



# GENEL MATEMATİK

## BİRİNCİ DERECE DENKLEMİNİN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLERİ

İçinde bilinmeyen bulunan eşitliklere **denklem** denir.

$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  olmak üzere birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler genel olarak  $ax + b = 0$  şeklinde gösterilir.

$ax + b = 0$  ifadesinde  $x$ 'e bilinmeyen veya **değişken**  $a$  ile  $b$  ye **katsayı** denir.

### Örnek

$$3x + 3 = 8 \rightarrow x \text{ değişkenine bağlı}$$

$$3y - 8 = 2y + 3 \rightarrow y \text{ değişkenine bağlı}$$

$$6a + 2(a + 1) = 7 \rightarrow a \text{ değişkenine bağlı}$$

birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerdir.

## Çözüm Kümesi Bulma

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde denklemi sağlayan değişkenin (bilinmeyenin) değerine **denklemin çözümü** veya **denklemin kökü** denir.

Denklemin kökünün oluşturduğu kümeye denklemin **çözüm kümesi** denir.

Çözüm kümesi = {denklemin kökü} şeklinde gösterilir.

Çözüm kümesi bulunurken aşağıdaki sıralama izlenir:

1. Var ise payda eşitlemesi yapılır.
2. Bilinmeyen eşitliğin bir tarafına, bilinenler eşitliğin diğer tarafına alınarak denklem düzenlenir.
3. Eşitliğin her iki tarafı bilinmeyenin katsayısına bölünür.



Örnek

$5x + 14 = 3 \cdot (x - 2)$  denkleminin kökü kaçtır?

- A) -12    B) -10    C) -8    D) -6    E) -4

11

Çözüm

Verilen denklemde parantezler işleme alınıp denklem düzenlenirse

$$\begin{aligned}5x + 14 &= 3 \cdot (x - 2) \Rightarrow 5x + 14 = 3x - 6 \\&\Rightarrow 5x - 3x = -6 - 14 \\&\Rightarrow 2x = -20 \\&\Rightarrow x = -10 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Böylece denklemin kökü  $-10$  bulunur.



Örnek

$$\frac{4x-1}{2x+5} = \frac{3}{2} \text{ olduğuna göre, } x \text{ kaçtır?}$$

A)  $\frac{17}{2}$

B) 8

C)  $\frac{13}{2}$

D) 5

E) 3

Çözüm

Verilen eşitlikte içler dışlar çarpımı yapıp, denklem düzenlenecek olursa

$$\frac{4x-1}{2x+5} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2 \cdot (4x-1) = 3 \cdot (2x+5)$$

$$\Rightarrow 8x - 2 = 6x + 15$$

$$\Rightarrow 8x - 6x = 15 + 2$$

$$\Rightarrow 2x = 17$$

$$\Rightarrow x = \frac{17}{2} \text{ bulunur.}$$



Örnek

$$\frac{x+2}{3} - \frac{2x+1}{5} = 2$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) -23

B)  $\{-23\}$

C)  $\{23\}$

D) -17

E)  $\{-17\}$

$$\frac{x+2}{\underset{(5)}{3}} - \frac{2x+1}{\underset{(3)}{5}} = 2 \Rightarrow \frac{5 \cdot (x+2) - 3 \cdot (2x+1)}{15} = 2$$

$$\Rightarrow 5x + 10 - 6x - 3 = 30$$

$$\Rightarrow -x + 7 = 30$$

$$\Rightarrow -x = 23$$

$$\Rightarrow x = -23 \text{ olur.}$$

Denklem çözüm kümesi  $\{-23\}$  bulunur.

Örnek

$$\frac{x-3}{x} + \frac{1}{2} = \frac{x+2}{x}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -10      B) -6      C) 10      D) 12      E) 15

**Cözüm**

Verilen eşitlikte payda da değişken bulunduğu için payda eşitlemesi yapılmadan önce paydası aynı olan ifadeler bir araya getirilerek işlem düzenlenir.

$$\begin{aligned}\frac{x-3}{x} + \frac{1}{2} &= \frac{x+2}{x} \Rightarrow \frac{x-3}{x} - \frac{x+2}{x} = -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{x-3-x-2}{x} &= -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{-5}{x} &= -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow x &= 10 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Örnek

$4 \cdot (2x + 1) - 3x + 3 = x + 1 + 2 \cdot (2x + 3)$  denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0

B)  $\{0\}$

C)  $\{1\}$

D)  $\emptyset$

E)  $\mathbb{R}$

Cözüm

Verilen denklem düzenlenecek olursa

$$4 \cdot (2x + 1) - 3x + 3 = x + 1 + 2 \cdot (2x + 3)$$

$$8x + 4 - 3x + 3 = x + 1 + 4x + 6$$

$$5x + 7 = 5x + 7$$

$$5x - 5x = 7 - 7$$

$$0 = 0 \text{ olur.}$$



Örnek

$$\frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} = \frac{5x+4}{6}$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0      B) {0}      C) {∅}      D) ∅      E) R

