

HİPOTEZ TESTLERİ

DERS NOTLARI

Prof.Dr. Mehmet Ali CENGİZ

Prof.Dr.Yüksel TERZİ

**ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN-EDEBİYAT FAKÜLTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ
SAMSUN
2018**

İÇİNDEKİLER

1. GİRİŞ	3
1.1. Temel kavramlar.....	3
1.1.1.Sıfır Hipotezi ve Karşıt Hipotez	4
1.2. Birinci ve İkinci Tip Hatalar	7
1.3. Test İstatistiği, Kritik Bölge, Kritik Değer.....	12
1.4. Testin Gücü	24
2.BİR ANAKÜTLE PARAMETRELERİ İLE İLGİLİ HİPOTEZ TESTLERİ	36
2.1 Bir Anakütle Ortalamasının Hipotez Testi.....	37
2.2. Bir Anakütle Oranının Hipotez Testi	41
2.3. Bir Anakütle Varyansının Hipotez Testi	51
3.İKİ ANAKÜTLE PARAMETRELERİ İLE İLGİLİ HİPOTEZ TESTLERİ	57
3.1. Bağımsız Örnekler ile Ortalama Farkına İlişkin Hipotez Testi.....	57
3.2. Bağımlı (Eşli Gözlemler) Örnekler ile İki Ortalama Farkına İlişkin Hipotez Testi	62
3.3. İki Oran Farkı İçin Hipotez Testi	65
3.4. İki Varyansa İlişkin Hipotez Testi.....	73
4.VARYANS ANALİZİ (ANOVA)	76
4.1.Model Varsayımları	77
4.2. Varyans Homojenliği İçin Hipotez Testi	79
4.3. Çoklu Karşılaştırma Testleri	82
5.Kİ-KARE TESTLERİ	89
5.1. Ki-Kare Uygunluk Testi.....	90
5.2. Ki-Kare Bağımsızlık Testi	92
5.3. Mc-Nemar Testi.....	102
5.4.Cohen Kappa	105
EKLER: TABLOLAR	109
FOMÜLLER	116
KAYNAKLAR	118

1. GİRİŞ

1.1. Temel kavramlar

Uygulamalarda çoğu zaman örneklemden elde edilen bilgiler yardımıyla anakütle parametreleri hakkında bir karara varmaya çalışılır. Örneğin yeni bir öğretim sisteminin eskisinden farklı olup olmadığına karar verilebilir. Burada önemli olan nokta, bu farkların rastgele seçimin sonucu olan örnekleme hatalarından mı ileri geldiği, yoksa gerçekten bir değişimin olduğunun belirlenmesidir.

Bu farkların istatistiksel açıdan anlamlı (önemli) olup olmadığına bazı testler sonucunda karar verilir.

Anaküteller gösterdikleri olasılık dağılımları ile tanımlanırlar. Bu dağılımlar bilindiği takdirde popülasyonlar hakkında verilecek kararlar kesinlik kazanır. Fakat anakütle dağılımları genellikle bilinmez. Dolayısıyla da bu tip kararların verilebilmesi zordur.

Anaküteller hakkında bilgi edinmenin diğer bir yolu örneklemedir. Uygun bir şekilde seçilen şans örnekleri yardımıyla anakütlenin gösterdiği dağılıma ait parametreler tahmin edilir. Belirli varsayımlara dayanarak örneklerden elde edilen bu tahminler yardımıyla belli bir risk karşılığında popülasyonlar veya bunların gösterdiği dağılımlar hakkında çeşitli kararlar verilir. Bu **kararlar verilirken ya bir tahmin yapılır ya da konu ile ilgili belirli bir varsayımda bulunulur**. Gerçekleşsin veya gerçekleşmesin ileri sürülen bu tip varsayımlara **HİPOTEZ** denir.

Hipotez kısaca doğruluğu bir araştırma ya da deney ile test edilmeye çalışılan öngörülere denir. Hipotez testleri bir örneklem ortalaması ile bu örneklemin çekilmiş olduğunu düşündüğümüz ortalaması etrafındaki farkın anlamlı olup olmadığını (yani önemli bir fark olup olmadığını) araştırmamızı sağlayan testlerdir.

Eğer iki anakütlenin ortalamaları arasındaki fark ile ilgileniyorsak; bunlardan çekilen örneklemelerin ortalamalar arasındaki farka ait hipotez testleri yaparak, farkın doğru olup olmadığını anlayabiliriz.

İstatistiksel hipotezler anakütle parametrelerine ilişkin olarak ileri sürülen ve geçerliliği olasılık kanunlarına göre araştırılabilen özel önermelerdir. İstatistiksel hipotezlerin diğer hipotezlerden farkı, hipotezin bir frekans bölünmesiyle ilgili olmasıdır. Örneğin *“belirli bir markayı taşıyan akülerin ortalama ömrünün 2.5 saat olduğunu ileri sürdüğümüzde bir hipotez önermiş oluruz.* Bunun anlamı normal olan bir dağılımın aritmetik ortalaması 2.5 saate eşittir.

