

1. DERS

OLASILIK KURALLARI, KOMBİNASYON VE PERMUTASYON

1. Bir A olayının olma ihtimali o olay çeşidinin olma sayısının (nA) toplam olay çeşidi sayısına (N) oranıdır. Formül: $A=nA/N$

1.örnek: Bir madeni para havaya atılıp düşerse bu para ya yazı (A1) ya da tura (A2) gelecektir. Toplam olay çeşidi sayısı $N=2$ dir. Buna göre paranın yazı gelme ihtimali:
 $pA1=nA1/N=1/2=0.5$ dir.

2. Örnek: Bir zar atılacak olursa; ortaya çıkacak toplam olay çeşidi (zarın 6 yüzü vardır) $N=6$ dir. Zar atıldığında yek gelme ihtimali: $pA1=nA1/N=1/6$ dir.

3. örnek: 52 kağıtlık bir iskambil destesinden ($N=52$) dam çekme ($nA1=4$) ihtimali nedir?
 $pA1=nA1/52=4/52=1/13$ dür.

4. örnek: Bir çuvaldaki 100 cevizden ($N=100$) 95'i sağlam 5'i çürük ise bu çuvaldan alınan bir cevizin sağlam çıkma ihtimali nedir?
 $pA1=nA1/N=95/100=0.95$ dir

2. Bir olayın olumlu (p) ve olumsuz (q) olma ihtimallerinin toplamı 1'e eşittir. Formül: $p+q=1$

1. örnek: Bir tavla zarının yek gelme ihtimali ($p=1/6$) ve yek gelmeme ihtimali ($q=5/6$) nedir?
 $P+q= 1/6+5/6=1$

2. örnek: 52 kağıtlık bir iskambil destesinden dam çekme ihtimali ve ve dam çekmeme ihtimali nedir?
 $P+q= 4/52+48/52=1$

3. Toplama kuralı

A1 veya A2 olaylarından birinin olma ihtimali (p), bu olayların her birinin ayrı ayrı olma ihtimallerinin ($p1$ ve $p2$) toplamına eşittir. Buna toplama kuralı denir.
 $P(A1 \text{ veya } A2)=p1+p2$

1. örnek: Madeni para havaya atıldığında bunun yazı veya tura gelme ihtimali nedir?
 $P(A1 \text{ veya } A2)=p1+p2=1/2+1/2=1$

2. örnek: Atılan bir tavla zarının yek veya se gelme ihtimali nedir?
 $P(A1 \text{ veya } A2)=p1+p2=1/6+1/6=2/6=1/3$ 'dür.

3. örnek: atılan bir tavla zarının 3'den daha büyük gelme ihtimali nedir?
Zarın 3 den büyük gelmesi demek, 4, 5 ve 6 gelme olasılıklarının toplamına eşittir. Buna göre;
 $P(A1 \text{ veya } A2 \text{ veya } A3)=p1+p2+p3=1/6+1/6+1/6=3/6=1/2$ 'dir.

4. örnek: 52'lik bir iskambil destesinden dam veya papaz çekme olasılığı nedir?
Dam çekme olasılığı: $4/52$, papaz çekme olasılığı: $4/52$ olduğuna göre;
 $P(A1 \text{ veya } A2)=p1+p2=1/13+1/13=2/13$ 'dür.

5. örnek: 52'lik bir iskambil kağıdından bir kağıt çeksek; bu kağıdın dam veya papaz veya vale gelme ihtimali nedir?
 $P(A1 \text{ veya } A2 \text{ veya } A3)=p1+p2+p3=1/13+1/13+1/13=3/13$ 'dür.

4. Çarpma kuralı

A1 ve A2 olaylarının her ikisinin birden veya arka arkaya olması ihtimali (P), bu olayların ayrı ayrı ihtimallerinin (P1 ve P2) çarpımına eşittir. Bu kuralda bir para veya zar arkası arkasına atılacağı gibi, iki para veya zar birlikte atılabilir. $P(A1 \text{ ve } A2) = p1 \times p2$

1. örnek: Havaya aynı anda atılan 2 paranın birinin yazı, diğerinin tura gelme ihtimali nedir?
 $P(A1 \text{ ve } A2) = p1 \times p2 = 1/2 \times 1/2 = 1/4 = 0.25$ 'dir.