## Cözüm

Verilen denklemde payda eşitlemesi yapıp denklem düzenlenirse

$$\frac{x}{\underset{(3)}{2}} + \frac{x-1}{\underset{(2)}{3}} = \frac{5x+4}{6} \Rightarrow \frac{3x + 2 \cdot (x-1)}{6} = \frac{5x+4}{6}$$

$$\Rightarrow 3x + 2x - 2 = 5x + 4$$

$$\Rightarrow 5x - 2 = 5x + 4$$

$$\Rightarrow 5x - 5x = 4 + 2$$

$$\Rightarrow 0 \neq 6 \text{ bulunur.}$$

Denklemde x değişkeni yok olup eşitlik sağlanmıyorsa denklemin çözüm kümesi  $\emptyset$ 'dir. (boş küme)

Örnek

$$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+a} + \frac{1}{x-1} = 2$$

denkleminin bir kökü 2 olduğuna göre, a kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{3}$     B)  $-\frac{2}{3}$     C)  $-1$     D)  $-\frac{3}{2}$     E)  $-2$

Cözüm

Denklemin kökü denklemi sağlayan değişkenin değeri olduğundan  $x = 2$ 'dir. Bu değer denklemde yerine yazılırsa denklemi sağlamalıdır.

$$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+a} + \frac{1}{x-1} = 2 \Rightarrow \frac{1}{2+2} + \frac{1}{2+a} + \frac{1}{2-1} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{a+2} + 1 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a+2} = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a+2} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 3a + 6 = 4$$

$$\Rightarrow 3a = -2$$

$$\Rightarrow a = -\frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$



Örnek

$$5 - \frac{8}{3 + \frac{4}{x-2}} = 3$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

## Çözüm

Verilen bu soru türünde payda eşitleyerek işlem yapmak sorunun çözümünü uzatır. Burada işlemleri eşitliğin sonucuna göre tahmin ederek yapacağız.

$$5 - \frac{8}{3 + \frac{4}{x-2}} = 3 \Rightarrow \frac{8}{\boxed{3 + \frac{4}{x-2}}} = 2$$

$$\Rightarrow 3 + \frac{4}{\boxed{x-2}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{4}{\boxed{x-2}} = 1$$

$$\Rightarrow x - 2 = 4$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ bulunur.}$$

Not:

$ax + b = 0$  eşitliğinde

4.  $a \neq 0$  ise denklemin tek çözümü vardır veya çözüm kümesi tek elemanlıdır.
5.  $a = 0$  ve  $b = 0$  ise denklemin sonsuz tane çözümü vardır. Yani çözüm kümesi  $\mathbb{R}$ 'dir. (reel sayılar)
6.  $a = 0$  ve  $b \neq 0$  ise denklemin reel sayılarda çözümü yoktur. Yani çözüm kümesi  $\emptyset$ 'dir. (boş küme)

Örnek

$$6mx - 4 - 3x + 7 = x - 3$$

denkleminin tek çözümü olduğuna göre  $m$  aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{2}{3}$       C) 1      D)  $\frac{4}{3}$       E) 2

Çözüm



Çözüm

Denklem x'e göre düzenlenirse

$$\begin{aligned}6mx - 3x - x - 4 + 7 + 3 &= 0 \Rightarrow 6mx - 4x + 6 = 0 \\ &\Rightarrow (6m - 4)x + 6 = 0\end{aligned}$$

Denklemin tek çözümü olması için x'in katsayısının sıfırdan farklı olması gerekir.

$$\begin{aligned}\text{Yani; } 6m - 4 &\neq 0 \Rightarrow 6m \neq 4 \Rightarrow m \neq \frac{4}{6} \\ &\Rightarrow m \neq \frac{2}{3} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Örnek

$$(a - 2)x + 3 - b = 0$$

denklemini her  $x$  reel sayısı için sağlandığına göre  
 $a \cdot b$  çarpımı kaçtır?

A) 9

B) 6

C) 4

D) -4

E) -8

### Çözüm

Denklem her  $x$  reel sayısı için sağlanıyor ise  $x$ 'in katsayısı ve sabit sayı sıfır olmalıdır.

$$\text{Yani; } \underbrace{(a-2)}_0 x + \underbrace{3-b}_0 = 0$$

$$a-2=0 \Rightarrow a=2$$

$$3-b=0 \Rightarrow b=3 \text{ olur.}$$

Dolayısıyla  $a \cdot b = 2 \cdot 3 = 6$  bulunur.

Örnek

$$mx + n + 5x = 3m$$

denkleminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı ise  
 $m + n$  toplamı kaçtır?

- A) -15      B) -16      C) -18      D) -20      E) -24

## Çözüm

Verilen denklemdeki bütün ifadeleri eşitliğin aynı tarafına alıp ifadeyi ortak paranteze alalım.

$$\begin{aligned}mx + n + 5x = 3m &\Rightarrow mx + 5x + n - 3m = 0 \\&\Rightarrow (m + 5)x + n - 3m = 0\end{aligned}$$

Denklemin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğundan  $x$ 'in katsayısı ve sabit sayı sıfır olmalıdır.

$$m + 5 = 0 \Rightarrow m = -5$$

$$n - 3m = 0 \Rightarrow n = 3m \Rightarrow n = -15 \text{ olur.}$$

Böylece  $m + n = -5 - 15 = -20$  bulunur.

