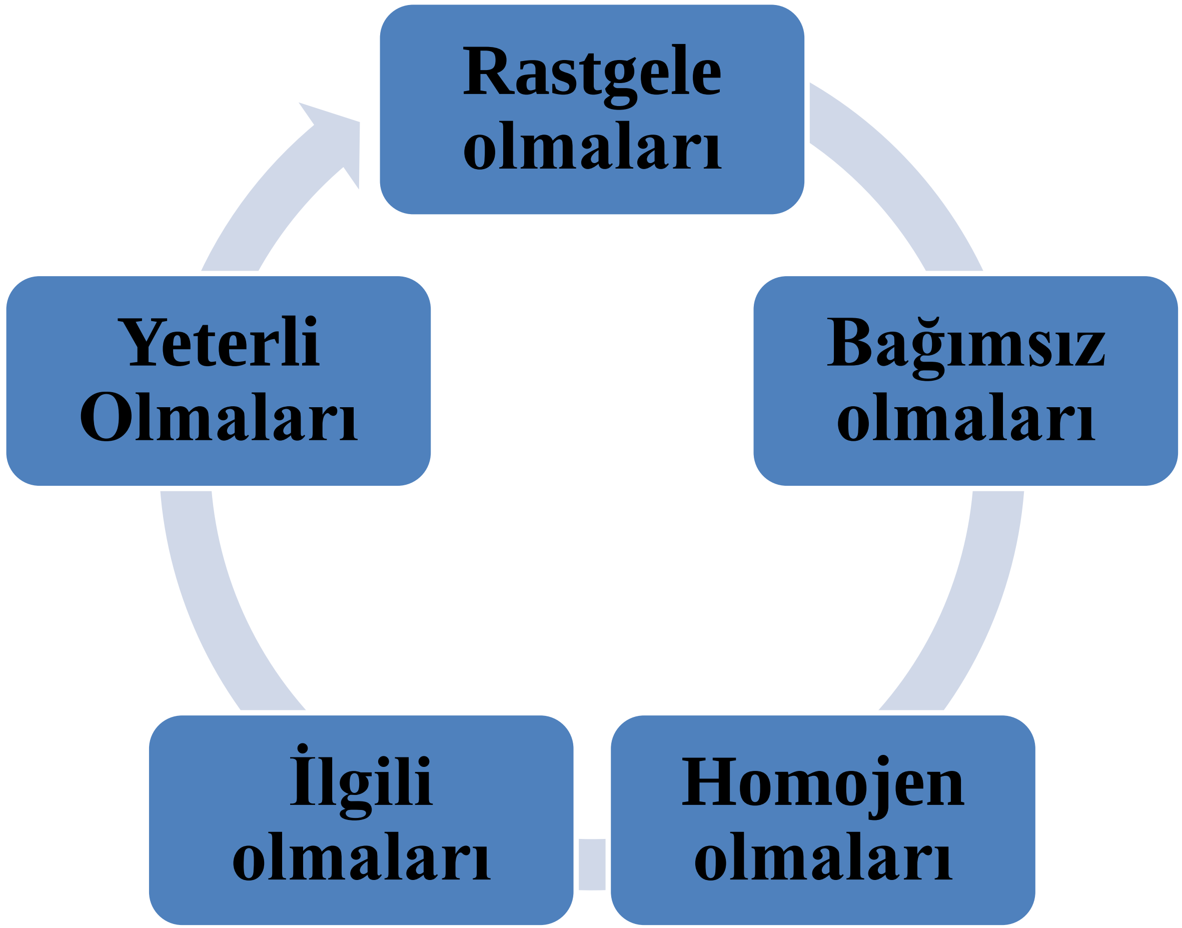
HİDROLOJİDE İSTATİSTİKSEL YÖNTEMLER

Veri Seçimi


Rastgele olmaları
Bağımsız olmaları
Homojen olmaları
İlgili olmaları
Yeterli Olmaları

Hidrolojide İstatistiksel Yöntemlerin Kullanıldığı Alanlar

1

- **Hidrolojik verilerin istatistik analizi:** Frekans analizi, parametrelerin analizi ve güven aralıklarının belirlenmesi, dağılım fonksiyonunun belirlenmesi.

