

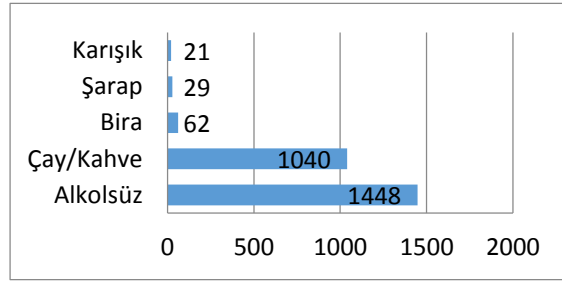
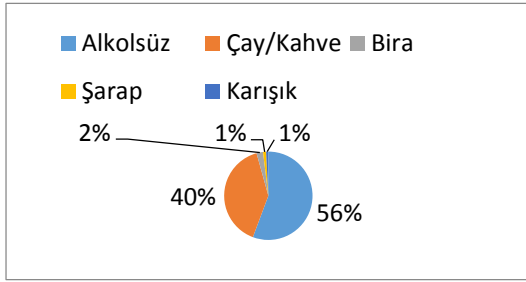
II. BÖLÜM

BETİMSSEL VE TEK DEĞİŞKENLİ VERİLERİN SUNULMASI

II.1 Verilerin Grafikle Sunulması

Elde ettiğimiz verileri yararlanıcıya sunmalıyız. Verilerin Yararlanıcıya sunulmasında en yararlı yollardan biri grafiksel sunumdur. Verilerin özetlenmesinde bir çok grafik çeşidi vardır. Bunlar takipte verildiği gibidir.

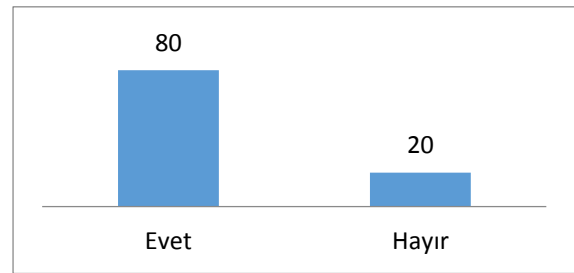
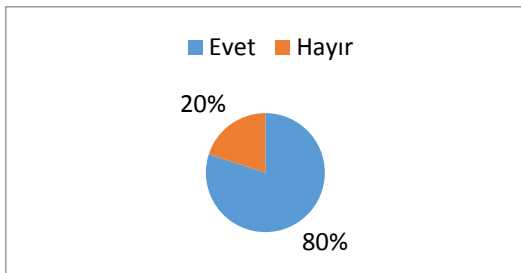
- **Daire ve Çubuk Grafikleri:** Daire grafikleri (ya da pasta diyagramları) ve çubuk grafikleri çoğu kez nitel (sınıflama ve sıralama) verilerini özetlemek için kullanılır.
- **Örnekler:**
 - ❖ 2600 iş adamının öğle yemeğinde içtikleri içeceklerin daire ve çubuk grafiği sırası ile Şekil-1(a) ve Şekil-1(b) verildiği gibidir.



Şekil-1(a): 2600 İş Adamının Öğle Yemeği İçecekleri Pasta Grafiği.

Şekil-1(b): 2600 İş Adamının Öğle Yemeği İçecekleri Çubuk Grafiği.

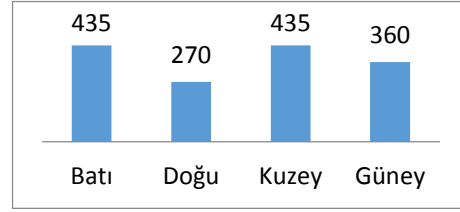
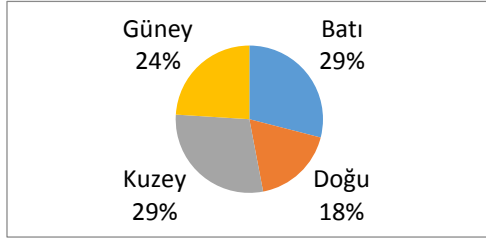
- ❖ Geçen akşam ailesi ile akşam yemeği yiye10-18 yaş arası çocuklara ilişkin daire ve çubuk grafiği sırası ile Şekil-2(a) ve Şekil-2(b) verildiği gibidir.