Örnek

$$ax - b = 3x - 7$$

denkleminin çözüm kümesi boş küme ise  $a \cdot b$  çarpımı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 21      B) 18      C) 15      D) 14      E) 12

Çözüm

Verilen denklemdeki bütün ifadeleri eşitliğin aynı tarafına alıp ifadeyi ortak paranteze alalım.

$$\begin{aligned}ax - b = 3x - 7 &\Rightarrow ax - 3x - b + 7 = 0 \\&\Rightarrow (a - 3)x - b + 7 = 0\end{aligned}$$

Denklemin çözüm kümesi boş küme olduğundan x'in katsayısı sıfır ve sabit sayı sıfırdan farklı olmalıdır.

$$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$-b + 7 \neq 0 \Rightarrow b \neq 7$$

Böylece  $a \cdot b = 3 \cdot 7 = 21$  olamaz.



## BİRİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER

İçerisinde iki bilinmeyen bulunan eşitliklere **iki bilinmeyenli denklem** denir.

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  ve  $b \neq 0$  olmak üzere genel olarak

$ax + by + c = 0$  şeklinde gösterilir.

$ax + by + c = 0$  ifadesinde  $x$  ve  $y$ 'ye **bilinmeyen**

$a$ ,  $b$  ve  $c$ 'ye **katsayı** denir.

Örnek

$3x + y = 8 \rightarrow x$  ve  $y$  değişkenine bağlı

$2a - 3b + 6 = 0 \rightarrow a$  ve  $b$  değişkenine bağlı

$4m + 3n = 12 \rightarrow m$  ve  $n$  değişkenine bağlı

birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerdir.

Örnek

$$(a + 2) \cdot x^2 + (2b + 5) \cdot y^2 + (c + 4) \cdot x \cdot y - x + 2y + 3 = 0$$

ifadesi  $x$  ve  $y$  değişkenlerine bağlı birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem olduğuna göre,  $a \cdot b \cdot c$  çarpımı kaçtır?

- A) -20      B) -18      C) -15      D) -12      E) -10

## Çözüm

Verilen ifadenin  $x$  ve  $y$  değişkenlerine bağlı birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem olabilmesi için  $x^2$  li,  $y^2$  li ve  $xy$ 'li terimlerin olmaması gerekir. Dolayısıyla bu terimlerin katsayıları sıfır olmalıdır.

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$2b + 5 = 0 \Rightarrow 2b = -5 \Rightarrow b = -\frac{5}{2}$$

$$c + 4 = 0 \Rightarrow c = -4 \text{ olur.}$$

$$\text{Böylece } a \cdot b \cdot c = (-2) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) \cdot (-4) = -20 \text{ bulunur.}$$

## Çözüm Kümesi Bulma

Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler  $x$  ve  $y$  değişkenlerinden oluştuğu için denklemin çözümü (veya kökü) sıralı ikili şeklinde olur.

Bu ikilide birinci bileşen  $x$ 'in değeri, ikinci bileşen  $y$ 'nin değeridir.

Denklemin kökü  $(x, y)$  sıralı ikilisi şeklinde gösterilir.

Denklemin çözüm kümesi  $\{(x, y)\}$  şeklinde gösterilir.

### Örnek

$$(2a + 3) \cdot x + (a - 1) \cdot y - 5 = 0$$

denkleminin bir kökü  $(-2, 3)$  olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

- A)  $-15$     B)  $-14$     C)  $-13$     D)  $-12$     E)  $-11$



### Çözüm

Denklemin bir kökü  $(-2, 3)$  ise  $x = -2$  ve  $y = 3$  olur. Bu değerler yerine yazılırsa denklemi sağlar. Buradan

$$\begin{aligned}(2a + 3) \cdot (-2) + (a - 1) \cdot 3 - 5 &= 0 \Rightarrow -4a - 6 + 3a - 3 - 5 = 0 \\ \Rightarrow -a - 14 &= 0 \\ \Rightarrow a &= -14 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

## DENKLEM SİSTEMİ

$a, b, c, d, e, f$  reel sayı olmak üzere,

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

ifadesine birinci dereceden iki bilinmeyenli **denklem sistemi** denir.

Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin ortak çözümü veya çözüm kümesi bulunurken aşağıdaki yöntemler kullanılabilir.

### a. Yok Etme Metodu

Denklemlerde yok edilecek bilinmeyenin katsayısı zıt işaretli olacak şekilde eşitlenir. İki denklem taraf tarafa toplanıp bir bilinmeyenli denkleme dönüştürülür.

**Örnek**

$$2x - y = 19$$

$$3x + 2y = 4$$

denklemler sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\{(6, 7)\}$

B)  $\{(-6, 7)\}$

C)  $\{(6, -7)\}$

D)  $\{(6, -4)\}$

E)  $\{(6, -2)\}$

### Çözüm

$2x - y = 19$  denkleminin terimleri 2 ile çarpılıp

$3x + 2y = 4$  denklemiyle toplanırsa,

$$2/2x - y = 19 \Rightarrow 4x - 2y = 38$$

$$3x + 2y = 4 \Rightarrow + 3x + 2y = 4$$

$$7x = 42$$

$x = 6$  bulunur.

