

Mikrodalga Tekniđi – EEM 334

Kayıplı Hatlar

İçerik

- Kayıplı hatlar için şunlar ele alınacak
 - gerilim ve akım dalgası bağıntıları; $V(z)$, $I(z)$
 - Yansımaya katsayısı
 - Giriş empedansı
 - Z_0 ve γ 'nın deneyle belirlenmesi
- Örnek soru çözümü

Kayıplı İletim Hatları, $\alpha \neq 0$

- En genel durum ($\alpha = 0$ 'ı da kapsar)
- Kısa İH \rightarrow çoğu durumda kayıpsız varsayabilir
- Kimi zaman çok uzun İH kullanılabilir \rightarrow kayıplar gözardı edilemez
 - örneğin yüksek bir kuledeki antene giden hat, ya da binalar arası döşenen hat

$$\alpha \neq 0 \rightarrow \gamma = \alpha + j\beta$$

$$\begin{aligned} V(z) &= V_o^+ e^{-\gamma z} + V_o^- e^{\gamma z} \\ &= V_o^+ e^{-\gamma z} [1 + \Gamma_{yük} e^{2\gamma z}] \end{aligned}$$

Kayıplı İletim Hatları

$$z \rightarrow -l$$

- İH boyunca olan gerilim dalgası

$$\begin{aligned} V(-l) &= V_o^+ e^{\gamma l} + V_o^- e^{-\gamma l} \\ &= V_o^+ e^{\gamma l} [1 + \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}] \end{aligned}$$

- Karşılık gelen akım dalgası

$$I(-l) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{\gamma l} [1 - \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}]$$

Yansımaya Katsayısı

$$\Gamma = \frac{V_o^-(-l)}{V_o^+(-l)} = \frac{V_o^- e^{-\gamma l}}{V_o^+ e^{+\gamma l}} = \frac{V_o^-}{V_o^+} e^{-2\gamma l}$$

$$\Gamma = \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}$$

burada

$$\Gamma_{yük} = \frac{Z_{yük} - Z_0}{Z_{yük} + Z_0}$$

Giriş Empedansı

- $V(-l) = V_o^+ e^{\gamma l} [1 + \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}]$
- $Z_{gir} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}}$
- $Z_{gir} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(-l)}{1 - \Gamma(-l)}$ En genel bağıntı
- Z_{gir} Bağıntısında $\Gamma_{yük} = \frac{Z_{yük} - Z_0}{Z_{yük} + Z_0}$ yerine konursa

Giriş Empedansı

- $Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}} = Z_0 \frac{1 + \frac{Z_{yük} - Z_0}{Z_{yük} + Z_0} e^{-2\gamma l}}{1 - \frac{Z_{yük} - Z_0}{Z_{yük} + Z_0} e^{-2\gamma l}}$
- $Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{(Z_{yük} + Z_0)e^{\gamma l} + (Z_{yük} - Z_0)e^{-\gamma l}}{(Z_{yük} + Z_0)e^{\gamma l} - (Z_{yük} - Z_0)e^{-\gamma l}}$
- $Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{Z_{yük}(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}) + Z_0(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l})}{Z_{yük}(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) + Z_0(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l})}$
- $\cosh(\gamma) = \frac{e^{\gamma} + e^{-\gamma}}{2}$ ve $\sinh(\gamma) = \frac{e^{\gamma} - e^{-\gamma}}{2}$ olduğu hatırlanırsa

Giriş Empedansı

$$Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{Z_{yük} + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_{yük} \tanh(\gamma l)}$$

Burada $\tanh^{-1}(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$

Z_0 'ın Deneyle Belirlenmesi

- Kayıpsız hatlarda olduğu gibi
 - Hattın ucu kısa devre edilir ve $Z_{giriş}$ ölçülür →

$$Z_{gir,KD} = Z_0 \tanh(\gamma l)$$

$$Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{Z_{yük} + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_{yük} \tanh(\gamma l)}$$

- Hattın ucu açık bırakılır ve $Z_{giriş}$ ölçülür →

$$Z_{gir,AD} = Z_0 \coth(\gamma l)$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_{gir,KD} \times Z_{gir,AD}}$$

Z_0 'ın Deneyle Belirlenmesi

- Gerçekte açık devre ile $Z_{yük} = \infty$ elde etmek oldukça güç
- Açık devre yerine empedansı bilinen bir yük kullanılır