2. örnek: İki zarın bir atışta şaş (düşüş) gelme olasılığı nedir?
 $P(A1 \text{ ve } A2) = p1 \times p2 = 1/6 \times 1/6 = 1/36 = 0.027$ 'dir.

3. örnek: Bir zar ile bir madeni para birlikte atıldığında zarda çift sayı ve parada yazı gelme olasılığı ne olur?
 $P(A1 \text{ ve } A2) = p1 \times p2 = 3/6 \times 1/2 = 3/12 = 1/4$ 'dür.

4. örnek: Bir zar ile bir madeni para birlikte atıldığında zarda 4 ve parada tura gelme olasılığı ne olur?
 $P(A1 \text{ ve } A2) = p1 \times p2 = 1/6 \times 1/2 = 1/12$ 'dir.

5. örnek: Bir zar ile bir madeni para birlikte atıldığında zarda 6 ve parada yazı gelme olasılığı ne olur?
 $P(A1 \text{ ve } A2) = p1 \times p2 = 1/6 \times 1/2 = 1/12$ 'dir.

2. DERS

POPULASYON-ÖRNEKLEME VE VERİLERİN ÖZETLENMESİ

Populasyon (Yığın): bazı özelliklere birlikte sahip olan fertlerin meydana getirdiği topluluğa populasyon denir.

Populasyonu karakterize eden verilere “parametre” denir.

Populasyondan alınan fertlere “örnek” denir.

Örnekler üzerinde yapılan ölçümlerden elde edilen rakamlara ya da verilere “istatistik” veya “varyant” denir.

1. Verilerin Gruplandırılması ve Özetlenmesi

Elde edilen istatistik rakamların yani varyantların bir tablo veya grafik haline sokulmasına “özetleme” denir.

A) Frekans Dağılım Tabloları

Rakamların büyüklüklerine göre sıralanarak gruplandırılması ile elde edilen seriye “frekans dağılımı” denir.

Sınıf: Varyantların büyüklüklerine göre gruplara ayrılması

Sınıf aralığı: her sınıfın alt ve üst sınıf değeri arasındaki fark. 8 den az olmaması istenir...20’den de fazla olmamalı...

Her sınıfa giren varyant sayısına o sınıfın “**frekansı**” denir.

Sınıf değeri: frekans tablosunda her sınıf için bir alt ve bir üst değer vardır. Bu değerlerin ortasındaki değere “sınıf değeri” denir.

Sınıf değeri= (Alt değer + üst değer)/2 formülünden bulunur.

1. BASİT FREKANS DAĞILIM TABLOLARI

1. örnek: Bir sınıftaki 50 öğrencinin istatistik dersinden aldığı notlar aşağıda verilmiştir. Bu notların frekans dağılım tablosunun hazırlanması için aşağıdaki işlemler yapılır;

a) Öğrencilerin istatistik dersinden aldığı notlar en küçüğünden en büyüğüne doğru Tablo 1’de görüldüğü gibi sıralanır.

Tablo 1. Notların küçükten büyüğe doğru sıralanışı

4	35	44	51	61
7	35	44	52	62
12	37	45	52	63
16	37	46	53	64
18	38	46	54	66
20	39	46	55	67
22	40	47	55	68
26	42	48	55	71
30	43	48	56	73
34	44	50	56	79

b) Sınıf aralığının hesaplanması

Sınıf aralığının hesaplanabilmesi için notların kaç gruba ayrıldığıının yani sınıf sayısının bilinmesi gerekir. Burada notların 10 sınıfa ayrılması öngörülmüştür.