Şekil-2(a): 100 10-18 yaş Arası gençlere ilişkin Ailesi ile Akşam Yemeği Yiyenlerin Pasta Grafiği.

Şekil-2(b): 100 10-18 yaş Arası gençlere ilişkin Ailesi ile Akşam Yemeği Yiyenlerin Çubuk Grafiği.

- ❖ Bir ildeki 1500 motosiklet sahibi bireyin bölgelere göre daire ve çubuk grafiği sırası ile Şekil-3(a) ve Şekil-3(b) verildiği gibidir.



Şekil-3(a): 1500 Motosikletlinin Bölgelere Göre Pasta Grafiği.

Şekil-3(b): 1500 Motosikletlinin Bölgelere Göre Çubuk Grafiği.

- **Frekans Dağılımları, Histogramlar ve Birikimli Dağılım Grafikleri**

Çok sayıdan oluşan veriler okuyucuya (yararlanıcıya) birçok grafikte sunulamaz. Bazen verileri daha uygun bir form içerisinde kısaltmak gerekir. Bu ise bir frekans (sıklık) dağılımı yardımı ile başarılabilir.

- **Frekans (Sıklık) Dağılımları**

- ◆ Frekans (sıklık) dağılımları, sayısal veriler için oluşturulur.
- ◆ Bir değişkene ilişkin veriler belli sayıda sınıf veya gruba ayrılır. Her sınıf veya gruptaki birim sayısına o sınıfın frekansı ya da sıklığı denir.
- ◆ Verilerin sınıflar ve bu sınıflara karşılık gelen frekanslar şeklinde düzenlenmesine frekans (sıklık) dağılımı adı verilir.

- **Frekans (sıklık) Dağılımı Oluşturulmasında Önemli Kavramlar**

- ◆ **İstatistik Serisi:** Sayısal olarak düzenlenmemiş verilerin küçükten büyüğe veya büyükten küçüğe doğru sıralanması ile elde edilen diziye istatistik serisi denir.
- ◆ **Açıklık:** Bir istatistik serisinde en büyük değer ile en küçük değer arasındaki (sınırlar da dahil) farktır.
- ◆ **Sınıf Aralığı ve Sınıf Limiti:** Bir frekans dağılımında her bir sınıfa sınıf aralığı; aralığın alt değerine o sınıfın alt limiti, üst değerine ise üst limiti adı verilir.
- ◆ **Sınıf Sınırı:** Bir sınıfın alt sınıf sınırı, kendisinden önceki sınıfın üst limit değeri ile kendi sınıfının alt limit değerinin toplamının yarısıdır (yani; sözü edilen bu iki değer in ortalamasıdır). Aynı sınıfın üst sınırı ise kendi sınıfının üst limit değeri ile kendisinden sonraki sınıfın alt limit değerinin ortalamasıdır.

- ◆ **Sınıf Aralığının Boyu (Genişliği):** Bir sınıf aralığının boyu veya genişliği, üst ve alt sınıf sınırları arasındaki farktır. Bu farka sınıf boyu veya sınıf genişliği denir ve c ile gösterilir. Genellikle bir frekans dağılımında bütün sınıf aralıklarının aynı boyda olması istenir. Bu değer, $c = \frac{\text{Açıklık}}{\text{Sınıf Sayısı}}$ eşitliği ile belirlenir.
- ◆ **Sınıf Sayısı:** Nicel verinin kaç sınıf veya grup halinde sunulacağını gösterir. Veri sayısına göre 5 ila 12 arasında seçilebilir. Bununla birlikte sınıf sayısını $k = 3 \times \log_{10}(n)$ eşitliği yardımı ile belirlemek mümkündür.
- ◆ **Sınıf Değeri:** Bir sınıfın alt ve üst limitlerinin toplamının yarısı (ortalaması) o sınıfın sınıf değeridir. Sınıf değerlerine aynı zamanda sınıf orta noktası da denir.
- ❖ **Örnek:**

Tablo-1: Frekans Dağılımı.

| Değerler (x) | Frekans (f) |
|------------------|-----------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 8 |
| 3 | 5 |
| 4 | 2 |
| Toplam | 19 |

Tablo-1’de verilen frekans dağılımı gruplanmamış bir dağılımdır. Çünkü x ’in her bir değeri dağılımda tek başına bulunmaktadır. Ancak buna karşılık geniş hacimli bir veri serisi düşünüldüğünde ve x ’in farklı birçok değeri varken (yani; x aynı değerleri sık sık tekrarlamazken) veriler bir frekans dağılımı oluşturmak için gruplandırılır.

