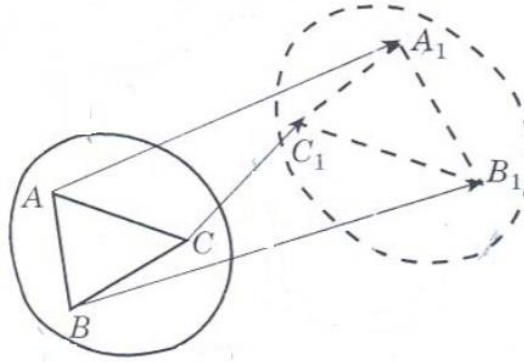




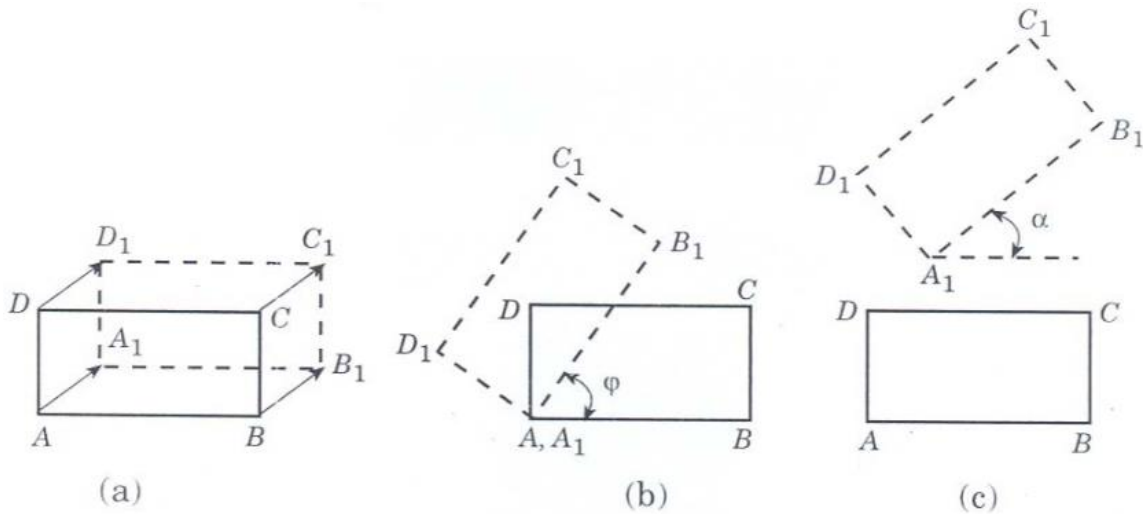
## ŞEKİL DEĞİŞTİRME ANALİZİ

Önceki bölümde cisme etkiyen kuvvetlerin dengesi incelenerek gerilme kavramı geliştirildi. Bu bölümde ise şekil değiştiren cisim mekaniğinin en önemli kavramlarından biri olan şekil değiştirme incelenecektir. Bu kavram sayesinde, rijit cisim mekaniği ile çözülemeyen problemler çözülür hale gelmektedir. Bir cismin şekil değiştirmesi, üzerine etkiyen dış kuvvetler nedeniyle olduğu gibi başka nedenlerle de olabilir; örneğin sıcaklık değişimi, kimyasal etkiler gibi. Bu etkiler cismin boyutlarını ve/veya biçimini değiştirir. Bir cismin Şekil 1’de görülen yer değiştirmesini inceleyelim. İnceleme için cisim üzerinde alınan A, B ve C noktalarını göz önüne alalım. Cismin yer değiştirmesinden sonra bu noktalar  $A_1$ ,  $B_1$  ve  $C_1$  konumlarına gelsinler.