Bulunan  $x$  değeri denklemlerden birinde yerine yazılırsa

$$2x - y = 19 \Rightarrow 2 \cdot 6 - y = 19 \Rightarrow 12 - 19 = y \Rightarrow y = -7$$

bulunur.

O hâlde denklem sisteminin çözüm kümesi  $\{(6, -7)\}$  olur.



## b. Yerine Koyma Metodu

Denklemlerden birindeki bir bilinmeyen diğeri cinsinden yazılır. Bu eşitlik ikinci denklemde yerine yazılıp ifade bir bilinmeyenli denkleme dönüştürülür.

Örnek

$$2x - y = 15$$

$$3x + 2y = 5$$

denklemin sisteminin çözüm kümesi  
aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\{(5, -5)\}$

B)  $\{(5, -2)\}$

C)  $\{(2, -5)\}$

D)  $\{(-2, -5)\}$

E)  $\{(-5, -2)\}$



özüm

$$\begin{cases} 2x - y = 15 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \text{ denklem sisteminde birinci denklemde } y$$

bilinmeyeni yalnız bırakılırsa,  $y = 2x - 15$  olur.

Bu değer ikinci denklemde yerine yazılırsa,

$$3x + 2 \cdot (2x - 15) = 5 \Rightarrow 3x + 4x - 30 = 5$$

$$\Rightarrow 7x = 35$$

$$\Rightarrow x = 5 \text{ olur.}$$

Bu değer,  $y = 2x - 15$  de yerine yazılırsa,  $y = -5$  bulunur.

O hâlde denklem sisteminin çözüm kümesi  $\{(5, -5)\}$  olur.



Örnek

Toplamları 91 olan iki sayıdan birinin 3 katı, diğerinin 4 katına eşittir.

Bu sayılardan küçük olan kaçtır?

- A) 39      B) 36      C) 34      D) 31      E) 29

Cözüm

Sayılar  $x$  ve  $y$  olsun.

Sayıların toplamı 91 olduğundan  $x + y = 91$  olur.

$x$  ve  $y$ 'den birinin 3 katı diğerinin 4 katına eşit ise

$3x = 4y$  olur.

İkinci denklemde  $x$  yalnız bırakılırsa  $3x = 4y \Rightarrow x = \frac{4y}{3}$  olur. Bu değer denklemde yerine yazılırsa

$$x + y = 91 \Rightarrow \frac{4y}{3} + y = 91 \Rightarrow \frac{7y}{3} = 91 \Rightarrow 7y = 273$$

$$\Rightarrow y = 39\text{'dur.}$$

Bulunan bu değer denklemlerin birinde yerine yazılırsa

$$x + y = 91 \Rightarrow x + 39 = 91 \Rightarrow x = 52 \text{ olur.}$$

O hâlde bu sayılardan küçük olanı 39 bulunur.



Not:

$ax + by + c = 0$  eşitliği her  $x, y$  reel sayı ikilisi için sağlanıyorsa  $a = 0$ ,  $b = 0$  ve  $c = 0$  olmalıdır.

Örnek

$$(2x - y + 4) \cdot a + (x + y - 13) \cdot b = 0$$

eşitliği her  $a, b$  reel sayısı için sağlanıyor ise,  $y$  kaçtır?

A) 11

B) 10

C) 8

D) 6

E) 2



**Cözüm**

Eşitlik her  $a, b$  reel sayısı için sağlanıyor ise  $a$  ve  $b$ 'nin katsayıları sıfıra eşitlenerek işlem yapılır.

$$2x - y + 4 = 0 \Rightarrow 2x - y = -4$$

$$x + y - 13 = 0 \Rightarrow x + y = 13$$

Denklemler taraf tarafa toplanır ise,

$$x + y = 13$$

$$+ 2x - y = -4$$

$$3x = 9$$

$$x = 3 \text{ tür.}$$

$x = 3$  değeri denklemlerin birinde yerine yazılırsa

$$x + y = 13 \Rightarrow 3 + y = 13 \Rightarrow y = 10 \text{ bulunur.}$$



**Not:**

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

denklem sisteminde

1.  $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$  ise denklem sisteminin tek çözümü vardır veya çözüm kümesi tek elemanlıdır.
2.  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{e}{f}$  ise denklem sisteminin çözüm kümesi reel sayılardır veya denklemin sonsuz çözümü vardır.
3.  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \neq \frac{e}{f}$  ise denklem sisteminin çözüm kümesi boş kümedir veya çözümü yoktur.

**Örnek**

$$ax + 6y - 5 = 0$$

$$(2 - a)x + 4y + 7 = 0$$

denklem sisteminin tek çözümü varsa a aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A)  $\frac{6}{5}$       B)  $\frac{7}{5}$       C)  $\frac{8}{5}$       D)  $\frac{9}{5}$       E) 2



### Çözüm

Denklem sisteminin tek çözümü varsa x'in katsayıları oranı ile y'nin katsayıları oranı farklı olmalıdır.