Bir hipotez ya doğru ya da yanlıştır. Bunu araştırmak için anakütleden rastgele seçilmiş belli bir örneklemdeki birimler incelenir ve bu örneklemden hareketle hipotezin geçerli olup olmadığı hakkında bir karara varılır. **Örneklem istatistiklerinden yararlanarak bir hipotezin geçerli olup olmadığını ortaya koyma işlemine istatistiksel hipotez testi veya hipotez testi denir.**

ÖZET

Hipotez karşılaşılan özel duruma ilişkin bir önermedir.

İstatistiksel hipotez herhangi bir anakütle parametresine ilişkin olarak ileri sürülen ve doğruluğu olasılık kurallarıyla araştırılabilen önermedir.

1.1.1.Sıfır Hipotezi ve Karşıt Hipotez

Hipotez testinde bir hipotezle onun karşıtı diğer bir hipotezden hangisinin örneklemden elde edilen sonuç ile daha iyi bağdaştığı araştırılmaktadır. Karşılaştırılan iki hipotezden birine sıfır hipotezi (istatistiksel hipotez), diğerine ise karşıt hipotez (araştırma hipotezi) adı verilir. Hipotezlerin daima örneklem alınmadan önce kurulması gerekir.

İstatistiksel bir araştırmada iki tür hipotez kurulur. “Eşit, fark yoktur, önemli değildir, en az(fazla) ... kadardır” biçiminde kurulan hipoteze “**yokluk (null), boş ya da sıfır hipotezi**” denir ve H_0 ile gösterilir. H_0 hipotezine karşı test edilen hipoteze ise “**alternatif (alternative), seçenek ya da karşıt hipotez**” denir ve H_1 ile gösterilir.

H_0 ve H_1 hipotezleri genelde aşağıdaki gibi kurulur.

H_0 : Örneklemden elde edilen değer ile anakütlenin bilinen değeri arasında bir fark yoktur.

H_1 : Örneklemden elde edilen değer ile anakütlenin bilinen değeri arasında bir önemli (anamlı) bir fark vardır.

Genellikle araştırmacılar sıfır hipotezinin reddedilmesini ve karşıt hipotezin kabul edilmesini isterler. Eskiden beri geçerli sayılmış önerme sıfır hipotezi, yeni görüş ise karşıt hipotezi olur.

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p \neq p_0 \quad \text{veya}$$

$$H_1 : p > p_0 \quad \text{veya}$$

$$H_1 : p < p_0 \quad \text{şeklinde kurulur}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \quad \text{veya}$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \quad \text{veya}$$

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 \quad \text{şeklinde kurulur .}$$

Bu ifadeler araştırmacının konu ile ilgili ön yargısına bağlı olarak değişir. Eğer araştırmacı I. uygulamanın II. uygulamadan iyi olacağına dair ön yargısı varsa $H_1: \mu_1 > \mu_2$ şeklinde kurulur. Hiçbir ön yargısı yoksa, $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ şeklinde kurulur.

Hipotez testleri için temel varsayımlar:

- Örneğe alınan birimler birbirlerinden bağımsız olarak seçilmiş olmalıdırlar.
- Anakütle(ler) normal dağılıma sahip olmalıdır (Parametrik hipotez testleri için).
- İki bağımsız anakütle söz konusu ise bunların varyansları eşit olmalıdır (Parametrik hipotez testleri için).

Hipotez testinin aşamaları

- 1) Hipotezlerin oluşturulması
- 2) Anlam düzeyinin (α) belirlenmesi
- 3) Örnekleme dağılımının belirlenmesi
- 4) Ret bölgesinin belirlenmesi
- 5) Test istatistiğinin hesaplanması ve yorum

1) Hipotezlerin Oluşturulması: “Sıfır hipotezi” ana kütle parametresinin önceden belirlenmiş, bilinen değerini göstermektedir. “Karşıt hipotez” ise, sıfır hipotezinin reddi halinde kabul edilmesi gereken hipotezdir. Bazen bir, bazen de birden fazla karşıt hipotez söz konusu olabilir. Ancak hipotez test edilirken, tek bir karşıt hipotez ileri sürüleceği açıktır. Hemen ekleyelim ki bazı hallerde sıfır hipotezinin reddi durumunda karşıt bir hipotez kabul edilmez. Ne var ki, daha öncede belirtildiği gibi pratik bir yarar sağlamadığından bu yola nadiren başvurulmaktadır. Karşıt hipotezin sıfır hipotezinden “farklı” veya “büyük” yahut “küçük” oluşuna göre testler çift veya tek “büyük” yahut “küçük” oluşuna göre testler çift veya tek taraflı olmaktadır. Testte aşağıdaki üç takım testten birincisine veya ikincisine başvurulduğunda “tek taraflı test”, üçüncüsü dikkate alındığında “çift taraflı test” söz konusu olur.