$Z_{gir,KD} = Z_0 \tanh(\gamma l)$ olduğunu biliyoruz

- $Z_{giriş}$, $Z_{gir,KD}$ 'ye bağlı yazılırsa

$$Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{Z_{yük} + Z_{gir,KD}}{Z_0 + Z_{yük} \frac{Z_{gir,KD}}{Z_0}}$$

$$Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{Z_{yük} + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_{yük} \tanh(\gamma l)}$$

Z_0 'ın Deneyle Belirlenmesi

- $Z_{gir,KD}$ 'ye bağlı $Z_{giriş}$ yazılırsa

$$Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{Z_{yük} + Z_{gir,KD}}{Z_0 + Z_{yük} \frac{Z_{gir,KD}}{Z_0}} = Z_0^2 \frac{Z_{yük} + Z_{gir,KD}}{Z_0^2 + Z_{yük} Z_{gir,KD}}$$

- Burada Z_{gir} ölçülür, $Z_{gir,KD}$ ve $Z_{yük}$ bilindiği için tek bilinmeyen Z_0 'dır; Z_0 çekilirse

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z_{yük} Z_{gir,KD} Z_{gir}}{Z_{yük} + Z_{gir,KD} - Z_{gir}}}$$

$$Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{Z_{yük} + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_{yük} \tanh(\gamma l)}$$

Şimdi γ 'yı belirleyelim

- Z_0 belirlendikten sonra

$$-Z_{gir,KD} = Z_0 \tanh(\gamma l) \text{ dan}$$

$$\gamma l = \tanh^{-1} \left(\frac{Z_{gir,KD}}{Z_0} \right) = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1 + \frac{Z_{gir,KD}}{Z_0}}{1 - \frac{Z_{gir,KD}}{Z_0}} \right]$$

Burada / biliniyor $\rightarrow \gamma$ bulunur

Ortalama Güç Akışı

- $\alpha = 0$ için

$$\mathcal{P}_{ort}(-l) = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} [1 - |\Gamma(-l)|^2]$$

- Kayıplı hatlar ($\alpha \neq 0$) için

$$\mathcal{P}_{ort}(-l) = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} e^{2\alpha l} [1 - |\Gamma(-l)|^2]$$

Yükün bağlı olduğu konum ($l=0$) için

$$\mathcal{P}_{ort,yük} = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} [1 - |\Gamma_{yük}|^2]$$

Kayıplı Hat

Kayıpsız Hat

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$V(z) = V_o^+ e^{-\gamma z} [1 + \Gamma_{yük} e^{2\gamma z}]$$

$$V(z) \xrightarrow{z=-l} V(-l) = V_o^+ e^{\gamma l} [1 + \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}]$$

$$I(-l) = \frac{V_o^+}{Z_0} e^{\gamma l} [1 - \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}]$$

$$\Gamma = \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}, \quad \Gamma_{yük} = \frac{Z_{yük} - Z_0}{Z_{yük} + Z_0}$$

$$Z_{gir} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(-l)}{1 - \Gamma(-l)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}}{1 - \Gamma_{yük} e^{-2\gamma l}}$$

$$Z_{gir}(-l) = Z_0 \frac{Z_{yük} + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_{yük} \tanh(\gamma l)}$$

Örnek:

500 m uzunluğundaki kayıplı bir iletim hattında 50 MHz de yapılan ölçümlerde bir ucuna 5 W'lık bir güç besleniyor ve diğer uçtan ölçülen güç ise 4.5 W olduğuna göre α 'yı bulunuz. Yansımaların olmadığını varsayınız.

Çözüm:



20 dakika ARA

Örnek:

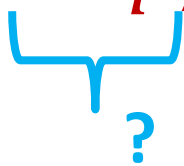
500 m uzunluğundaki kayıplı bir iletim hattında 50 MHz de yapılan ölçümlerde bir ucuna 5 W'lık bir güç besleniyor ve diğer uçtan ölçülen güç ise 4.5 W olduğuna göre α 'yı bulunuz. Yansımaların olmadığını varsayınız.