- ❖ **Örnek:**

Tablo-2: Frekans Dağılımı.

| Sınıflar | Değerler (x) | Frekans (f) |
|----------|------------------|-----------------|
| 1 | 50-59 | 1 |
| 2 | 60-69 | 3 |
| 3 | 70-79 | 8 |
| 4 | 80-89 | 5 |
| 5 | 90-99 | 2 |
| Toplam | | 19 |

Tablo-2 ise bir gruplanmış frekans dağılımıdır. Her bir dal bir sayı göstermektedir. Her bir daldaki yaprakların sayısı aynı sınıf için frekans anlamındadır. Böylece dal-yaprak yöntemi bir frekans dağılımı oluşturmak için kullanılabilir.

PROF. DR. KAMİL ALAKUŞ

- Bir Gruplandırılmış Frekans Dağılımı Oluşturmak İçin Dikkat Edilecek Temel Kurallar:

- 1) Her bir sınıf eşit genişliğe sahip olmalıdır.
- 2) Her bir gözlem tamamen ve sadece bir sınıf içinde bulunmalıdır.
- 3) Sınıf sayısı 5 ila 12 arasında seçilebilir (uygundur).

❖ **Örnek:** 50 öğrencinin istatistik ara sınavında almış oldukları notlar (100 üzerinden) şöyledir.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 60 | 47 | 82 | 95 | 88 | 72 | 67 | 66 | 68 | 98 |
| 90 | 77 | 86 | 58 | 64 | 95 | 74 | 72 | 88 | 74 |
| 77 | 36 | 90 | 63 | 68 | 97 | 70 | 64 | 70 | 70 |
| 58 | 78 | 89 | 44 | 55 | 85 | 82 | 83 | 72 | 77 |
| 72 | 86 | 50 | 94 | 92 | 80 | 91 | 75 | 76 | 78 |

◆ **İstenen:** gözlem değerleri için $k = 7$ sınıf ve $c = 9$ eşit sınıf genişliği olacak şekilde frekans dağılımı oluşturunuz?

◆ **Çözüm:**

a) Veriye ilişkin en büyük ve en küçük notları tespit et ve açıklığı hesapla. $Açıklık = 99 - 36 = 63$ bulunur.

b) $k \times c = 7 \times 9 = 63$ bulunur. Bu değer 7'ye tam bölünür. Artma veya taşma yoktur.

c) Böylece en küçük nottan başlayarak alt limit değerleri, 36, 45, 54, 63, 72, 81 ve 90 olur.

Üst limit değerleri ise sırası ile 44, 53, 62, 71, 80, 89 ve 98 bulunur.

Böyle elde edilen frekans dağılımı Tanlo-3'de verildiği gibi oluşturulur.

Tablo-3 Frekans Dağılımı için Standart Tablo.

| Sınıf No | Sınıf Limitleri (x) | Çetele | Öğrenci Sayısı (f) | Sınıf Sınırları | Sınıf Değerleri |
|----------|---------------------|----------------|--------------------|-----------------|-----------------|
| 1 | 36-44 | II | 2 | 35.5-44.5 | 40 |
| 2 | 45-53 | II | 2 | 44.5-53.5 | 49 |
| 3 | 54-62 | IIII | 4 | 53.5-62.5 | 58 |
| 4 | 63-71 | IIII IIII | 10 | 62.5-71.5 | 67 |
| 5 | 72-80 | IIII IIII IIII | 14 | 71.5-80.5 | 76 |
| 6 | 81-89 | IIII IIII | 9 | 80.5-89.5 | 85 |
| 7 | 90-98 | IIII IIII | 9 | 89.5-98.5 | 94 |
| Toplam | | | 50 | | |

- **Histogramlar**

- ◆ Bir histogram veya frekans poligonu bir dikdörtgenler kümesidir.

- 1) Yatay eksen üzerinde (x eksen) ortasında sınıf değeri yer alacak şekilde sınıf boylarına eşit aralıklar işaretlenir.

- 2) Dikdörtgen alanları sınıf frekansları ile orantılıdır.