Yani;

$$\begin{aligned}\frac{a}{2-a} &\neq \frac{6}{4} \Rightarrow 4a \neq 12 - 6a \Rightarrow 10a \neq 12 \Rightarrow a \neq \frac{12}{10} \\ &\Rightarrow a \neq \frac{6}{5} \\ &\text{bulunur.}\end{aligned}$$

O hâlde denklem sisteminin tek çözümünün olabilmesi

için  $a = \frac{6}{5}$  olamaz.

### Örnek

$$(a-1)x + 4y = 2$$

$$3x + (b+1)y = 1$$

denklem sisteminin sonsuz çözümü olduğuna göre a · b çarpımı kaçtır?

A) 7

B) 4

C) 3

D) 1

E) -2



Çözüm

Denklem sisteminin sonsuz çözümünün olabilmesi için

$$\frac{a-1}{3} = \frac{4}{b+1} = \frac{2}{1} \text{ olmalıdır. Buradan}$$

$$\text{I. } \frac{a-1}{3} = \frac{2}{1} \Rightarrow a-1 = 6 \Rightarrow a = 7 \text{ 'dir.}$$

$$\text{II. } \frac{4}{b+1} = \frac{2}{1} \Rightarrow 2b+2 = 4 \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow b = 1 \text{ 'dir.}$$

Buradan  $a \cdot b = 7 \cdot 1 = 7$  bulunur.



### Örnek

$$(m - 1)x - 9y = 3$$

$$4x - (m - 1)y = 1$$

denklemler sisteminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre,  $m$ 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 5

B) 2

C) -1

D) -3

E) -5

Çözüm

$$\frac{m-1}{4} = \frac{-9}{-(m-1)} \neq \frac{3}{1}$$

$$(m-1)^2 = 36 \Rightarrow m-1 = \pm 6$$

I.  $m-1 = 6 \Rightarrow m = 7$

II.  $m-1 = -6 \Rightarrow m = -5$

olduğundan  $m = 7$  ve  $m = -5$  olur. Dolayısıyla toplamı-  
nı  $7 + (-5) = 2$  bulunur.



## ÖZEL DENKLEMLER

Bu kısımda üç bilinmeyen, üç denklemden oluşan ve özel çözümler gerektiren soru türlerini ele alacağız.

**Örnek**

$$a + b = 32$$

$$b + c = 17$$

$$a + c = 23$$

olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

A) 17

B) 18

C) 19

D) 20

E) 21

**Çözüm**

**I. Yol:**

Denklemler alt alta toplanırsa bilinmeyenlerin katsayıları aynı olur.

$$\begin{array}{r}
 a + b = 32 \\
 b + c = 17 \\
 + \quad a + c = 23 \\
 \hline
 2a + 2b + 2c = 72 \\
 a + b + c = 36
 \end{array}$$

$b + c = 17$  olduğundan yukarıdaki eşitlikte yerine yazılır.  $a$  bulunur.

$$a + \underbrace{b + c}_{17} = 36 \Rightarrow a + 17 = 36 \Rightarrow a = 19 \text{ bulunur.}$$

## II. Yol:

$a$ 'nın değerini bulabilmek için  $b$  ve  $c$  değişkenlerinin olduğu denklem "-" ile çarpılıp denklemler taraf tarafa toplanır.

$$\begin{array}{r}
 a + b = 32 \\
 -b - c = -17 \\
 + \quad a + c = 23 \\
 \hline
 2a = 38 \\
 a = 19 \text{ bulunur.}
 \end{array}$$



Örnek

$$3a - 3b + 4c = 9$$

$$2a - 6b + 8c = 2$$

olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 8

## Çözüm

1. denklemi  $-2$  ile çarpıp diğer denklemlerle taraf tarafa toplayalım.

$$-2/3a - 3b + 4c = 9 \Rightarrow -6a + 6b - 8c = -18$$

$$2a - 6b + 8c = 2 \Rightarrow \underline{+ 2a - 6b + 8c = 2}$$

$$-4a = -16$$

$$a = 4 \text{ bulunur.}$$

Örnek

$$2a + 3b + 4c = 11$$

$$4a + 3b + 2c = 13$$

olduğuna göre,  $a + b + c$  toplamı kaçtır?

A) -6

B) -4

C) 0

D) 4

E) 8



Çözüm

İki denklemini taraf tarafa toplarsak,

$$2a + 3b + 4c = 11$$

$$+ 4a + 3b + 2c = 13$$

$$6a + 6b + 6c = 24$$

$$6 \cdot (a + b + c) = 24 \Rightarrow a + b + c = 4 \text{ bulunur.}$$



Örnek

$$a \cdot b = 18$$

$$a \cdot c = 24$$

$$b \cdot c = 48$$

olduğuna göre, a'nın pozitif değeri kaçtır?

- A) 12      B) 8      C) 6      D) 3      E) 1

**Cözüm**

b ve c'yi yok etmek için 1. ve 2. denklemler çarpılıp, sonuç, 3. denkleme bölünür.