$$\left. \begin{array}{l} H_0 : \varphi = \varphi_0 \\ H_1 : \varphi > \varphi_0 \end{array} \right\} (1) \text{ Tek Taraflı Test}$$
$$\left. \begin{array}{l} H_0 : \varphi = \varphi_0 \\ H_1 : \varphi < \varphi_0 \end{array} \right\} (2) \text{ Tek Taraflı Test}$$
$$\left. \begin{array}{l} H_0 : \varphi = \varphi_0 \\ H_1 : \varphi \neq \varphi_0 \end{array} \right\} (3) \text{ Çift Taraflı Test}$$

Uygulanacak olan testin tek taraflı mı, yoksa çift taraflı mı olacağını tespit etmek için, verilecek karar göz önünde bulundurulur. Meselâ, problem yeni geliştirilen bir üretim sisteminin uygulanıp uygulanamayacağı ise tek taraflı testin tercih edilmesi yerinde olur. Nitekim yeni geliştirilen üretim sistemi, eskisine göre daha üstün olmadıkça hiçbir kimse bunu işletmesinde kullanmak istemez. Buna karşılık, problem meselâ bir paketleme makinesinin normal çalışıp çalışmadığını kararlaştırmak ise çift

tarafli bir testten yararlanabilir. Çünkü paketlerin tespit edilen standart ağırlıktan daha hafif veya daha ağır olması aynı sonucu yani makinenin iyi çalışmadığını gösterir.

2) Anlamlılık Düzeyinin Seçilmesi: Gerek I. tip hatayı gerekse II. tip hatayı minimuma indirecek şekilde α 'nın çeşitli istatistiksel tekniklerle belirlenmesi mümkün ise de, test yapanın α ve β hatalarına vereceği önem de α 'nın seçiminde rol oynamaktadır. Genellikle %1 ve %5 anlamlılık düzeyleri kullanılmakta ve kararın etkilenmesi için α 'nın değeri testin başlangıcında tespit edilmektedir.

3) Örneklem Dağılımının Belirlenmesi: Örneklem incelenmesiyle elde edilecek sonuçlar olasılığa dayanılarak yorumlanacağından uygun bir olasılık bölünmesinin belirlenmesi zorunlu hale gelir. Daha önce de belirttiğimiz gibi, anakütle normal bölündüğünde veya ana kütle normal bölünse bile örneklem hacmi yeteri kadar büyük ($n \geq 30$) olduğunda örneklem bölünmesi normal bölünme mahiyetinde olmaktadır. Dolayısıyla, örneklem hacminin yeteri kadar büyük olması halinde testlerde normal bölünmeye başvurulabilir.

4) Ret Bölgesinin Belirlenmesi: Anlamlılık düzeyinin belirlenmesi ile birlikte ret bölgesinin büyüklüğü de tespit edilmiş olur. Diğer taraftan karşıt hipoteze göre de ret bölgesinin yeri belirlenir. Karşıt hipotez, anakütle parametresinin sıfır hipotezinde belirlenmiş olan ana kütle parametresinden daha büyük ($H_1: \theta > \theta_0$) veya daha küçük ($H_1: \theta < \theta_0$) bir değer olduğu şeklinde ise ret bölgesi ilk durumda bölünmenin sağ ucunda, 2. durumda sol ucunda bulunur. Buna karşılık, karşıt hipotez ana kütle parametresinin sıfır hipotezinde belirlenene eşit olmadığı ($H_1: \theta \neq \theta_0$) yolunda ise ret bölgesi bölünmenin her iki ucunda yer alır.

5) Test İstatistiğinin Hesaplanması: İstatistiksel karar, ileri sürülen sıfır hipotezi ile örneklemlerden elde edilmiş ortalama, oran vs. gibi istatistiklerin kıyaslanması sonucu ve örneklem istatistiği ile sıfır hipotezinde belirlenmiş olan ana kütle parametresi arasındaki farkı standart hata birimleriyle ifade eden bir ölçüye ihtiyaç vardır. Kısaca üzerinde test kurulan örneklem istatistiğine “test istatistiği” denir.

1.2. Birinci ve İkinci Tip Hatalar

Bir hipotez testi sonucunda örneklem istatistiklerine göre şu dört durumdan birisi gerçekleşmiş olur.

- I. H_0 gerçekte doğrudur ve reddedilmemiştir (kabul edilmiştir).
- II. H_0 gerçekte doğrudur, fakat reddedilmiştir (kabul edilmemiştir).
- III. H_0 gerçekte yanlıştır, fakat reddedilmemiştir (kabul edilmiştir).
- IV. H_0 gerçekte yanlıştır ve reddedilmiştir (kabul edilmemiştir).