- **Nispi (Görel) Frekans Dağılımları**

Bir sınıfın nispi frekansı, o sınıfın frekansının bütün sınıfların frekansları toplamı (yani; örneklem hacmine)na bölünmesi ile hesaplanır ve genellikle %'de ile ifade edilir. Böylece bir frekans dağılımındaki bütün sınıfların nispi frekansları toplamının 1 veya %100 olduğu açıktır.

- ◆ Bir frekans dağılımında her sınıfa karşılık gelen nispi frekanslar yazılırsa nispi frekans dağılımı elde edilir.

- ◆ Dikey eksenin ölçeğini frekans yerine nispi frekans şeklinde değiştirerek ve aynı diyagramı koruyarak nispi frekans dağılımının grafikte gösterimi elde edilebilir. Sonuçta grafikler sırası ile nispi frekans histogramı veya %'de histogramı ve nispi frekans poligonu veya %'de poligonu olarak isimlendirilir.

- **Birikimli (Kümülatif) Frekans Dağılımları (Ogive)**

- ◆ Verilerin bir sınıf aralığının üst sınırından küçük gözlem değerlerinin toplam sayısına, sözkonusu sınıfın sonuna kadar olan birikimli (kümülatif) frekansı denir.

- ◆ Birikimli frekansları gösteren bir tabloya, birikimli frekans dağılımı adı verilir.

- ◆ Birikimli frekansların toplam frekansa bölünmesi ile elde edilen dağılıma birikimli frekans dağılımı adı verilir.

- ◆ Birikimli frekanslar yerine birikimli nispi frekanslar kullanılırsa bu tablo ve grafiğe sırası ile nispi birikimli frekans dağılımı ve nispi birikimli frekans poligonu veya %'de ogive adı verilir.

- **Örnekler:**

- ❖ Bir güzellik yarışmasına davet edilen 50 yarışmacının yaşları şöyledir.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 21 | 19 | 22 | 19 | 18 | 20 | 23 | 19 | 19 | 20 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 21 | 20 | 22 | 20 | 21 | 20 |
| 21 | 19 | 21 | 21 | 19 | 19 | 20 | 19 | 19 | 19 |
| 20 | 20 | 19 | 21 | 21 | 22 | 19 | 19 | 21 | 19 |
| 18 | 21 | 19 | 18 | 22 | 21 | 24 | 20 | 24 | 17 |

PROF. DR. KAMİL ALAKUŞ

❖ **İstenenler:**

- Gruplanmamış frekans dağılımını oluşturunuz.
- Gruplanmamış nispi frekans dağılımını oluşturunuz.
- Gruplanmamış birikimli frekans dağılımını oluşturunuz.
- Gruplanmamış birikimli nispi frekans dağılımını oluşturunuz.
- Frekans ve nispi frekans histogramlarını oluşturunuz.
- Ogive grafiğini oluşturunuz.

❖ **Çözüm:**

- Gruplanmamış frekans dağılımı şöyledir.

Tablo: Frekans Dağılımı.

| Yaş (x) | Yarışmacı Sayısı (f) |
|-------------|--------------------------|
| 17 | 1 |
| 18 | 3 |
| 19 | 16 |
| 20 | 10 |
| 21 | 12 |
| 22 | 5 |
| 23 | 1 |
| 24 | 2 |
| Toplam | 50 |

- Gruplanmamış nispi frekans dağılımı şöyledir.

Tablo: Nispi Frekans Dağılımı.

| Yaş (x) | Nispi Yarışmacı Sayısı (f/n) |
|-------------|----------------------------------|
| 17 | 0.02 |
| 18 | 0.06 |
| 19 | 0.32 |
| 20 | 0.20 |
| 21 | 0.24 |
| 22 | 0.10 |
| 23 | 0.02 |
| 24 | 0.04 |
| Toplam | 1.00 |

PROF. DR. KAMİL ALAKUŞ

c) Gruplanmamış birikimli frekans dağılımı şöyledir.

Tablo: Birikimli Frekans Dağılımı.