2

- **Taşkın debisi dağılım modelleri:** Taşkın debileri için uygun dağılım fonksiyonlarının belirlenmesi ve taşkın debisinin tahmini için geliştirilen modeller.

3

- **Korelasyon ve regresyon modelleri:** Hidrolojik değişkenler arasında, değişkenlerden biri için eksik verilerin tamamlanması yada kısa verilerin uzatılması.

4

- **Hipotez test modelleri:** Hidrolojik değişkenlerin parametreleri ve dağılım fonksiyonları için yapılan kabullerin gözlemlerle karşılaştırılarak kontrolü.

5

- **Zaman serisi modelleri:** Zamanla değişken bir büyüklüğün stokastik yapısının modellenmesi, modelin simülasyon ve akım tahminlerinde kullanılması.

Frekans Analizi

Hidrolojik tasarım problemlerinde genellikle yağış veya akımın büyüklükleri ile bunlara tekabül eden tekerrür (yineleme) aralıkları arasındaki ilişki için kullanılır. Frekans analizi yapmak için, hidrolojik verinin bağımsız bir seri olması gerekir. Bu seriye veri serisi veya frenaks serisi veya istatistik örnekleme denir.

Böyle bir serideki değerler belli sınıf aralıklarında gruplandırılıp, aralıklara karşı o aralıklardaki veri sayısı şeklinde bir grafik halinde gösterildiğinde frekans histogramı elde edilir Genel bir kural olarak, gözlem süresi 10 yıldan az olan serilerde frekans analizi uygulanmamalıdır.

Risk Analizi

Tekerrür (yineleme) süresi veya dönüş süresi, belli büyüklükteki bir taşkına eşit veya daha büyük taşkının ortalama olarak meydana gelme süresidir. 100 senelik taşkın denildiğinde ortalama 100 senede bir kere görülebilen büyüklükte bir taşkın anlaşılır. Her 100 senede bir bu değer mutlaka meydana gelir demek değildir.

Bu büyüklükte veya daha büyük bir değer ortalama olarak 100 senede bir meydana gelir demektir. Fakat hangi senede meydana geleceği kesinlikle söylenemez. Sağanaklar, taşkınlar ve depremler gibi bütün doğal olayların belli büyüklükleri için tekerrür süreleri vardır.

Risk Analizi

Bir hidrolik yapının riski, tasarım debisinin yapının ekonomik ömrü süresinde en az bir kere olma ihtimalidir. O halde ekonomik ömrü n yıl olan bir hidrolik yapının T_r yıllık tekerrür süresi olan tasarım debisi için riski aşağıdaki formülle hesaplanabilir:

$$R = 1 - q^n = 1 - \left(1 - \frac{1}{T_r}\right)^n$$

Tasarım debisinin n senede bir kere olma olasılığı ise aşağıdaki şekilde olur:

$$A = n\left(\frac{1}{T_r}\right)\left(1 - \frac{1}{T_r}\right)$$

Olasılık Dağılım Fonksiyonları

1
- Binom dağılımı

2
- Poisson dağılımı

3
- Geometrik dağılım

4
- Normal dağılım (Gauss dağılımı)

5
- Lognormal dağılım

6
- Gamma dağılımı

7
- Pearson dağılımı

8
- Ekstrem değer dağılımı

9
- İki değişkenli normal dağılım

Binom Dağılımı

Bir kesikli rastgele değişken için sadece 2 olay mevcut olduğunu düşünelim. Bu olayların olasılıkları p ve q=1-p ile gösterilsin.

Bu değişkene ait birbirinden bağımsız n deneme yapılsın. Bu n elemanlı örnekte olasılığı p olan olayın x defa görülmesi olasılığının binom dağılıma uyduğu gösterilebilir. Bu dağılım kütle fonksiyonu:

$$\boxed{p(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}}$$

Poisson Dağılımı

Rastgele değişken için 2 olay mevcut olsun. Ancak bunlardan birinin olasılığı çok küçük olsun. Buna karşın n deneme sayısı da çok büyük olsun.

np çarpımının da sonlu olduğu kabul edilsin (np=∧) bu halde n denemede olasılığı p olan olayın x defa görülmesi olasılığı Poisson dağılımına uyar.