Tablo 1.1. Birinci ve İkinci Tip Hatalar

		Gerçek Durum	
		H_0 Doğru	H_0 Yanlış
Test Sonucu	H_0 Red	I. Tip Hata $P(\text{I. Tip Hata}) = \alpha$	Doğru Karar = $1 - \beta$
	H_0 Kabul	Doğru Karar = $1 - \alpha$	II. Tip Hata $P(\text{II. Tip Hata}) = \beta$

α : Gerçekte doğru olan sıfır hipotezinin reddedilmesi olasılığını (anlamlılık düzeyini),

$1 - \alpha$: Gerçekte doğru olan sıfır hipotezinin reddedilmeme (kabul edilmesi) olasılığını yani testin güvenilirlik düzeyini,

β : Gerçekte yanlış olan sıfır hipotezinin reddedilmeme (kabul edilmesi) olasılığını,

$1 - \beta$: Gerçekte yanlış olan sıfır hipotezinin reddedilmesi olasılığını yani testin gücünü gösterir.

H_0 hipotezi doğru iken reddedilmesi olasılığı “**I. Tip hata (Type I error)**” olarak adlandırılır.

$$\alpha = P(H_0 \text{ Red} | H_0 \text{ Dogru}) = P(\text{I. Tip hata yapma})$$

Bu olasılık (α) aynı zamanda “**anlamlılık düzeyi (significance level)**” ya da

“**önemlilik düzeyi**” olarak da adlandırılır. Hipotez testi yapılırken önceden belirlenen α genellikle 0.01, 0.05 ve 0.10 olarak alınır.

H_0 hipotezi yanlış iken, kabul edilmesi olasılığı “**II. Tip hata (Type II error)**” olarak adlandırılır.

$$\beta = P(H_0 \text{ Kabul} | H_0 \text{ Yanlıs}) = P(\text{II. Tip Hata Yapma})$$

H_0 hipotezi doğru iken, kabul edilmesi olasılığı $(1 - \alpha)$ olup “**güven düzeyi (confidence level)**” olarak adlandırılır.

$$1 - \alpha = P(H_0 \text{ Kabul} | H_0 \text{ Dogru})$$

H_0 hipotezi yanlış iken, reddedilmesi olasılığı $(1 - \beta)$ olup “**testin gücü (power test)**” olarak adlandırılır.

$$1 - \beta = P(H_0 \text{ Red} | H_0 \text{ Yanlıs})$$

Hipotez testlerinde öncelikle, yokluk ve seçenek hipotezleri belirlenir. Daha sonra α anlamlılık düzeyine karar verilir. α 'nın 0.01 ve 0.05 gibi küçük seçilmesinin nedeni, doğru olan bir hipotezi reddetme olasılığının olabildiğince küçük olmasının istenmesidir. Test istatistiğinin hesaplanmasından sonra hipotez hakkında iki şekilde karar verilir:

- Test istatistiği tablo değeri ile karşılaştırılır.
- Test istatistiğine ilişkin p- değeri hesaplanır ve α ile karşılaştırılır ($p \leq 0.05$ ise H_0 hipotezi reddedilir).
- Son aşamada hipotez hakkında verilen kararlar yorumlanır.