Sınıf aralığı=(en büyük varyant-En küçük varyant)/sınıf= (79- 4)/10=7.5 bu tam sayıya tamamlanır. Dolayısıyla Sınıf aralığı= 8 olarak bulunur.

c) sınıfların oluşturulması:

En küçük varyant olan 4 rakamı birinci sınıfın alt sınırıdır. Buna sınıf aralığı olan 8 rakamı eklenerek ikinci sınıfın alt sınırı olan 12 rakamı elde edilir. Her sınıfın alt sınırına 8 rakamı eklenerek bir sonraki sınıfın alt sınırı elde edilir.

d) Sınıf değerinin hesaplanması:

Sınıf değeri= (alt sınıf + üst sınıf)/2= (4+11)/2=7.5

Bulunan bu değere sınıf aralığı olan 8 eklenerek diğer sınıf değerleri de bulunur.

e)frekansların tespiti

Varyantlar sıra ile okunarak alt ve üst sınıfı belli olan hangi sınıfa giriyorsa o sınıfın içine dahil edilir

f) Frekans dağılım yüzdelerinin hesabı:

her sınıftaki rakam toplam öğrenci sayısına oranlanarak bulunur.

g) Kumulatif (eklemeli) frekans ve yüzdelerinin hesabı

Birinci sınıfın frekansına ikinci sınıfın frekansı, ikinci sınıfın frekansına üçüncü sınıfın frekansı eklenerek her sınıf için kumulatif frekanslar bulunur. Kumulatif yüzdelerde yine oranlanarak hesaplanır.

Tablo 1 deki öğrencilerin istatistik dersinden almış olduğu notlar, yukarıda belirtilen adımlar izlenerek Tablo 2 deki frekans dağılım tablosu oluşturularak sorunun çözümüne ulaşılmış olur....

Tablo 2. Öğrenci notlarının frekans dağılım tablosu

Sınıflar	Sınıf değeri (X)	Frekans (F)	X x F	%	Kumulatif frekans	Kumulatif %
4-11	7.5	2	15.0	4	2	4
12-19	15.5	3	46.5	6	5	10
20-27	23.5	3	70.5	6	8	16
28-35	31.5	4	126.0	8	12	24
36-43	39.5	7	176.5	14	19	38
44-51	47.5	12	570.0	24	31	62
52-59	55.5	9	499.5	18	40	80
60-67	63.5	6	381.0	12	46	92
68-75	71.5	3	214.5	6	49	98
76-83	79.5	1	79.5	2	50	100
TOPLAM		50	2.279.00	100		

B) EKLEMELİ FREKANS DAğILIM TABLOLARI

Belirli bir değerden daha küçük veya daha büyük değerli varyantların mutlak ve nisbi değerlerini belirlemek için eklemeli(Kumulatif) frekans dağılım tabloları kullanılır.

2. Örnek: Tablo 1de verilen 50 öğrencinin istatistik dersinden almış olduğu notları kullanılarak aşığıdaki işlemler yapılır.

a) sınıfların gerçek alt sınırının tespiti:

Gerçek alt sınır=(birinci sınıfın üst sınırı + ikinci sınıfın alt sınırı)/2= (11+12) /2=11.5

Bulunan 11.5 değeri birinci sınıfın gerçek alt sınırıdır. Bu değerden sınıf aralığı olarak bulunan 8 değeri çıkarılarak 1. sınıf, 8 eklenerek de diğer sınıflar bulunur.

b)Den daha az mutlak frekans değerlerinin hesabı:

her bir sınıf da belirtilen nottan daha aşığıda notlar eklenir ve mutlak değeri alınarak tabloya yerleştirilir.. Örneğin; 3.5'den daha düşük not yoktur. Bu bölüme sıfır değeri yazılır. 11.5'da daha az not sayısı 2 dir....

c).....Den daha fazla Frekans Değerlerinin hesaplanması:

Son sınıfın gerçek alt sınırı 83.5'dir. ve bundan fazla not olmadığı için bu sınıfın karşısına mutlak değer olarak sıfır yazılır. Sondan bir önceki sınıfın gerçek alt değeri 75.5'den daha büyük not sayısı ise 1'dir.....

Bu tabloların faydası; belirli bir nottan daha az veya daha fazla not alan öğrencilerin oranını vermesidir. Örneğin; Sınıfta 51.5'den daha az not alan öğrenci sayısı 31, oranı ise %62'dir. Buna karşılık sınıfta 51.5'den daha fazla not alan öğrenci sayısı 19, oranı ise %38'dir (Bakınız TABLO 3).