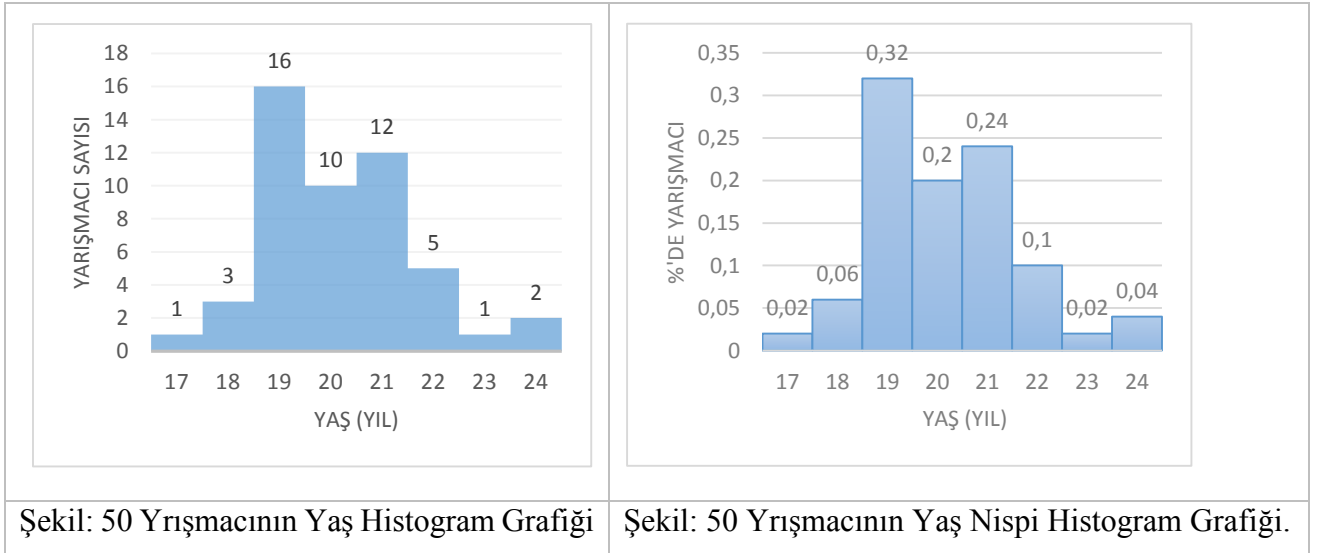
| Yaş (x) | Yarışmacı Sayısı (f) |
|-------------|--------------------------|
| 17 | 1 |
| 18 | 4 |
| 19 | 20 |
| 20 | 30 |
| 21 | 42 |
| 22 | 47 |
| 23 | 48 |
| 24 | 50 |

d) Gruplanmamış birikimli nispi frekans dağılımı şöyledir.

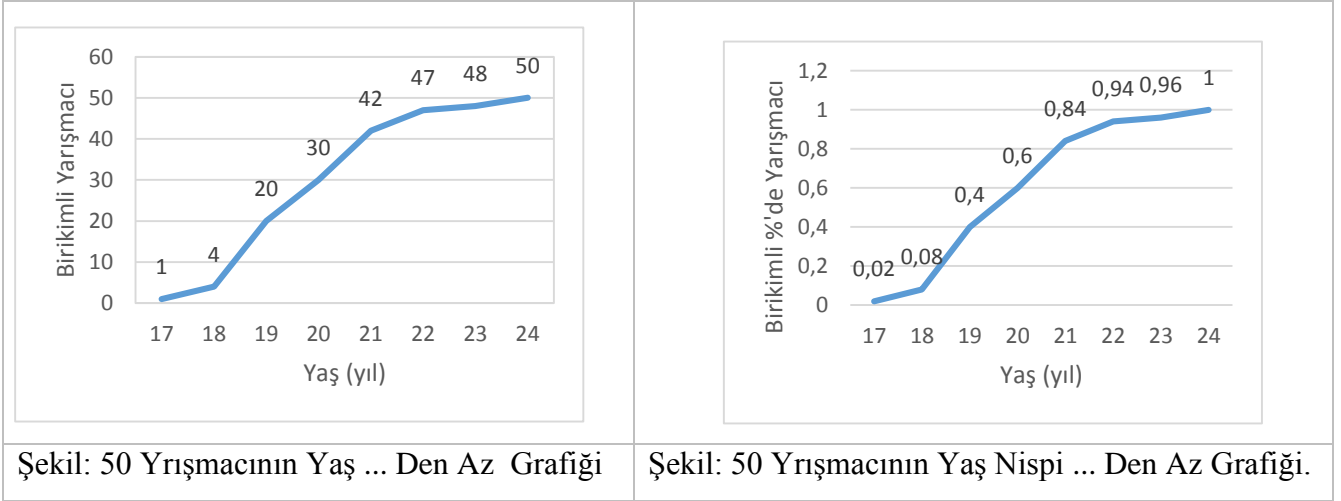
Tablo: Birikimli Nispi Frekans Dağılımı.