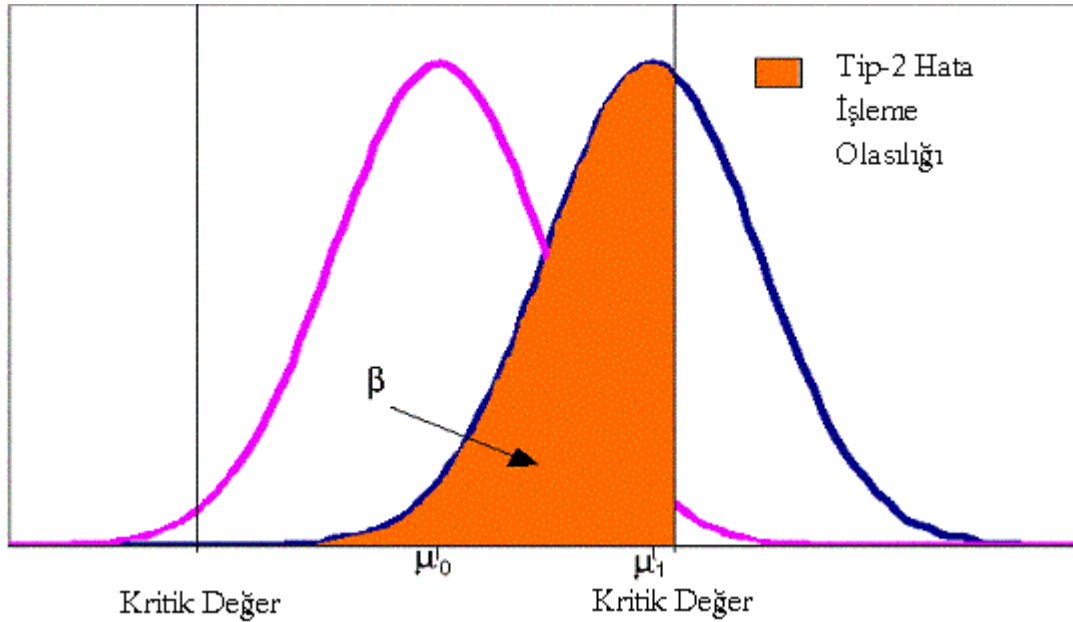
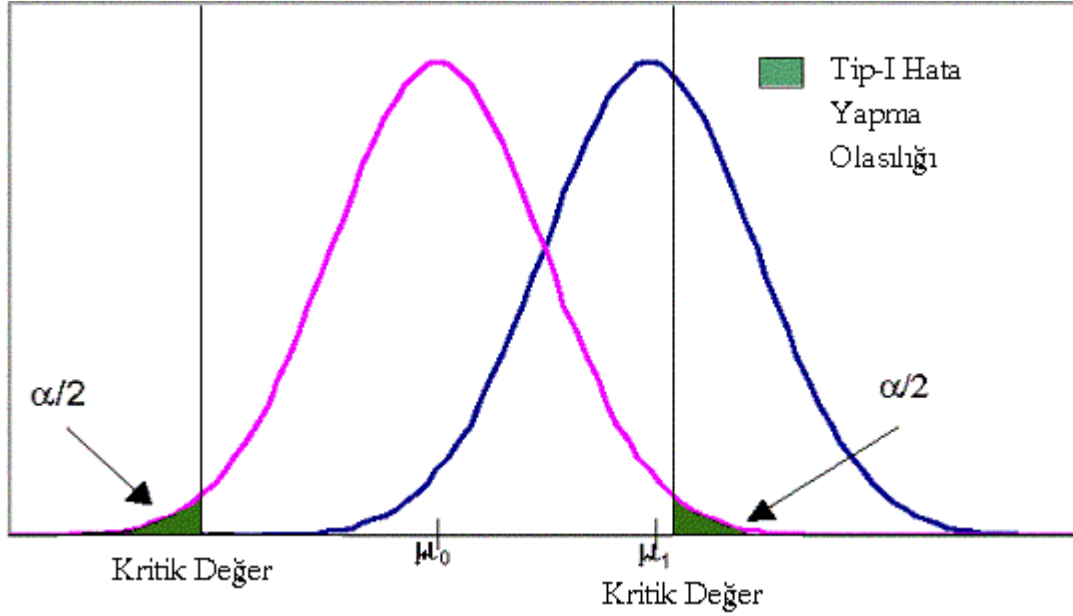
H_0 gerçekten doğru ise araştırmacı bu doğru iddiayı testin sonucundaki hesapladığı değere göre **ret ederse**, hata yapmış olacaktır, istatistikte buna “**I. Tip Hata**” denir. Bu hatanın yapılması olasılığı da (α) ile gösterilir. Bu olasılık “testin önem düzeyi” veya “anlamlılık düzeyi” olarak da adlandırılır. Yani $\alpha=0.05$ önem düzeyinde test yapıldığında, bunun anlamı; araştırmacı doğru bir H_0 hipotezini ret etmek için 0.05 lik bir hata yapma riskini kabulleniyor demektir. Bu genelde hipotez kurulurken peşinen kabul edilen risktir.

Araştırmacı istatistik testi yapabilmesi için belirli bir düzeyde hata yapma riskini de üzerine alması gerekir, aksi halde test yapamaz.

Araştırmacı istatistik test yaparken bir başka şekilde de hata yapabilir. Bu da, **H_0 ile ileri sürülen iddia gerçekten doğru değilse** ve araştırmacı test istatistiğinde elde ettiği değere bakarak bu yanlış iddiayı **kabul ederse** yine hata yapmış olacaktır. Bu tip hata ya da istatistik de “**II. Tip Hata**” denir. II Tip Hata yapma olasılığı β ile gösterilir.

Genelde istatistikte α 'nın değeri %5 veya %1 olarak sabit seçilir. β nın değeri için alışılmış bir değer yoktur.

Hipotez testinde amaç sıfır hipotezini ret veya kabul etmek olduğundan, I. ve II. tip hataları aynı anda işlemek mümkün değildir. İstatistik testler yapılırken bu hata olasılıkları mutlaka vardır ve her ikisini aynı anda küçültmek mümkün değildir. α küçülürken β büyür, β küçülürken α büyür.



Sıfır hipotezi ret edilemediği zaman hala zihinlerde iki olasılık vardır:

a) Sıfır hipotezi gerçekten doğrudur.

b) Sıfır hipotezi yanlıştır. Yani istatistikte de uygulama önemli etkiye sahip değildir denmesi, onun gerçekten etkisiz olduğunu göstermez, örnek büyüklüğü yeterli olmayabilir. Bu durumda testin gücünü hesaplamak gerekir. Test güçlü ise karar doğru olabilir, testin gücü az ise karardan şüphe duyulur.