Tablo 3. Öğrencilerin istatistik notlarınınden daha az veden daha fazla” eklemeli frekans tablosu:

sınıflarden daha az eklemeli frekansları		...den daha fazla eklemeli frekansları	
	Mutlak	%	Mutlak	%
3.5	0	0	50	100
11.5	2	4	48	96
19.5	5	10	45	90
27.5	8	16	42	84
35.5	12	24	38	76
43.5	19	38	31	62
51.5	31	62	19	38
59.5	40	80	10	20
67.5	46	92	4	8
75.5	49	98	1	2
83.5	50	100	0	0

Yukarıdaki yöntemler izlenerek Tablo 3 oluşturulur ve soru çözümlenmiş olur.....

2. örnek: Bir yaşıdaki 40 adet koyuna ait ağırlıklar (kg) aşağıdaki gibi tespit edilmiştir.

48, 63, 55, 52, 62, 55, 52, 48, 64, 56, 54, 51, 44, 62, 50, 43, 61, 55, 51, 46, 59, 54, 50, 43, 49, 40, 53, 58, 59, 54, 53, 48, 69, 48, 67, 57, 49, 53, 57, 53.

Frekans tablosu düzenleyiniz.

Çözüm;

Tablo1: ağırlıklar büyükten küçüğe doğru sıralanır;

40	49	53	58
43	50	54	59
43	50	54	59
44	51	54	61
46	51	55	62
48	52	55	62
48	52	55	63
48	53	56	64
48	53	57	67
49	53	57	69

Sınıf sayısı=8 olarak alalım

Sınıf aralığı= (en büyük ağırlık-en küçük ağırlık)/ sınıf sayısı= (69-40)/8=3.63 = 4 olarak alalım.

Tablo 2. koyun ağırlıkları frekans dağılım tablosu

Sınıflar	Sınıf değeri (X)	Frekans (F)	X x F	%	Kumulatif frekans	Kumulatif %
39-42	40.5	1		2.5	1	2.5
43-46	44.5	4		10.0	5	20.0
47-50	48.5	8		20.0	13	32.5
51-54	52.5	11		27.5	24	60.0
55-58	56.5	7		17.5	31	77.5
59-62	60.5	5		12.5	36	90.0
63-66	64.5	2		5.0	38	95.0
67-70	68.5	2		5.0	40	100.0
TOPLAM		40		100.0		

Gerçek alt sınır=(birinci sınıfın üst sınırı + ikinci sınıfın alt sınırı)/2= (42+43) /2=42.5

Bulunan 42.5 değeri birinci sınıfın gerçek alt sınırınıdır. Bu değerden sınıf aralığı olarak bulunan 4 değeri çıkarılarak 1. sınıf, 4 eklenerek de diğer sınıflar bulunur.

Tablo 3. koyun ağırlıklarınınden daha az veden daha fazla” eklemeli frekans tablosu:

sınıflarden daha az eklemeli frekansları		...den daha fazla eklemeli frekansları	
	Mutlak	%	Mutlak	%
38.5	0	0	40	100
42.5	1	2.5	39	97.5
46.5	5	12.5	35	57.5
50.5	13	32.5	27	67.5
54.5	24	60	16	40
58.5	31	77.5	9	22.5
62.5	36	90	4	10
66.5	38	95	2	5
70.5	40	100	0	0

3. örnek

Aşağıda tablosu verilen değerlerin frekans dağılım tablosunu ve eklemeli frekans tablosunu yapınız?