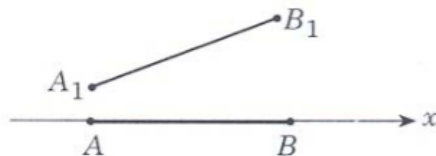
Şekil 1

$AA_1$ ,  $BB_1$  ve  $CC_1$  vektörleri sıra ile A, B ve C noktalarının **yer değiştirmelerini** gösterir. Bu nedenle bu vektörlere **yer değiştirme vektörleri** adı verilir. Bir cismin yer değiştirmesi iki tip yer değiştirmenin toplamıdır: Birinci tip yer değiştirme cismin bir bütün olarak ötelenmesi ve/veya dönmesidir. Bu tip yer değiştirmede cismin noktalarının birbirlerine göre konumları değişmez; dolayısıyla cismin boyutları ve şekli değişmez, sadece cisim olduğu gibi yer değiştirir. Bu nedenle, bu tip yer değiştirmelere rijit cisim yer değiştirmeleri veya rijit cisim hareketi adı verilir. Şekil 2 (a) da bir ötelenme tipi yer değiştirme, Şekil 2 (b) de bir dönme tipi rijit yerdeğiştirme görülmektedir. Şekil 2 (c)’de ise rijit ötelenme ve dönmenin toplamından oluşan bir rijit yer değiştirme görülmektedir.



Şekil 2

İkinci tip yer değiştirmede ise cismin noktalarının birbirlerine göre konumları değişir. Bu tip yer değiştirmeler cisimde şekil değiştirmeye yol açar bu nedenle bu tip yer değiştirmelere şekil



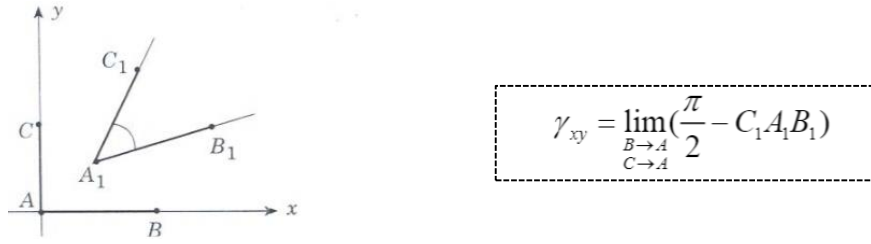
$$\varepsilon = \frac{\overline{A_1 B_1} - \overline{AB}}{\overline{AB}}$$

$$\varepsilon_x = \lim_{B \rightarrow A} \frac{\overline{A_1 B_1 - AB}}{\overline{AB}}$$

*Dr. Kürşat GÜLTEKİN*



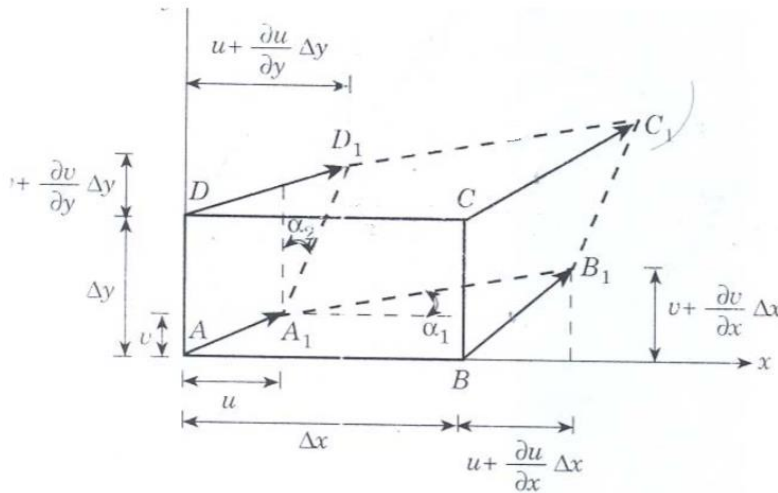
Açısal şekil değişiminin ölçülmesi için Şekil 5’de görüldüğü gibi bir dik açı alınır. A noktasında açı değişimi diklikten sapmanın ölçüsü olarak aşağıdaki şekilde tarif edilir.



Şekil 5

Yukarıda görüldüğü gibi açı değişimi, iki indis ile gösterilmektedir. Göz önüne alınan doğrultular eksenler ile aynı doğrultuda ve açı azalıyor ise  $\gamma_{xy} > 0$  dir.  $\gamma_{xy}$  değerine **kayma açısı** adı da verilir.