| Yaş (x) | Nispi Yarışmacı Sayısı (f/n) |
|-------------|----------------------------------|
| 17 | 0.02 |
| 18 | 0.08 |
| 19 | 0.40 |
| 20 | 0.60 |
| 21 | 0.84 |
| 22 | 0.94 |
| 23 | 0.96 |
| 24 | 1.00 |

e) Frekans ve nispi frekans histogramlarını hemen takipte verildiği gibidir.



f) Frekans ve nispi frekans ogive grafikleri hemen takipte verildiği gibidir.



❖ KSW-Bilgisayar Dersanesinin 50 öğrenciye verdiği bilgisayar yetenek sınavı sonuçlarının Frekans Dağılımı Şöyledir.

Tablo : KSW_Dersanesi Sınav Sonuçları Dağılımı.

| Puan Sınıfları (x , 30 puan) | Öğrenci Sayısı (f) | (a) Sınıf Sınırları | (b) Sınıf Değerleri | (d) Nispi Frekans |
|---------------------------------|------------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| 0-3 | 4 | 0.0-3.5 | 1.5 | 0.08 |
| 4-7 | 8 | 3.5-7.5 | 5.5 | 0.16 |
| 8-11 | 8 | 7.5-11.5 | 9.5 | 0.16 |
| 12-15 | 20 | 11.5-15.5 | 13.5 | 0.40 |
| 16-19 | 6 | 15.5-19.5 | 17.5 | 0.12 |
| 20-23 | 3 | 19.5-23.5 | 21.5 | 0.06 |
| 24-27 | 1 | 23.5-27.5 | 25.5 | 0.02 |
| Toplam | 50 | | | 1.00 |

❖ **İstenenler:**

- Sınıf sınırlarını aynı frekans dağılımını üzerinde belirleyiniz.
- Sınıf değerlerini aynı frekans dağılımını üzerinde belirleyiniz.
- Sınıf genişliğini hesaplayınız.
- Sınıflar için nispi frekansları aynı tablo üzerinde gösteriniz.

❖ **Çözüm:**

- Tabloda $(\frac{3+4}{2} = 3.5$, vb. gibi)
- Tabloda $(\frac{0+3}{2} = 1.5$, vb. gibi)
- Sınıf genişliği, $c = 4 - 0 = 8 - 4 = \dots = 24 - 20 = 4$ bulunur.
- Tabloda $(\frac{4}{50} = 0.08$, \dots , $\frac{1}{50} = 0.02$ vb. gibi)

2. Bölüm Çalışma Soruları

◆ **Soru-1:** Paso ile seyahat eden A işletlesinin işçilerinin işyeri-ev arasındaki mesafe (km olarak) dağılımı şöyledir.

| Mesafe Sınıfları (x, km) | İşçi Sayısı (f) | (a) Sınıf Sınırları | (b) Sınıf Değerleri | (d) Nispi Frekans |
|------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| 01.0-02.9 | 2 | 00.50-02.95 | 1.95 | 0.016 |
| 03.0-04.9 | 6 | 02.95-04.95 | 3.95 | 0.048 |
| 05.0-06.9 | 12 | 04.95-06.95 | 5.95 | 0.096 |
| 07.0-08.9 | 50 | 06.95-08.95 | 7.95 | 0.400 |
| 09.0-10.9 | 35 | 08.95-10.95 | 9.95 | 0.280 |
| 11.0-12.9 | 15 | 10.95-12.95 | 11.95 | 0.120 |
| 13.0-14.9 | 5 | 12.95-14.95 | 13.95 | 0.040 |
| Toplam | 125 | | | 1.000 |

❖ **İstenenler:**

- Sınıf sınırlarını aynı frekans dağılımını üzerinde belirleyiniz. (tabloda 3. satır)
- Sınıf değerlerini aynı frekans dağılımını üzerinde belirleyiniz. (tabloda 4. satır)
- Sınıf genişliğini hesaplayınız. Sınıf genişliği, $c = 3 - 1 = 5 - 3 = \dots = 13 - 11 = 2$ bulunur.
- Sınıflar için nispi frekansları aynı tablo üzerinde gösteriniz. (tabloda 5. satır)