20	45	55	66
23	45	57	67
25	45	58	67
34	45	58	68
38	50	58	69
40	52	60	70
42	53	62	72
45	54	65	75

SINIFLAR=8

Sınıf aralığı=75-20/8=6.8=7

sınıflar	frekans	Frekans (%)	Kümülatif Frekans	Kümülatif Frekans (%)
20-26	3	9.4	3	9,4
27-33	0	0	3	9,4
34-40	3	9.4	6	18,8
41-47	6	18.8	12	37,5
48-54	4	12.5	16	50
55-61	6	18.8	22	68,8
62-68	6	18.8	28	87,5
69-75	4	12.5	32	100
76-82	0	0	0	0

sınıflar	Den daha az eklemeli frekans		Den daha fazla eklemeli frekans	
	mutlak	%	mutlak	%
19.5	0	0	32	100
26.5	3	9.4	29	90.6
33.5	3	9.4	29	90.6
40.5	6	18.8	26	81.3
47.5	12	37.5	20	62.5
54.5	16	50	16	50
61.5	22	68.8	10	31.3
68.5	28	87.5	4	12.5
75.5	32	100	0	0

Sınıf aralığı=26+27/2=26.5

3.DERS

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ VE BUNLARIN HESAPLAMASI

İstatistik verilerin analizinde yapılacak ilk iş ortalamaların hesaplanmasıdır. Bir varyant grubu için tipik veya temsilci olabilecek değere “ortalama” denir. Diğer bir deyimle ortalama “merkezi eğilim ölçüsüdür. Genel olarak istatistikte 5 çeşit ortalama vardır;

1-Aritmetik ortalama (AO) 2-(Median)- Ortanca değer (OD) 3- (Mode)-Tepe değeri (TD)

1-Aritmetik ortalama (AO)

a) Basit aritmetik ortalama

Her hangi bir konuya ait gözlemlerin (x_i) toplamının toplam gözlem sayısına bölümü ile hesaplanır.

$$X_{ort} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

1. Örnek: 8, 7, 6,5, 9, 4, 3, 5 ve 7 serisinin ortalamasının hesaplayınız?

$$X_{ort} = \frac{8+7+6+5+9+4+3+5+7}{9} = 6$$

b) tartılı aritmetik ortalama:

X_i değerinin bir tartım faktörüne bağlı olarak elde edilmesi durumunda tartılı ortalama kullanılır.

1. örnek: Bir öğrencinin bir yarıyılıda almış olduğu dersler, derslerin haftalık saati ve notları tablo1 de verilmiştir. Not ortalamasını hesaplayınız?

Tablo 1. Dersler, ders saati ve notlar

Dersler	DERS SAATİ	NOT
A	4	8
B	4	6
C	6	7
D	2	9
E	2	6
TOPLAM	18	

$$X_{ort} = \frac{(4*8+4*6+6*7+2*9+2*6)}{18} = 7.11 \text{ Basit aritmetik ortalaması ise; } 36/5 = 7.20$$

Frekans tablosundan ortalama:

$$T.A.O = \frac{\text{sınıf değeri} \times \text{frekans değeri}}{\text{öğrenci sayısı}} = \frac{2279}{50} = 45.58$$

Aynı örneğin basit aritmetik ortalaması ise; $(4+7+12+\dots+79)/50 = 45.12$ ikisi arası fark=0.46.

2.(Median)- Ortanca değer (OD)

Büyükliklerine göre sıralanmış varyantların tam ortasındaki değere ortanca değer (medyan)denir.

Varyantlar

27 bu örnekte 7 varyantın ortasında yer alan 55 sayısı medyandır.

35 Bu 7 varyantın aritmetik ortalaması ise 50.28 dir

40

55

60

65

70

Σ 352

$$X_{ort} = 50.28$$

2. örnek

Varyantlar

20

Bu varyantların ortasında yer alan iki varyant 40 ve 55'dir. Ortanca değer

27

bu iki değer ortasıdır.

35

$$OD = \frac{(40+55)}{2} = 47.5$$

40

Burada ortanca değer ve aritmetik ortalama arasında 1.0 fark vardır.