Şekil değiştirme bileşenleri ile yer değiştirme bileşenleri arasındaki bağıntıyı düzlemsel halde bulmak için kenarları  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  olan ABCD elemanını göz önüne alalım; Şekil 6. Bu elemanın A, B, C ve D noktaları şekil değiştirmeden sonra sıra ile  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$  konumlarına gelsinler.  $AA_1$  vektörü A noktasının yer değiştirme vektörüdür.



Yer değiştirme vektörünün x, y doğrultularındaki bileşenleri sıra ile u ve v olsun. A noktasından  $\Delta x$  kadar uzakta olan B noktasının yer değiştirmesinin bileşenleri sıra ile  $u + (\partial u / \partial x) \Delta x$  ve  $v + (\partial v / \partial x) \Delta x$  olacaktır. Aynı şekilde D noktasının yer değiştirme bileşenleri  $u + (\partial u / \partial y) \Delta y$  ve  $v + (\partial v / \partial y) \Delta y$  dir. Şekilde görülen  $\alpha_1$  ve  $\alpha_2$  açıları küçük olduğundan

$$\epsilon_x = \frac{[\Delta x + u + (\partial u / \partial x) \Delta x - u] - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\epsilon_y = \frac{[\Delta y + v + (\partial v / \partial y) \Delta y - v] - \Delta y}{\Delta y} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

bulunur. Açı değişimi aşağıda verilen şekilde bulunur.

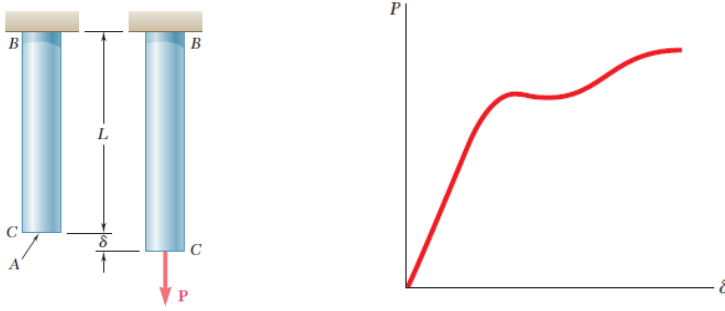
$$\gamma_{xy} = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{v + (\partial v / \partial x) \Delta x - v}{\Delta x} + \frac{u + (\partial u / \partial y) \Delta y - u}{\Delta y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

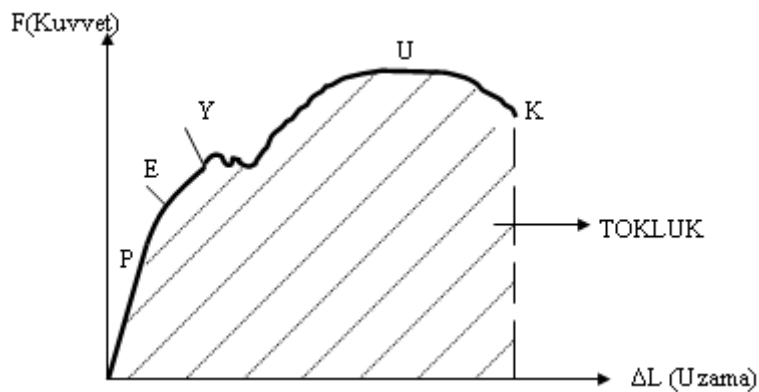
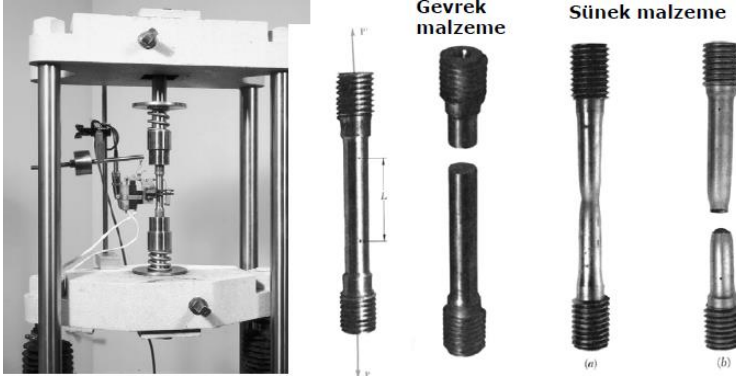
Bu bağıntılar yer değiştirme şekil değiştirme bağıntılarıdır.