Buradan

$$\frac{a \cdot b \cdot a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{18 \cdot 24}{48} = a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \text{ bulunur.}$$

O hâlde a'nın pozitif değeri 3 bulunur.

Örnek

$\frac{a+b}{a \cdot b} = 9$  ve  $\frac{a-b}{a \cdot b} = 3$  olduğuna göre,  $b$  kaçtır?

A)  $\frac{1}{6}$

B)  $\frac{1}{4}$

C)  $\frac{1}{3}$

D)  $\frac{1}{2}$

E) 1

Çözüm

Verilen denklemler ortak paydadana ayrılırsa

$$\frac{a+b}{a \cdot b} = 9 \Rightarrow \frac{a}{a \cdot b} + \frac{b}{a \cdot b} = 9 \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = 9 \dots\dots (I)$$

$$\frac{a-b}{a \cdot b} = 3 \Rightarrow \frac{a}{a \cdot b} - \frac{b}{a \cdot b} = 3 \Rightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 3 \dots\dots\dots (II)$$

(I) ve (II) denklemleri alt alta yazılır ve taraf tarafa toplanır

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = 9$$

$$+ \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 3$$

$$\frac{2}{b} = 12 \Rightarrow b = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \text{ bulunur.}$$



Örnek

$$\frac{3}{a} - \frac{6}{b} = 9$$

$$\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 6$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2

B)  $\frac{3}{2}$

C) 1

D)  $\frac{1}{2}$

E)  $\frac{1}{3}$

Çözüm

2. denklem (2) ile çarpılıp, denklemler taraf tarafa toplanırsa

$$\frac{3}{a} - \frac{6}{b} = 9$$

$$+ \frac{4}{a} + \frac{6}{b} = 12$$

---

$$\frac{7}{a} = 21 \Rightarrow 7 = 21a \Rightarrow a = \frac{7}{21}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$



Örnek

$$a - \frac{4}{b} = 6$$

$$b - \frac{4}{a} = 9$$

olduğuna göre,  $\frac{a}{b}$  oranı kaçtır?

A)  $\frac{2}{3}$

B) 1

C)  $\frac{3}{2}$

D)  $\frac{5}{3}$

E) 2

### Çözüm

Verilen denklemlerde payda eşitleyip içler dışlar çarpımı yapılacak olursa

$$a - \frac{4}{b} = 6 \Rightarrow a \cdot b - 4 = 6b$$

$$b - \frac{4}{a} = 9 \Rightarrow a \cdot b - 4 = 9a \text{ olur.}$$

Bulunan denklemlerin sol tarafları eşit olduğundan sağ tarafları da eşit olmalıdır.

$$\text{Yani } 6b = 9a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

**Not:**

*m ve n pozitif çift tam sayılar olmak üzere,*

*$a^n + b^m = 0$  ise  $a = 0$  ve  $b = 0$  olmalıdır.*

**Örnek**

$(a + 5)^2 + (2b + 4)^2 = 0$  olduğuna göre,  $a \cdot b$  çarpımı kaçtır?

- A) 15      B) 12      C) 10      D) -10      E) -12

### Çözüm

Çift kuvvetli ifadelerin toplamı sıfır (0) ise sayıların kendisi de sıfır (0) olmalıdır.

$$(a + 5)^2 + (2b + 4)^2 = 0 \Rightarrow a + 5 = 0 \text{ ve } 2b + 4 = 0 \\ \Rightarrow a = -5 \text{ ve } b = -2 \text{ olur.}$$

Böylece  $a \cdot b = (-5) \cdot (-2) = 10$  bulunur.

Örnek

$(2x + y - 9)^4 + (x - y + 6)^6 = 0$  olduğuna göre,  
 $x + y$  toplamı kaçtır?

A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

E) 11

### Çözüm

Çift kuvvetli ifadelerin toplamı sıfır (0) ise sayıların kendisi de sıfır (0) olmalıdır.

$$(2x + y - 9)^4 + (x - y + 6)^6 = 0 \text{ ise}$$

$$2x + y - 9 = 0 \text{ ve } x - y + 6 = 0 \text{ olur.}$$

Denklemler alt alta yazılıp toplanacak olursa

$$\begin{array}{r} 2x + y - 9 = 0 \\ + \quad x - y + 6 = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$3x - 3 = 0$$

$$3x = 3$$

$$x = 1 \text{ olur.}$$

Bulunan bu değer denklemlerin birisinde yerine yazılırsa

$$x - y + 6 = 0 \Rightarrow 1 - y + 6 = 0 \Rightarrow y = 7 \text{ olur.}$$

Buradan  $x + y = 1 + 7 = 8$  bulunur.



**Örnek**

$x - y = 6$  ve  $x \cdot y + z^2 + 9 = 0$  eşitliklerini sağlayan  $x$ ,  $y$  ve  $z$  değerleri için  $x + y + z$  toplamı kaçtır?