◆ **Soru-2:** Bir şehrin bir sokağında radar tarafından ölçülen 55 aracın hızları (km/Sa) olarak şöyledir.

| | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 27 | 23 | 22 | 38 | 43 | 24 | 35 | 26 | 28 | 18 | 20 |
| 25 | 23 | 22 | 46 | 31 | 30 | 41 | 45 | 29 | 27 | 43 |
| 29 | 28 | 27 | 25 | 29 | 28 | 24 | 37 | 28 | 29 | 18 |
| 26 | 33 | 25 | 27 | 25 | 34 | 32 | 36 | 22 | 32 | 33 |
| 21 | 23 | 24 | 18 | 50 | 23 | 16 | 38 | 26 | 21 | 23 |

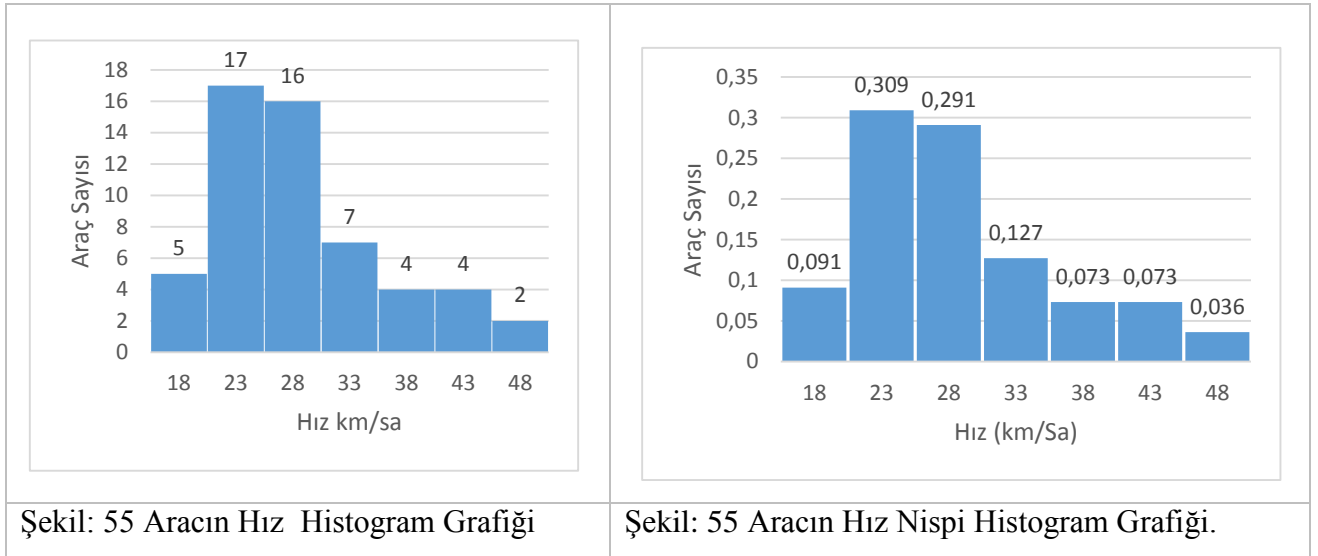
❖ **İstenenler:**

- Gözlem değerleri için $k=7$ sınıf ve $c=5$ eşit sınıf genişliği olacak şekilde frekans dağılımı oluşturunuz.
- Sınıf sınırlarını frekans dağılımını üzerinde gösteriniz.
- Sınıf değerlerin frekans dağılımını üzerinde gösteriniz.
- Nispi frekas değerlerini frekans dağılımını üzerinde gösteriniz.
- Frekans histogramı ve nispi frekans histogramı oluşturunuz.
- Ogive (birikimli frekans ve birikimli nispi frekans poligon) grafiklerini oluşturunuz.