## Gerilme Şekil Değiştirme Diyagramı



Malzemede belirli bir şekil değiştirme meydana getirmek için uygulanması gereken kuvvetin hesaplanması ya da cisme belirli bir kuvvet uygulandığında meydana gelecek şekil değişiminin belirlenmesi mühendislikte büyük önem taşır. Şekil değiştirme ve bu şekil değiştirmeyi veren kuvvet arasındaki bağıntı, malzemenin hangi koşullarda çalışabileceğini ya da hangi koşullarda şekillendirilebileceğini belirlemektedir. Kuvvet ve şekil değiştirme arasındaki bağıntıların incelenmesi bakımından en basit deney çekme deneyidir. Çekme deneyi; malzemelerin statik yük altındaki elastik ve plastik davranışlarının (mekanik özelliklerinin) belirlenmesi, mekanik davranışlarına göre sınıflandırılması ve malzeme seçimi amacıyla yapılır. Bu deneyde standart çekme numunelerinin mukavemet değerleri ölçülür. Elde edilen değerler karşılaştırılarak, malzemelerin mekanik özellikleri değerlendirilir. Metal malzemelerin çoğunda bazı mekanik özellikleri ölçebilmek için standartlarda belirlenmiş kurallar içinde çekme deneyleri yapılır



Küçük kuvvet seviyelerinde uzama miktarı kuvvet ile doğru orantılıdır. Malzeme elastik davranış içindedir; yani kuvvet kaldırılınca uzama sıfırlanır. Bu karakter **P** noktasına kadar devam eder. Orantı limiti **P** den sonra lineer fonksiyon eğimini değiştirir. Ancak elastik davranış devam eder. Elastik davranış **E** “Elastik Limiti” noktasında sona erer. **E** den sonra kalıcı; yani plastik deformasyonlar başlar. Kuvvet azaltıldığında lineer fonksiyona paralel bir



yol izler. Ancak kuvvetin sıfır olduğu yerde deformasyon artık sıfır olmaz, belirli bir plastik deformasyon kalır.

Malzeme yüklenmeye devam edilirse **Y** noktasında akar. Akma noktasında kuvvet aynı iken büyük miktarda plastik deformasyon oluşur. Akan malzeme “çalışma sertleşmesi”ne uğrar ve daha mukavim hale gelerek daha fazla kuvvet alabilir hale gelir.

Bu malzeme üzerindeki kuvvet daha da arttırılarak **U** noktasına ulaşılır. **U** noktası “maksimum gerilme” noktası olup, burada malzeme kesitinde lokal daralmalar başlar. Buna malzemenin “ boyun vermesi ” denir. Boyun verme de malzemenin çalışma sertleşmesine uğramasına sebep olur ve malzeme daha fazla gerilmeler alabilir; ancak boyun bölgesinde kesit alanı daraldığından taşıdığı net kuvvet azalır. Numune genellikle kontrolsüz bir şekilde **K** noktasına ilerler ve orada kopar.

Kuvvet-uzama eğrisinin altında kalan alan o numuneyi bozunuma uğratmak için gereken enerjiyi eşit olup; tokluk adı verilir.

Kuvvet-uzama eğrisi daha sonra yeniden ölçeklendirilir. Uzamalar malzemenin ilk uzunluğuna bölünerek “birim-uzama” ‘ya çevrilir. Aynı şekilde kuvvet numunenin ilk kesit alanına bölünerek “gerilme” hesaplanır ve dikey eksen tekrar ölçeklendirilir.

Malzeme kopana kadar önemli miktarda deformasyona uğradıysa “sünek” , az deforme olmuşsa “gevrek” yapıya sahiptir.