- A)  $-3$       B)  $-1$       C)  $0$       D)  $1$       E)  $3$

### Çözüm

$x - y = 6$  eşitliğinde  $y = x - 6$  dır. Bu ifadede ikinci eşitlikte yerine yazılırsa  $x \cdot (x - 6) + z^2 + 9 = 0$  olur.

$$\text{O hâlde } x^2 - 6x + 9 + z^2 = 0$$

$$(x - 3)^2 + z^2 = 0 \text{ dir.}$$

Çift kuvvete sahip iki terimin toplamı 0 ise sayılar sıfır olmalıdır. Buradan

$$x - 3 = 0 \text{ yani } x = 3, z = 0 \text{ ve } y = -3 \text{ t'ür.}$$

$$\text{Böylece } x + y + z = 3 - 3 + 0 = 0 \text{ bulunur.}$$

**Örnek**

**Sıfırdan farklı a, b ve c sayıları için**

$$3 \cdot b \cdot c - 5 \cdot a = 0$$

$$4 \cdot a \cdot b - 3 \cdot c = 0$$

$$a \cdot c - 8 \cdot b = 0$$

**olduğuna göre  $a \cdot b \cdot c$  çarpımı kaçtır?**

A) 15

B) 12

C) 10

D) 8

E) 6

Çözüm

Sıfırdan farklı  $a, b, c$  sayıları için denklemler aşağıdaki gibi düzenlenip taraf tarafa çarpma işlemi uygulanırsa

$$3 \cdot b \cdot c = 5 \cdot a$$

$$4 \cdot a \cdot b = 3 \cdot c$$

$$\times \quad a \cdot c = 8 \cdot b$$

$$12 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 120 \cdot a \cdot b \cdot c \text{ olur.}$$

$a, b, c$  sıfırdan farklı sayılar olduğundan eşitliğin her iki tarafından sadeleştirme işlemi uygulandığında

$$a \cdot b \cdot c = 10 \text{ bulunur.}$$



1.  $\frac{0,24}{0,03} = \frac{x}{1,5}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 12      B) 10      C) 8      D) 6      E) 4

1. Ondalık sayılar rasyonel sayıya çevrilerek içler dışlar çarpımı yapılırsa

$$\frac{0,24}{0,03} = \frac{x}{1,5} \Rightarrow \frac{\frac{24}{100}}{\frac{3}{100}} = \frac{x}{\frac{15}{10}}$$

$$\Rightarrow \frac{24}{100} \cdot \frac{100}{3} = \frac{10x}{15}$$

$$\Rightarrow 8 = \frac{2x}{3}$$

$$\Rightarrow 2x = 24$$

$$\Rightarrow x = 12 \text{ bulunur.}$$

**Cevap A**



2.  $\frac{2}{3}(x+3) - \frac{1}{4}(x-2) = \frac{x}{6}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -10      B) -9      C) -8      D) -7      E) -6

2. Payda eşitlemesi yapıp denklem düzenlenirse

$$\frac{2}{3}(x+3) - \frac{1}{4}(x-2) = \frac{x}{6}$$

$$\frac{2x+6}{\underset{(4)}{3}} - \frac{x-2}{\underset{(3)}{4}} = \frac{x}{\underset{(2)}{6}}$$

$$8x + 24 - 3x + 6 = 2x$$

$$3x = -30$$

$$x = -10 \text{ bulunur.}$$

**Cevap A**



3.  $\frac{6}{x-2} + 3 = \frac{4}{x-2}$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1

B)  $\frac{4}{3}$

C)  $\frac{5}{3}$

D) 6

E)  $\frac{7}{3}$



3. Paydaları aynı olan sayılar bir araya alınırsa

$$\frac{6}{x-2} + 3 = \frac{4}{x-2} \Rightarrow \frac{6}{x-2} - \frac{4}{x-2} = -3$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x-2} = -3$$

$$\Rightarrow -3x + 6 = 2$$

$$\Rightarrow -3x = -4$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

**Cevap B**



4. 
$$\frac{3}{a-1} + \frac{a}{a+1} - \frac{10}{3a-1} = \frac{2}{a-2} + \frac{41}{14}$$

denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2      B) -1      C)  $\frac{1}{3}$       D) 1      E) 2

4. Verilen ifadelerin paydalarına bakılırsa denklemin kökü paydaları sıfır yapmamalıdır.

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ olamaz.}$$

$$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ olamaz.}$$

$$3a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \text{ olamaz.}$$

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ olamaz.}$$

Dolayısıyla denklemin kökü  $-2$  olabilir.

**Cevap A**



5.  $\frac{x+1}{2} - y = 3$

$$3x + 4y = 20$$

denklem sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left\{ \left( -6, -\frac{1}{2} \right) \right\}$     B)  $\left\{ \left( 6, -\frac{1}{2} \right) \right\}$     C)  $\left\{ \left( -6, \frac{1}{2} \right) \right\}$

D)  $\left\{ \left( 6, \frac{1}{2} \right) \right\}$     E)  $\left\{ \left( \frac{1}{2}, 6 \right) \right\}$

5. Birinci denklemde payda eşitlemesi yapıp denklem düzenlenirse

$$\frac{x+1}{2} - \underset{(2)}{y} = \underset{(2)}{\frac{3}{1}} \Rightarrow x + 1 - 2y = 6 \Rightarrow x - 2y = 5 \text{ olur.}$$

Birinci denklem düzenlendikten sonra 2 ile genişletilerek denklemler taraf tarafa toplanır.

$$\begin{array}{r} 2/x - 2y = 5 \\ + \quad 3x + 4y = 15 \\ \hline 2x - 4y = 10 \\ + \quad 3x + 4y = 20 \\ \hline 5x = 30 \end{array}$$

$x = 6$  bulunur.