Tablo: Araç Hız Dağılımı.

| (a) | (b) | (c) | (d) |
|----------|---------|------------|------------|
| Hız Lim. | Araç Sa | Sınıf Sın. | Sınıf Değ. |
| 16-20 | 5 | 15.5-20.5 | 18 |
| 21-25 | 17 | 20.5-25.5 | 23 |
| 26-30 | 16 | 25.5-30.5 | 28 |
| 31-35 | 7 | 30.5-35.5 | 33 |
| 36-40 | 4 | 35.5-40.5 | 38 |
| 41-45 | 4 | 40.5-45.5 | 43 |
| 46-50 | 2 | 45.5-50.5 | 48 |
| Toplam | 55 | | 1.000 |

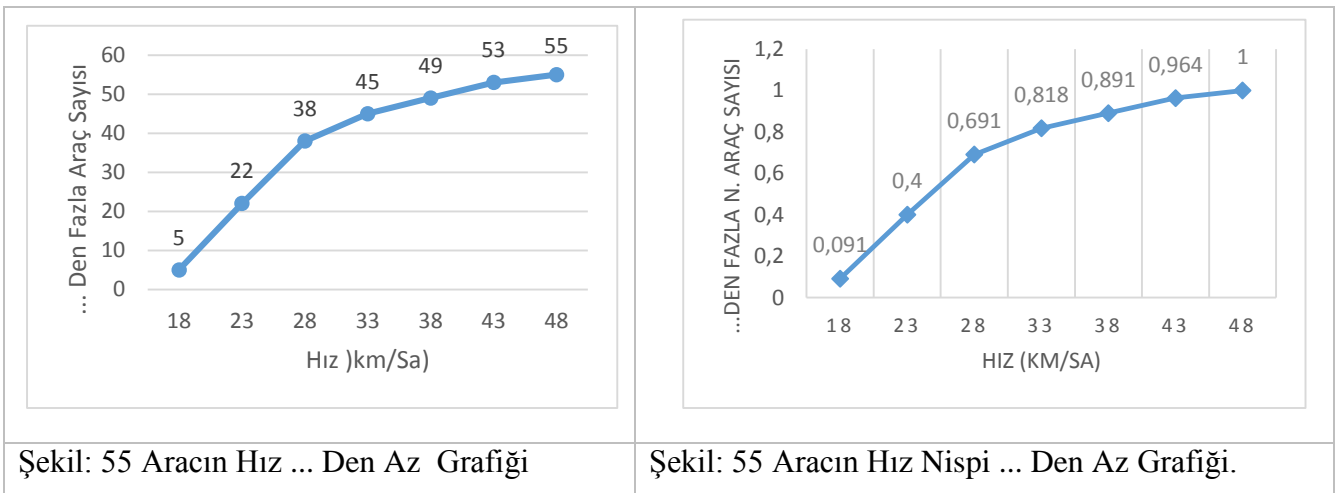
e) Frekans ve nispi frekans histogramlarını hemen takipte verildiği gibidir.



Şekil: 55 Aracın Hız Histogram Grafiği

Şekil: 55 Aracın Hız Nispi Histogram Grafiği.

f) Frekans ve nispi frekans ogive grafikleri hemen takipte verildiği gibidir.



Şekil: 55 Aracın Hız ... Den Az Grafiği

Şekil: 55 Aracın Hız Nispi ... Den Az Grafiği.

PROF. DR. KAMİL ALAKUŞ

◆ **Ödev:** Bir hazır yiyecek firmasının geçen Pazartesi 40 adet hazır yiyecek dağıtımları sonucu elde ettikleri bahşış miktarı TL olarak şöyledir.

| | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 2,03 | 1,56 | 1,10 | 4,04 | 3,62 | 1,16 | 0,93 | 1,82 |
| 2,20 | 1,86 | 2,56 | 1,59 | 2,57 | 4,16 | 0,88 | 3,02 |
| 2,46 | 1,87 | 4,81 | 2,91 | 1,62 | 1,62 | 1,80 | 1,70 |
| 2,15 | 2,07 | 1,77 | 3,77 | 5,85 | 2,63 | 2,81 | 0,86 |
| 3,02 | 3,24 | 2,02 | 3,44 | 2,65 | 1,89 | 2,00 | 0,99 |

❖ **İstenenler:**

- Gözlem değerleri için $k=5$ sınıf ve $c=1$ eşit sınıf genişliği olacak şekilde frekans dağılımı oluşturunuz.
- Sınıf sınırlarını frekans dağılımı üzerinde gösteriniz.
- Sınıf değerlerin frekans dağılımı üzerinde gösteriniz.
- Nispi frekas değerlerini frekans dağılımı üzerinde gösteriniz.
- Frekans histogramı ve nispi frekans histogramı oluşturunuz.