$$\boxed{p(x) = \frac{\wedge^{x} e^{-x}}{x\mathrm{I}}}$$

Geometrik Dağılım

Gerçekleşme olasılığı p olan olayın x defa görülmesi olasılığı geometrik dağılım modeline göre aşağıdaki formüllerden belirlenebilir:

$$\boxed{p(x) = q^{x-2}p}$$

$$\boxed{F(x) = 1 - q^{x}}$$

Normal Dağılım (Gauss Dağılımı)

Normal dağılım (Gauss dağılımı) hidrolojik değişkenlerin istatistiksel analizinde en çok kullanılan dağılımdır.

Hidrolojik veriler, normal dağılıma tamamen uymazlar; ancak normal dağılımda değişken eksi sonsuzdan artı sonsuza kadar değerler alır.

Normal dağılımın ortalama (μ) ve standart sapma (σ) olmak üzere 2 parametresi vardır.

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2x}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}}$$

Lognormal Dağılım

Pekçok hidrolojik değişken, doğal olayların sıfırdan veya belli bir alt limitten büyük değerlere sahip olmalarının sonucu belli bir derecede sağa çarpıklık gösterirler.

Bu durumda frekansları normal dağılıma uymaz, ancak bu değişkenler fonksiyonel olarak normal oldukları için, logaritmaları normal dağılıma uyar.

Lognormal dağılım hidrolojide çok kullanılır. Çünkü dönüşüm normal dağılımın bütün teorik ve uygulamalı kullanımlarını mümkün kılar.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_y e^y \sqrt{2\pi}} e^{-(y-\mu_y)^2/2{\sigma_y}^2}$$

Gamma Dağılımı

Birçok parametreli gamma dağılımının olasılık dağılım fonksiyonu aşağıdaki formüllerden belirlenebilir. Burada Γ(α) tablolaştırılmış gamma fonksiyonu olup α>0 için tanımlanır.

$$\mathbf{p(x)} = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x}$$

Pearson Dağılımı

Bir örnekten elde edilen frekans dağılımına en iyi uyan olasılık dağılım fonksiyonunu seçmek için Pearson, örnekten hesaplanan Cs ve Ek katsayılarına bağlı olan Kp parametresinin kullanılmasını önermiştir.

$$\mathbf{Kp} = \frac{Cs^2(Ek+6)^2}{4(2k-3Cs^2)(4Ek-3Cs^2+12)}$$

Ekstrem Değer Dağılımı

Tekrarlanan örneklemelerdeki en küçük veya en büyük değerlerin dağılımlarını göz önüne alarak Gumbel, ekstrem (uç) değerler teorisini önermiştir.

Ekstrem değerler teorisi, her tekrarlanan örnekleme grubunda meydana gelen en büyük veya en küçük gözlemlerin dağılımıyla ilgilidir.

Bu dağılımda x değerine eşit veya daha büyük bir taşkının olma ihtimali p, aşağıdaki formülle belirlenebilmektedir:

$$\boxed{p = 1 - e^{-e^{-y}}}$$

İki Değişkenli Normal Dağılım

- Normal dağılmış iki değişkenin ortak dağılımları her zaman iki değişkenli normal dağılım değildir.
- Ancak uygulamalarda analitik ifadelerin basitliği nedeniyle çoğu zaman bu kabulün yapıldığı görülür.
- Değişkenlere logaritmik dönüşüm uygulayarak 2 değişkenli lognormal dağılım da benzer şekilde tanımlanabilir.

$$\mathbf{f(x,y)} = \frac{\exp\left[-\sigma/2\left(1-g^2\right)\right]}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-g^2}}$$

σ: x ve y değişkenlerinin standart sapmaları
g: x ile y arasındaki korelasyon katsayısı

Hidrolojik Değişkenlerin Dağılımları

Bu dağılımlar, her analizde kullanılamaz. Değişik tipte hidrolojik seriler değişik dağılımlara uyarlar ve ancak verinin gerçek dağılımına uygun olan olasılık dağılımı kullanıldığında analizden iyi sonuçlar alınabilir.