$x$ 'in değeri yerine yazılarak  $y$ 'nin değeri bulunur.

$$x - 2y = 5 \Rightarrow 6 - 2y = 5$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

Çözüm kümesi  $\left\{ \left( 6, \frac{1}{2} \right) \right\}$  bulunur.

**Cevap D**



6.  $2x + y = 7$   
 $x - 2y = 6$   
 $mx + 4y = 8$

denklemler sisteminin tek çözümü olduğuna göre,  $m$  kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

6. Birinci denklem 2 ile genişletilip ikinci denklemle taraf tarafa toplanırsa

$$\begin{array}{r} 2/ 2x + y = 7 \\ + \quad x - 2y = 6 \\ \hline 4x + 2y = 14 \\ + \quad x - 2y = 6 \\ \hline 5x = 20 \end{array}$$

$x = 4$  bulunur.

$x$ 'in değeri yerine yazılırsa

$$2x + y = 7 \Rightarrow 2 \cdot 4 + y = 7$$

$$\Rightarrow 8 + y = 7$$

$$\Rightarrow y = -1 \text{ bulunur.}$$

Denklem sisteminin bir çözümü olduğundan  $x$ 'in ve  $y$ 'nin değerleri üçüncü denklemi de sağlar.

$x = 4$  ve  $y = -1$  yerine yazılırsa

$$mx + 4y = 8 \Rightarrow 4m - 4 = 8 \Rightarrow 4m = 12 \Rightarrow m = 3 \text{ bulunur.}$$

**Cevap B**



7.  $3mx + 8 = 5 - 9x$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre,  $m$  kaçtır?

- A) -3      B) -2      C) 1      D) 2      E) 3



7. Verilen ifadeler aynı tarafa toplanıp denklem düzenlenirse

$$3mx + 8 = 5 - 9x \Rightarrow 3mx + 9x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (3m + 9)x + 3 = 0$$

Çözüm kümesinin boş küme olması için x'in katsayısının sıfır olması ve sabit sayıların bir eşitlik oluşturmaması gerekir.

Yani,

$$3m + 9 = 0 \Rightarrow 3m = -9 \Rightarrow m = -3 \text{ bulunur.}$$

**Cevap A**



8.  $(a - x) \cdot 3 + 2bx = 6$

denklemini her  $x$  reel sayısı için sağlandığına göre,  
 $a \cdot b$  çarpımı kaçtır?

A)  $\frac{1}{2}$

B) 2

C)  $\frac{3}{2}$

D) 3

E) 4



8. Verilen ifade düzenlenirse

$$3a - 3x + 2bx - 6 = 0$$

$$(2b - 3)x + 3a - 6 = 0$$

olur. Her  $x$  reel sayısının çözüm olabilmesi için  $x$ 'in kat sayısının sıfır ve sabit sayıların da sıfır olması gerekir.

Yani,

$$2b - 3 = 0 \Rightarrow 2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$3a - 6 = 0 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$a \cdot b = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \text{ bulunur.}$$

**Cevap D**

9.  $2x + 3y = 4$

$$mx + 6y + 2n = 0$$

**denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre,  $m + n$  toplamı kaçtır?**

- A) 4      B) 3      C) 2      D) 1      E) 0



9. Denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı ise x'lerin katsayıları oranı, y'lerin katsayıları oranı ve sabit sayıların oranı eşit olmalıdır.

$$2x + 3y - 4 = 0$$

$$mx + 6y + 2n = 0 \text{ ise}$$

$$\frac{2}{m} = \frac{3}{6} = \frac{-4}{2n} \text{ olur.}$$

$$\frac{2}{m} = \frac{3}{6} \Rightarrow 3m = 12 \Rightarrow m = 4$$

$$\frac{3}{6} = \frac{-4}{2n} \Rightarrow 6n = -24 \Rightarrow n = -4$$

Böylece  $m + n = 4 - 4 = 0$  bulunur.

**Cevap E**



10.  $x + ay = 5$

$ax + 4y = 10$

denklemler sisteminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

A)  $-3$

B)  $-2$

C)  $-1$

D)  $2$

E)  $3$



10. Denklem sisteminin çözüm kümesi boş küme ise x'lerin katsayıları oranı ile y'lerin katsayı oranı eşit fakat sabit sayıların oranı bunlardan farklı olmalıdır.

$$\frac{1}{a} = \frac{a}{4} \neq \frac{5}{10} \text{ ise}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{a}{4} \Rightarrow a^2 = 4$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ veya } a = -2$$

$$a = 2 \text{ için } \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \neq \frac{5}{10} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$$

olduğundan  $a = 2$  olamaz.

$$a = -2 \text{ için } \frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \neq \frac{5}{10} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$$

olduğundan  $a = -2$  olmalıdır.

**Cevap B**