55

60
65
70
 $\sum 372$
 $X_{ort}=46.5$

3. örnek: Ortanca değerin frekans tablosundan nasıl hesaplanacağı gösteren örnek tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 1. Karaman dişi kuzularında doğum aralığına ait frekans dağılım tablosu

sınıflar	Sınıf değeri X_i	Frekans F	$X_i \times F$
1) 2.5-2.7	2.6	3	7.8
2) 2.8-3.0	2.9	6	17.4
3) 3.1-3.3	3.2	6	19.2
4) 3.4-3.6	3.5	8	28.0
5) 3.7-3.9	3.8	7	26.6
6) 4.0-4.2	4.1	6	24.6
7) 4.3-4.5	4.4	2	8.8
8) 4.6-4.8	4.7	2	9.4
TOPLAM		40	141.8

Bu tabloda ortanca değer 20. kuzunun sınıf değeridir. Yani frekans sütununda yukardan itibaren sayılmaya başlanır. 3+6+6= 15 eder. 8 daha ilave edilince 23 eder ortanca değer 20. kuzunun sınıf değeri olduğuna göre ortanca değerin frekansı 8 rakamının olduğu sınıf değeridir.

$$OD = L1 + ((n/2) - \sum f1/fod) \times c$$

L1= ortanca değerin bulunduğu sınıfın alt gerçek sınıridir

Tablo 1 'den bakıldığında ortanca değerin bulunduğu sınıf 4. sınıftır. Bu sınıfın üstünde 15, altında 17 varyant vardır.

$$L1 = (3.3+3.4)/2 = 3.35 \text{ 'dir}$$

n= toplam varyant sayısı= 40

$$\sum f1 = O.D \text{ 'e ait sınıftan daha önceki sınıfların frekanslarının toplamı} = 3+6+6=15$$

Fod= O.D'in bulunduğu sınıfın frekansı=8

$$C = \text{sınıf aralığı} = 2.9 - 2.6 = 0.3$$

Buna göre;

$$O.D = 3.35 + ((40/2) - 15/8) \times 0.3 = 3.5375; \text{ Tartılı A.O} = 141.8/40 = 3.5450$$

Varyantların genelinde birkaç tane çok yüksek veya çok düşük değerli varyant varsa aritmetik ortalama doğru sonuç vermez. Bu durumda ortanca değer hesaplanır;

1. örnek: bir köydeki tarım işletmelerinin alanları aşağıda verilmiştir.

İşletme genişliği (dekar)

25

$$\text{Aritmetik ortalama} = 1190/6 = 198.3$$

30

40

$$\text{Ortanca değer} = (40+45)/2 = 42.5$$

45

görülmüyor ki iki ortalama arasında oldukça fazla fark vardır ve O.D daha doğrudur.

50

1000

$$\sum 1190$$

3. (Mode) Tepe Değeri (TD)

Bir varyant grubunda frekansı en fazla olan sınıf değerine tepe değeri denir.

Tablo 1. Karaman dışı kuzularında doğum aralığına ait frekans dağılım tablosu

sınıflar	Sınıf değeri Xi	Frekans F	Xi x F
1) 2.5-2.7	2.6	3	7.8
2) 2.8-3.0	2.9	6	17.4
3) 3.1-3.3	3.2	6	19.2
4) 3.4-3.6	3.5	8	28.0
5) 3.7-3.9	3.8	7	26.6
6) 4.0-4.2	4.1	6	24.6
7) 4.3-4.5	4.4	2	8.8
8) 4.6-4.8	4.7	2	9.4
TOPLAM		40	141.8

Bu örnekte; frekansı en fazla olan sınıfın değeri 3.5'dir. Bu değer; tepe değeridir.

$$TD = L1 + (d1 / (d1 + d2)) \times c$$

L1 = Tepe değerinin bulunduğu sınıfın alt gerçek sınırı $(3.3 + 3.4) / 2 = 3.35$

d1 = Tepe değerinin bulunduğu sınıfın frekansı ile bir önceki sınıfın frekansı arasındaki farktır. $(8 - 6) = 2$

d2 = Tepe değerinin bulunduğu sınıfın frekansı ile bir sonraki sınıfın frekansı arasındaki farktır. $(8 - 7) = 1$

c = sınıf aralığı $(2.9 - 2.6) = 0.3$

$$TD = 3.35 + ((8 - 6) / (8 - 6) + (8 - 7)) \times 0.3 = 3.55$$

1.örnek. frekans dağılım tablosu aşağıda verilmiş olan çizelgede; AO, OD ve TD'ni bulunuz?