İstatistiksel olarak önemli farklılık bulunmuştur denildiğinde, bunun anlamı H_0 hipotezi reddedilmiştir demektir. Araştırmacı eğer α 'yı küçük tutmayı yeğliyorsa, bu H_0 gerçekten doğru ise bunu reddetme riskini azaltıyor demektir. Araştırmacı buna kendi karar verir.

Örnek 1.1. İstatistik test mantıksal olarak bir ceza mahkemesinde yapılan işin aynını yapmaktadır. Tüm şüphelenmelere rağmen “Sanık suçu ispatlanana kadar masumdur” mantığı hâkimdir. Sanık hariç sanığın avukatı dâhil mahkemedeki herkesin zihninde sanığın suçlu olduğuna dair bir şüphe her zaman vardır (H_1).

Mahkemenin her kararını %100 doğrulukla verdiğini hiç kimse söyleyemez, bir çok kez gerçek suçlunun beraat ettiğini (β) veya suçsuz birinin mahkum olabildiğini görmüşüzdür (α).

Mahkeme	Önem Testi
İddia: Her sanık suçlu bulunana kadar masumdur .	H_0: $\mu=0$, ilacın etkisi yoktur.
İddia: Sanık suçludur	H_1: $\mu \neq 0$, ilaç etkilidir.
Delil toplama	Araştırma yapma (Örnek büyüklüğü)
Toplanan delillerin değerlendirilmesi	Veri/İstatistik test
Yasalar, ilgili yasa maddeleri	İstatistik kurallar, varsayımlar (Normallik, varyans homojenliği vs)
Karar	Test sonucu
Yanlış karar: Masum bir sanığın mahkum olması	I. Tip hata (H_0 gerçekten doğru olduğu halde bunun reddi, yani ilaç gerçekten etkisiz olduğu halde delillere göre etkili bulmak)
Yanlış karar: Suçlunun mahkemece delil yetersizliğinden serbest bırakılması	II. Tip hata (H_0 gerçekten yanlış olduğu halde bunun kabulü, yani ilaç gerçekten etkili olduğu halde delillere bakarak etkisiz olarak bulmak)

Mahkeme iki tip hatayı da yapabilmektedir.

- Masum birinin suçlu bulunması I. Tip hatadır (işlenme olasılığı α dır).

- *Suçlu birinin beraat ettirilmesi II Tip hatadır (işlenme olasılığı β dır).*

II. Tip hata veride anlamlı bir şeyler varsa bunun göz ardı edilmesi hatasıdır. Yani mahkemede suçla ilgili bazı göstergeleri olan, ama yeterli görülmeyen birinin beraat ettirilmesi gibi.

II. Tip hatanın işlenmesi birçok faktöre bağlıdır. Bunlardan *ilki* eldeki veri suç göstergesi olarak ne kadar bilgi taşıyor. Eğer göstergeler çok güçlü ise II Tip hatanın işlenmesi olasılığı fazla olmaz. *İkinci faktör* suç göstergesi olan bilgiler arasındaki değişkenliktir. Yani delil olarak toplanan bilgiler çok fazla değişkense, kendi arasında çok farklılık gösteriyorsa hata yapma olasılığı artar.

Üçüncü faktör delil olarak toplanan bilginin yeterli miktarda olması gerekir, yani örnek büyüklüğü doğru kararın verilmesinde önemli bir etmendir. Eğer toplanan delil sayısı az ise II Tip hata yapma olasılığı artar. Çok fazla delil toplandığında yani büyük denekli çalışmalarda II. Tip hata yapma olasılığı çok düşüktür, küçük çalışmalarda II. Tip hata yapma olasılığı büyüktür.

Mahkemede karar verirken yanlış yasa kullanılarak doğru karar verilemeyeceğine göre, istatistikte de varsayımlar tutmuyorsa verilen kararın doğruluğu şüphe götürür. Yani her yöntemin hangi varsayımlar altında doğru karar vermeye yardımcı olacağını bilmek gerekir. Diğer bir ifade ile verilerin analizinden önce mutlaka varsayımların testleri yapılarak kontrol edilmelidir.

Örnek 1.2. Ali ortağının kendisini aldattığından şüphelidir. Bu bakımdan birbirlerini tamamlayan aşağıdaki hipotezleri ileri sürer.

H_0 :Ortağım beni aldatıyor,

H_1 :Ortağım beni aldatmıyor,

Bu önermelerin, doğrulukları henüz bilinmediği için, test edilmeleri gerekir. Hipotezlerin testi için elde bazı kanıtlar bulunmalıdır. Burada kanıtlar, ortağının sık sık yurtdışına çıkması, ev eşyalarını değiştirmesi, kendisinden daha lüks bir hayat yaşaması vb. olabilir. Kanıtların yeterlilik derecesi ne olursa olsun, varılacak sonuç hatalı olabilecektir. Yani Ali elindeki kanıtlara dayanarak “Ortağım beni aldatıyor” veya “Ortağım beni aldatmıyor” sonucunu çıkarırsa, bu iki sonuçta hatalı olabilir. Bu ifadelerimizi bir tablo üzerinde gösterelim.