Hangi tip verinin dağılıma uyduğu deneme yanılma yöntemi ile bulunabileceği gibi daha önce yapılmış araştırmalardan faydalanılarak da bulunabilir.

Hidrolojik Değişkenlerin Dağılımları

- Bir akarsuyun bir kesitindeki ortalama yıllık debiler genellikle normal dağılımlıdır.
- Yıllık maksimum ve aylık ortalama debiler genellikle lognormal veya ekstrem değer dağılımına uymaktadır.
- Aylık veya yıllık akım hacimleri bazen gamma dağılımı kullanılsa da , genellikle normal veya lognormal dağılıma uymaktadır.
- Yıllık maksimum, saatlik veya günlük yağışlar genellikle ekstrem değer, log-Pearson veya lognormal dağılıma uymaktadır.
- Yıllık en yüksek yaz ve en düşük kış sıcaklık değerlerinin normal dağılımlı olduğu kabul edilir.

Regresyon Analizi

Regresyon doğruları, aralarında doğrusal ilişki bulunan bir bağımlı değişkenle, y, birkaç bağımsız değişken x_1, x_2, ….x_m, arasındaki bağımlılığı açıklamak için kullanılır.

Bu ilişki daha sonra bağımsız değişkenlerin gözlenmiş değerleri yardımıyla bağımlı değişkenin değerini tahmin etmek için kullanılır.

Regresyon Analizi

En basit şekliyle, iki değişkenli durumda, gözlenen x, y değer çiftlerinden bir doğru geçirilir. Böyle bir doğrunun denklemi aşağıdaki gibidir:

$$\boxed{y = \alpha + \beta x}$$

Bu denklemde *α*, y eksenini kesen noktayı, β da doğrunun eğimini gösterir.

Regresyon Analizi

- **Bulunan doğru, x, y değişkenlerinin almaları mümkün bütün değer çiftlerini temsil eder. Ancak bu değişkenler için elde sadece bir örneklemeden elde edilen değerler vardır.**

- **Dolayısıyla α ve β parametrelerinin gerçek değerleri bulunamaz. Eldeki örneklemeden α ve β için tahmin değerleri olan a ve b bulunabilir. Bu durumda doğrunun denklemi aşağıdaki gibi olur:**

$$\boxed{y = a+bx}$$

Korelasyon Katsayısı

İki değişken arasındaki ilişkinin derecesi, aralarındaki korelasyon olarak tanımlanır ve korelasyon katsayısı, r, ile ifade edilir. Bu katsayı -1 ile +1 arasında değerler alır.

Katsayının değeri ilişkinin derecesini, işareti de ilişkinin doğru veya ters yönde olduğunu gösterir. Korelasyon katsayısı aşağıdaki formül kullanılarak bulunur:

$$r = \frac{n \sum y_i x_i - \sum x_i y_i}{\sqrt{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - \left(\sum y_i\right)^2}}$$

Standart Hata

Tek değişkenin standart sapmasına benzer şekilde, değişken çiftleri için de standart hata, S_e, belirlenir. Bunun için aşağıdaki formül kullanılır:

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - a\sum y_i - b\sum x_i y_i}{n-2}}$$

S_e değeri gözlenen değerlerin doğruya dikey farklarının karelerinin toplamının (n-2)'ye bölümü olduğu için noktaların regresyon doğrusu etrafındaki dağılımını gösterir.

Kaynaklar

1. Usul, N., 2017. Mühendislik Hidrolojisi, ODTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık ve İletişim A.Ş., ISBN: 978-9944-344-57-9, Ankara.
2. Bayazıt, M., 1995. Hidroloji, İstanbul Teknik Üniversitesi, ISBN: 975-561-059-6, İstanbul.
3. Ward, A.D., Trimble, S.W., 2003. Environmental Hydrology, Second Edition, Taylor & Francis Group, ISBN: 978-1-4200-5661-7, Boca Raton.
4. Subramanya, K., 2013. Engineering Hydrology, 4th Ed., McGraw Hill Inc., ISBN: 978-93-329-0105-6, New Delhi.
5. Hingray, B., Picouet, C., Musy, A., 2015. Hydrology- A Science for Engineers, CRC Press, ISBN: 13-978-1-4665-9059-5, Boca Raton.