sınıflar	Sınıf aralığı (X)	Frekans (F)	Sınıf aralığı x frekans
24-26	25	3	75
27-29	28	7	196
30-32	31	8	248
33-35	34	7	238
36-38	37	5	185
39-41	40	4	160
42-44	43	3	129
45-47	46	2	92
48-50	49	1	49
Toplam	-	40	1372

a) Aritmetik ortalama = $1372 / 40 = 34.30$

b) Ortanca değer = frekans sayısı bakımından sınıf değeri 34 olan sınıftadır

OD = $(32 + 33) / 2 + ((40 / 2) - 18) / 7 * 3 = 33.36$

c) TD = $(29 + 30) / 2 + ((8 - 7) / (8 - 7) + (8 - 7)) * 3 = 31.00$

2. örnek: frekans dağılım tablosu aşağıda verilmiş olan çizelgede; AO, OD ve TD'ni bulunuz?

sınıflar	Sınıf aralığı (X)	Frekans (F)	Sınıf aralığı x frekans
5-9	7	1	7
10-14	12	4	48
15-19	17	8	136
20-24	22	11	242
25-29	27	7	189
30-34	32	5	160
35-39	37	2	74
40-44	42	2	84
Toplam		40	940

a) Aritmetik ortalama= $940/40=23.50$

b) Ortanca değer= frekans sayısı bakımından sınıf değeri 22 olan sınıftadır

$$OD=(20+19)/2+ ((40/2)-13)/11*5= 22.68$$

c) tepe değeri en büyük frekansın olduğu değerdir (11)

$$TD= (20+19)/2+ ((11-8)/(11-8)+(11-7))*5= 21.64$$

3. örnek

sınıflar	Sınıf aralığı (X)	Frekans (F)	Sınıf aralığı x frekans
3-4	3.5	2	7
5-6	5.5	3	16.5
7-8	7.5	5	37.5
9-10	9.5	8	76
11-12	11.5	1	11.5
13-14	13.5	1	13.5
Toplam		20	162

a) Aritmetik ortalama= $162/20=8.10$

b) Ortanca değer= frekans sayısı bakımından sınıf değeri 7.5 olan sınıftadır

$$OD=(6+7)/2+ ((20/2)-5)/5*2= 8.5$$

c) tepe değeri en büyük frekansın olduğu değerdir (11)

$$TD= (8+9)/2+ ((8-5)/(8-5)+(8-1))*2= 9.10$$

4. örnek

sınıflar	Sınıf aralığı (X)	Frekans (F)	Sınıf aralığı x frekans
4-7	5.5	2	11
8-11	9.5	3	28.5
12-15	13.5	5	67.5
16-19	17.5	8	140
20-23	21.5	2	43
Toplam		20	290

a) Aritmetik ortalama= $290/20=14.5$

b) Ortanca değer= frekans sayısı bakımından sınıf değeri 22 olan sınıftadır

$$OD=(11+12)/2+ ((20/2)-5)/5*4= 15.5$$

c) tepe değeri en büyük frekansın olduğu değerdir (11)

$$TD= (15+16)/2+ ((8-5)/(8-5)+(8-2))*4= 16.8$$

4. DERS DEĞİŞİM (VARYASYON) ÖLÇÜLERİ

A ve B adlı iki öğrencinin derslerden aldıkları notlar ve bunların ortalamaları aşağıda verilmiştir.

Sınav no	A-öğrencisi	(IXi-XortI)	B-öğrencisi	(IXi-XortI)
1	25	I-35I	75	I+15I
2	85	I+25I	45	I-15I
3	35	I-25I	65	I+5I
4	95	I+35I	55	I-5I
Toplam	240	120	240	40
Ortalama	60		60	

a) Değişim genişliği (Range);

Ortalamanın hesaplandığı varyantların en büyüğü ile en küçüğü arasındaki farka değişim genişliği denir.