Ali'nin çıkardığı Sonuç	Ortağı Ali'yi Gerçekten	
	Aldatıyor	Aldatmıyor
Ortağım beni aldatıyor	Doğru Karar	II. Tip Hata(β)
Ortağım beni aldatmıyor	I. Tip Hata(α)	Doğru Karar

Günlük hayattan alınan örneklerde söz konusu kararlardaki hatalar. I.tip hata ve II. tip hata gibi teknik terimlerle anlatılamaz. Bunun yerine “Dikkat et, ortağın sana kazık atıyor” veya “Günahını alıyorsun adamcağızın” gibi ifadeler kullanılır. Yukarıdaki örnekte yapılacak hatadan hangisinin daha önemli olduğuna Ahmet kişisel olarak karar verecektir. Oysa bilimsel çalışmalarda araştırmacı karar verirken benzeri bir kişisel tercih yapamazlar.

Hipotezin Reddedilememesi, Kesin Kabulü Anlamına mı Geliyor?

Sıfır hipotezi ret edilemediği zaman, bu onun kabulü anlamını tam taşımıyor. Çünkü mahkemede “sanık mevcut delillere göre suçlu bulunmadı” denmesi onun gerçekten suçsuz olduğunu göstermez, sadece mevcut delillerle suçu ispatlanamadı anlamını taşımaktadır.

Eğer istatistiksel analizler sonucunda test istatistiği (hesap değeri) kritik değerden (tablo değeri) küçük ise yokluk hipotezi ret edilemez denilir. Burada H_0 hipotez kabul edildi denilmez. Çünkü gözlenen verilerle yokluk hipotezini ret edemedik. Başka bir veri topluluğu ile yokluk hipotezi ret edilebilirdi.

Örneğin biz eski, yırtık, kirli elbiseli bir adam gördüğümüzde;

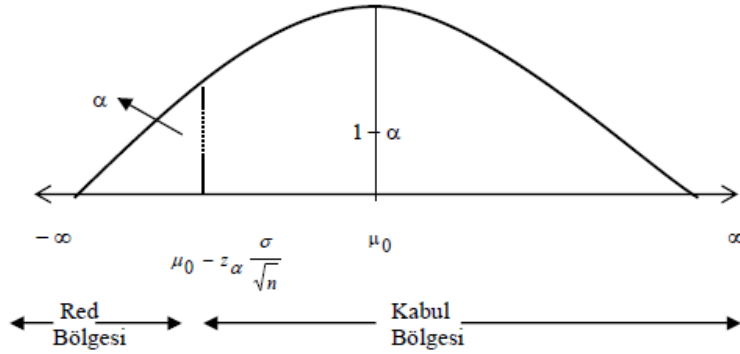
H_0 : Bu adam fakirdir.

Diye yokluk hipotezini kurduğumuzu varsayalım. Bu adamı takip ettiğimizde para harcamadığını, otobüse binmeyip, yürüme gittiğini gördüğümüzde iddianın doğruluğu hakkında bize deliller sunacaktır. Ancak bu adam hakkında tüm gerçekleri bilmediğimiz sürece yokluk hipotezinin kabul edileceğini söyleyemeyiz. Çünkü bu adamı daha detaylı araştırdığımızda bankada hesabında bir milyon dolar olduğunu görüyoruz. Bu da hipotezin ret edilmesi için geçerli bir sebeptir.

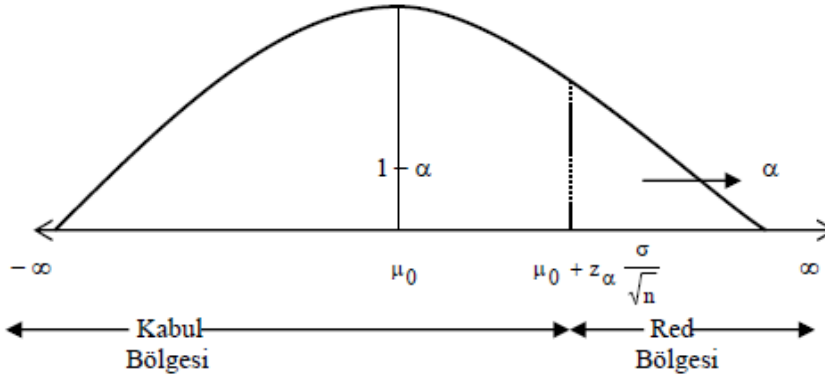
1.3. Test İstatistiği, Kritik Bölge, Kritik Değer

H_0 hipotezinin reddedilip edilemeyeceğini gösteren sayısal değerlere “ **test istatistiği (test statistics)** “ denir. Z, t, F ve χ^2 gibi test istatistiklerinin değerleri test edilen hipotez hakkında karar vermemizi sağlar. H_0 hipotezinin reddedildiği bölgeye “**kritik bölge (critical region)**” denir. C ile gösterilir. C, örneklem uzayının bir alt kümesidir $C \subset (X_1, X_2, \dots, X_n)$. Kritik bölge, ret bölgesi olarak da adlandırılır. H_0 hipotezinin kabul edildiği bölgeye “ kabul bölgesi (acceptance- region) “ denir. Hipotez testlerinde ret bölgesini, kabul bölgesinden ayıran değere “kritik değer (critical value)” denir. H_0 hipotezine karşı tek yönlü seçenek hipotezi kurulduğunda kritik bölgenin olasılık büyüklüğü α ‘ ya , iki yönlü seçenek hipotezi kurulduğunda kritik bölgenin her bir bölümünün olasılık büyüklüğü $\alpha/2$ ‘ ye eşittir.

