MATRİSLERİN ÇARPIMI

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Bu örnekten anlaşıldığına göre, 1. Matris, başlangıçtan (3, 1, 2) noktasına uzanan OA vektörünü temsil eden 2. Matrisi, (1, -3, 2) noktasına uzanan OA'' vektörünü temsil eden ürün matrise dönüştürmüş, yani OA vektörüne z ekseni etrafında ve saat yelkovanı yönünde ¼ tur attırmıştır.
- Aslında 1. Matrisin bu özelliği sadece 2. Matris için geçerli değildir, aşağıda yazıldığı gibi geneldir.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ -x \\ z \end{pmatrix}$$

- Görüldüğü gibi 1. Matris, $x \rightarrow y$ ve $y \rightarrow -x$ genel dönüşümlerini gerçekleştirmekte, yani z ekseni etrafındaki 90°'lik dönüş işlemini (C_4) temsil etmektedir.

MATRİSLERİN ÇARPIMI

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

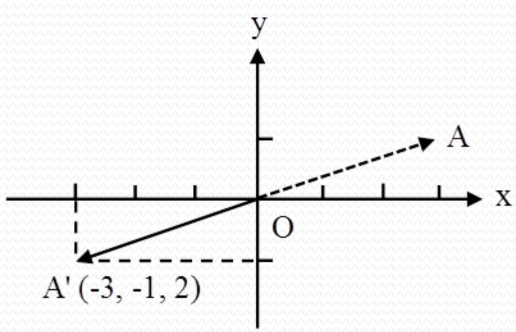
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ z \end{pmatrix}$$

- Bu çarpım işlemlerine göre, 1. Matris, *OA* vektörüne z ekseni etrafında ½ turluk dönme işlemi uygulamakta, yani 180^o'lik dönme işlemini (C_2)temsil etmektedir.

SİMETRİ İŞLEMLERİNİ TEMSİL EDEN MATRİSLER

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- gibi bir matris üzerinde istenen simetri işlemini gerçekleştirebilecek *M* gibi bir diğer matrisin oluşturulması oldukça basittir.
- Bunun için ürün matrisin yeni x, y, z elemanlarını oluşturan eski matrisin x, y, z elemanlarının katkılarını toplamak gerekir.



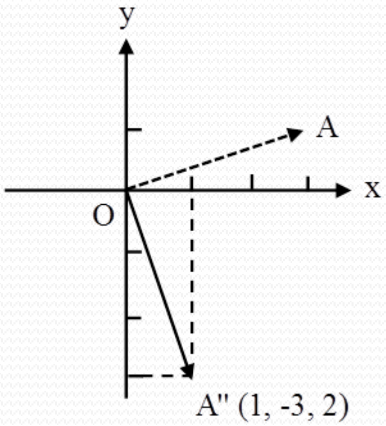
- Şekilde gösterildiği gibi OA vektörüne z ekseni etrafında ½ turluk dönme işlemi uygulayan,

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ matrisini, $\begin{pmatrix} -x \\ -y \\ z \end{pmatrix}$ matrisine dönüştüren M matrisi aşağıdaki gibi türetilebilir.

- Ürün matrisin x'i (yeni x), eski x'in -1,
- Eski y'nin 0,
- Eski z'nin 0 katlarının toplamlarından oluşmuş demektir (x = -1.eski x+0.eski y+0.eski z).
- Yeni y, eski y'nin -1, eski x ve eski z'nin 0; yeni z, eski z'nin +1, eski x ve eski y'nin 0 katlarının toplamından elde edilmiştir.
- Buna göre, z ekseni etrafında 180°lik dönme işlemini temsil eden ilgili eşitlikler ve M matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$x = -1x+0y+0z; \qquad y = 0x+(-1)y+0z; \qquad z = 0x+0y+1z$$

$$M : \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



- OA vektörüne z ekseni etrafında ¼ turluk dönme işlemi uygulayan;

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ matrisini, $\begin{pmatrix} y \\ -x \\ z \end{pmatrix}$ matrisine dönüştüren eşitlikler ve ilgili matris (M′) türetilebilir.

x = 0x+1y+0z; y = -1x+0y+0z; z = 0x+0y+1z

$$M': \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- xy düzleminden yansıma işlemi uygulayan,

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ matrisini, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ -z \end{pmatrix}$ matrisine dönüştüren eşitlikler ve ilgili matris (M″) türetilebilir.

$$x = 1x + 0y + 0z; \quad y = 0x + 1y + 0z; \quad z = 0x + 0y + (-1)z$$

$$M'': \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Bir noktanın xy düzleminden yansıma işlemini gösteren tüm matris eşitliği ise aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -z \end{pmatrix}$$

KARE MATRİSİN KARAKTER (İZ)İ

- Matris cebirinin sonuçlarından çoğu kare matrisin karakter (iz)i ile ifade edilebilir.
- *Bir kare matrisin karakteri (**K**), basitçe sol üst köşeden sağ alt köşeye uzanan köşegen üzerindeki elemanların toplamı demektir.*
- Bu kurala göre aşağıda verilen kare matrislerin karakterleri sırası ile 1, 0, -1 ve -2'dir:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

K=1 K=0 K= -2 K= -2

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}x + (-1/2)\,y$$

$$y = (1/2)\,x + \frac{\sqrt{3}}{2}y$$

dönüşümleri $\longrightarrow \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \longrightarrow K = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

Matrisin karakteri sadece bu iki terime bağlıdır.

Terimlerinin karaktere katkısı yoktur.

- Bu iki $\sqrt{3}/2$ terimi ise, verilen iki eşitlikten görüldüğü gibi, x'in kendisine dönüşüm miktarını ve y'nin kendisine dönüşüm miktarını ifade eder.