Çözüm:

$$P_{yük} = P_{kaynak} e^{-2\alpha l}$$

$$= (5 \text{ W}) e^{-2\alpha(500)} = 4.5 \text{ W}$$

$$e^{-1000\alpha} = 0.9 \rightarrow \ln(e^{-1000\alpha}) = \ln(0.9)$$

$$1000 \alpha = 0.105 \rightarrow \alpha = 0.105 \times 10^{-3} \text{ Np/m}$$


Zayıflama Katsayısı, α (Np/m)

- İH da zayıflama metre başına 'Neper' türünden ifade edildiği de olur
- Kayıplı hatlarda $V(z) \propto e^{-\alpha z}$ ve birbirinden Δz uzaklıkta iki nokta arası
 - Gerilim oranı $e^{\mp \alpha z}$
 - güç oranı $e^{\mp 2\alpha z}$ ile bulunur
- $\frac{P_1}{P_2} = e^2 \rightarrow \frac{P_1}{P_2}$ oranı 1 Neper'dir denir
- $1 \text{ Np} = 8.686 \text{ dB}$

$$10 \log_{10} e^2 = 8.686 \text{ dB}$$

Güç Oranı, dB

- P_1 ve P_2 iki güç değeri ise

$$10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2}, \text{ dB}$$

- P_1 ve P_2 yerine karşılık gelen gerilim değerler verilmiş ise, bu kez

$$20 \log_{10} \frac{V_1}{V_2}, \text{ dB}$$

Mutlak Güç Değeri: dBm, dBW

- Gerçek güç değeri (örn. 1 W) de dB notasyonu kullanılarak ifade edilebilir
 - Bu kez belirli bir referens güç (1 mW , 1 W gibi) kullanılır

$$10 \log_{10} \left[\frac{P_1}{1 \text{ mW}} \right], \text{ dBm}$$

$$10 \log_{10} \left[\frac{P_1}{1 \text{ W}} \right], \text{ dBW}$$

Örnek: $1 \text{ W} = 0 \text{ dBW} = 30 \text{ dBm}$; $1 \text{ mW} = 0 \text{ dBm}$;
 $100 \text{ mW} = -10 \text{ dBW} = 20 \text{ dBm}$; $100 \text{ W} = 50 \text{ dBm}$

Örnek:

Buruşumsuz bir hat için $Z_0=50 \text{ Ohm}$, zayıflama çarpanı 0.01 dB/m dir. Bu hat için $C=0.1 \text{ nF/m}$ ise

- $R, L, G = ?$
- $U_{\text{faz}} = ?$
- Bu İH boyunca ilerleyen dalga 1 km ve 5 km yol aldığıında gerilim genliği ne kadar zayıflar?

Çözüm: verilenler $Z_0=50 \text{ Ohm}$, $\alpha = 0.01, \text{ dB/m}$, $C=0.1 \text{ nF/m}$

$$R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 50, \text{ ohm}$$

$$\alpha = R \sqrt{\frac{L}{C}} = 0.01, \text{ dB/m} = \frac{0.01}{8.69}, \text{ Np/m} = 1.15 \times 10^{-3}, \text{ Np/m}$$

Çözüm:

$$\text{a) } \alpha = R \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{R}{R_0} \rightarrow R = \alpha R_0$$

$$R = (1.15 \times 10^{-3} \text{ Np/m}) 50 = 0.0575 \text{ ohm/m}$$

$$L = CR_0^2 = 10^{-10} \times 50^2 = 0.25 \text{ } \mu\text{H/m}$$

$$G = C \frac{R}{L} = 22.8 \text{ } \mu\text{S/m}$$

b) dalganın ilerleme hızı

$$u_{faz} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Çözüm:

c) birbirine z kadar uzakta olan iki noktadaki gerilimlerin oranı

$$\frac{V_1}{V_2} = e^{-\alpha z} \rightarrow$$

1 km sonra

$$\frac{V_1}{V_2} = e^{-1000\alpha} = e^{-1.15} = 0.317 \equiv \%31.7$$

5 km sonra

$$\frac{V_1}{V_2} = e^{-5000\alpha} = e^{-5.75} = 0.0032 \equiv \% 0.32$$

Ya da zayıflama 0.01 dB ise gerilim için dB bağıntısından gidilerek de aynı souca ulaşılır. (Alistırma)

Örnek: (2018 Arasınava S1)

- Kayıplı bir iletim hattı için hat değişkenleri $R=0.03 \text{ Ohm/m}$, $L=1 \mu\text{H/m}$, $G=3 \times 10^{-9} \text{ s/m}$ ve $C=50 \text{ pF/m}$ ise $f=10 \text{ kHz}$ için
- Z_0 ve γ deęerlerini belirleyiniz.
- 15 km 'lik hat boyunca ne kadar güç kaybı olur ?

Çözüm:



20 dakika ARA

Çözüm: (2018 Arasınay S1)