A öğrencisinin değişim genişliği= (95-25)=70, B öğrencisinin değişim genişliği=(75-45)=30
Buna göre değişim genişliği az olan B öğrencisi daha güvenilirdir.

b) ortalama sapma;

Varyantların ortalamadan farklarının mutlak değerlerinin toplamının varyant sayısına bölünmesiyle elde edilen değere ortalama sapma denir.

A- öğrencisi için;

$$OS= (IXi-XortI)/n= 120/4=30$$

B-öğrencisi için;

$$OS= (IXi-XortI)/n= 40/4=10$$

A öğrencisinin ortalamadan sapması B öğrencisinininkinin 3 katıdır. Dolayısıyla B öğrencisi daha çok güvenilirdir.

c) Varyans;

iki farklı bulunuş yöntemi vardır.

- a) varyantlarla ortalama arasındaki farkların karelerinin toplam varyant sayısının bir eksiğine bölünmesiyle elde edilen değere varyans denir.

$$S^2= \sum (Xi-Xort)^2/n-1$$

- b) Varyantların toplamlarının karesinin varyant sayısına bölünüp, varyantların kareler toplamında çıkarıldıktan sonra, varyant sayısının bir eksiğine bölünmesiyle bulunan değere varyans denir.

$$S^2=(\sum Xi^2- (\sum Xi)^2/n)/n-1$$

A-öğrencisi için varyans;

$$S^2= ((25^2+...+95^2)-(240)^2)/4-1= 1233.3$$

B-öğrencisi için varyans;

$$S^2= ((75^2+...+55^2)-(240)^2)/4-1= 166.67$$

A öğrencisinin varyansı B öğrencisinininkinin 7 katıdır. Dolayısıyla B öğrencisi daha çok güvenilirdir.

d) standart sapma;

Varyansın kara kökü STANDART SAPMAYI verir. $S=\sqrt{s^2}$

A-öğrencisi için standart sapma;

$$S=\sqrt{1233.3}= 35.12$$

B-öğrencisi için standart sapma;

$$S=\sqrt{166.67}= 12.91$$

A öğrencisinin standart sapması B öğrencisinininkinin yaklaşık 3 katıdır. Dolayısıyla B öğrencisi daha çok güvenilirdir.

e) standart hata;

Standart sapmanın örnek sayısının karaköküne oranına standart hata denir. $S_x = S/\sqrt{n}$

A-öğrencisi için standart hatası;
 $S_x = s/\sqrt{n} = 35.12/\sqrt{4} = 17.56$

B-öğrencisi için standart hatası;
 $S_x = s/\sqrt{n} = 12.91/\sqrt{4} = 6.46$

A öğrencisinin standart hatası B öğrencisinininkine göre daha büyüktür. Dolayısıyla B öğrencisi daha çok güvenilirdir.

g) varyasyon katsayısı;

Standart sapmanın ortalamaya oranıdır ve % ile ifade edilir. $VK = (S/X_{ort}) \times 100$

A-öğrencisi için varyasyon katsayısı;
 $S_x = (S/X_{ort}) \times 100 = (35.12/60) \times 100 = \%58$

B-öğrencisi için varyasyon katsayısı;
 $S_x = (S/X_{ort}) \times 100 = (12.91/60) \times 100 = \%22$

A öğrencisinin varyasyon katsayısı B öğrencisinininkine göre daha büyüktür. Dolayısıyla B öğrencisi daha çok güvenilirdir.

Varyasyon katsayısı %25'i geçerse o çalışmanın iptal edilip yeniden yapılması gerekir.

Örnekler;

1. Standart hatası 0.5 , ortalaması 10 ve örnek sayısı 5 olan bir çalışmada; S^2 ,S ve VK'sını bulunuz?

2. Varyansı 10, örnek sayısı 20 ve ortalaması 50 olan bir işlemde S, S_x ve V_k 'sını bulunuz?

3. V_k 'sı % 25 ve ortalaması 10 ve örnek sayısı 4 olan bir çalışmada, S^2 , S ve S_x 'yı bulunuz?

4. 4 , 8, 12, 16 rakamları toplamı=40 , Ortalaması 10, S^2 , S S_x ve V_k 'sını bulunuz?