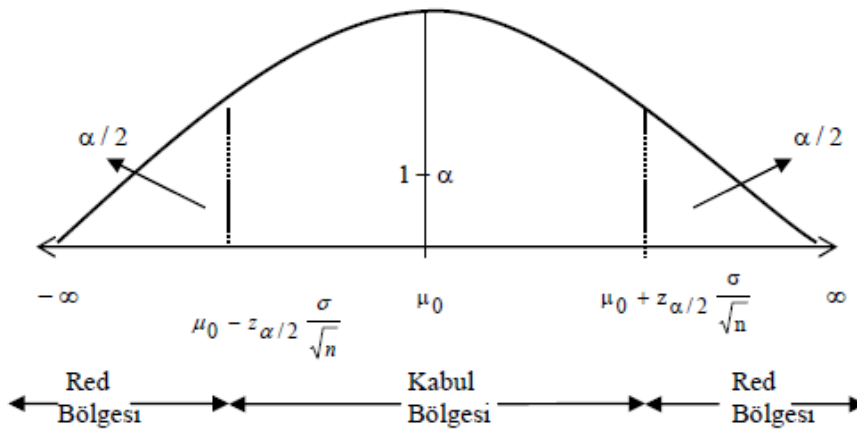
- a) $H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$ (tek taraflı hipotez kritik bölge sol kuyrukta)



- b) $H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$ (tek taraflı hipotez kritik bölge sağ kuyrukta)



- c) $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$ (çift taraflı hipotez kritik bölge her iki kuyrukta)



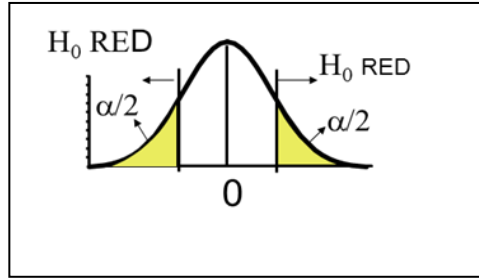
Güç eğrisi (power curve), yatay ekseninde parametrenin (θ, p, μ gibi) değerleri düşey ekseninde testin gücü ($1 - \beta$) olacak şekilde çizilen grafikdir. Eğer düşey ekseninde ($1 - \beta$) güç değerleri yerine II. Tür hata olasılığı (β) değerleri oluyorsa

“ **karakteristik eğrisi**” denir.

Örnek 1.3. Bir para denemesinde hipotezler üç farklı şekilde kurulabilir.

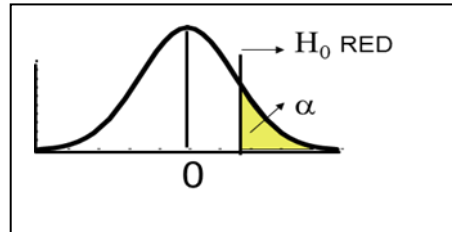
$H_0 : P=0.5$ Para hilesizdir

$H_1 : P \neq 0.5$ Para hilelidir (Çift yönlü)



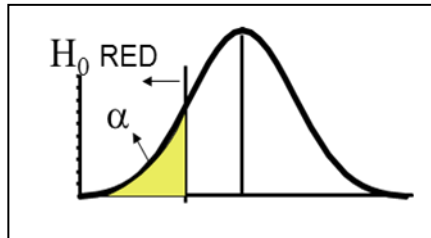
$H_0 : P=0.5$ Para hilesizdir

$H_1 : P > 0.5$ Para hilelidir (Tek yönlü)



$H_0 : P=0.5$ Para hilesizdir.

$H_1 : P < 0.5$ Para hilelidir (Tek yönlü)



Örnek 1.4. Ankara'daki üniversitelerde okuyan öğrencilerin okula gidiş-dönüşte harcadığı toplam süre 80 dakikadan fazla olduğu iddia edilmektedir. Varyans 441 olarak biliniyor. H_0 hipotezini test etmek amacıyla tesadüfi olarak çekilen 9 süre aşağıdaki gibi saptanmıştır.

$X_i(\text{Dakika})$: 95, 70, 120, 65, 130, 38, 110, 90, 60

$\alpha = 0.05$ anlamlılık seviyesinde iddiayı test ediniz.