**Elastisite Modülü (E):** Malzemenin dayanımının (mukavemetinin) ölçüsüdür. Birim uzama ile normal gerilme (çekme ya da basma gerilmesi) arasındaki doğrusal ilişkinin bir sonucu olup birim uzama başına gerilme olarak tanımlanır. Birim uzama ile normal gerilme (çekme ya da basma gerilmesi) arasındaki doğrusal ilişki şöyle tanımlanabilir:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

Malzemeye kuvvet uygulandığında, malzemede meydana gelen uzamalar elastik sınırlar içinde gerilmelerle orantılıdır. Buna “*Hooke Kanunu*” adı verilmektedir. Elastisite modülü malzemeye ait karakteristik bir özelliktir.

**Akma dayanımı ( $\sigma_a$ ):** Uygulanan çekme kuvvetinin yaklaşık olarak sabit kalmasına karşın, plastik şekil değiştirmenin önemli ölçüde arttığı ve çekme diyagramının düzgünlük gösterdiği kısma karşı gelen gerilme değeridir

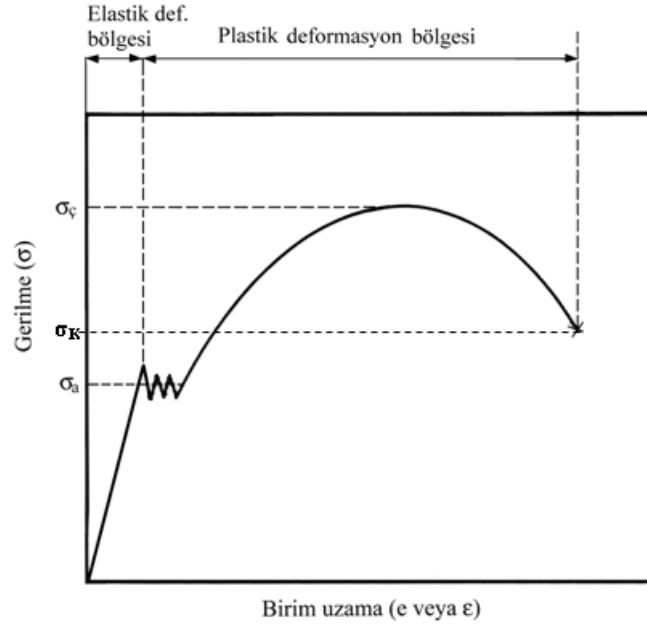
$$\sigma_a = \frac{P_a}{A_0}$$

**Çekme dayanımı ( $\sigma_c$ ):** Bir malzemenin kopuncaya veya kırılıncaya kadar dayanabileceği en yüksek çekme gerilmesi olarak tanımlanır. Bu gerilme, çekme diyagramındaki en yüksek gerilme değeri olup, aşağıdaki formül ile bulunur.

$$\sigma_c = \frac{P_{\max}}{A_0}$$

**Kopma Gerilmesi ( $\sigma_K$ ):** Numunenin koptuğu andaki gerilme değeridir.

$$\sigma_K = \frac{P_K}{A_0}$$



**Şekil** Düşük karbonlu yumuşak bir çeliğin çekme diyagramı

**Yüzde Kopma uzaması (KU):** Çekme numunesinin boyunda meydana gelen en yüksek yüzde plastik uzama oranı olarak tanımlanır. Çekme deneyine tabi tutulan numunenin kopan kısımlarının bir araya getirilmesi ile son boy ölçülür ve boyda meydana gelen uzama

$$\Delta L = L_k - L_0$$

bağıntısı ile bulunur. Burada  $L_0$  numunenin ilk ölçü uzunluğunu,  $L_k$  ise numunenin kırılma anındaki boyunu gösterir. Kopma uzaması ise;

$$KU(\%) = \frac{\Delta L}{L_0} \times 100$$

bağıntısı yardımıyla belirlenir. Bu değer malzemenin sünekliğini gösterir.

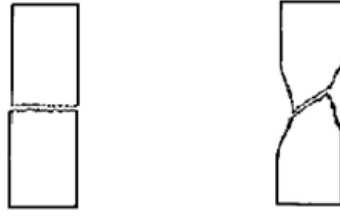
**Yüzde Kesit Daralması (KD):** Çekme numunesinin kesit alanında meydana gelen en büyük yüzde daralma veya büzülme oranı olup;

$$KD(\%) = \frac{A_0 - A_K}{A_0} \times 100$$

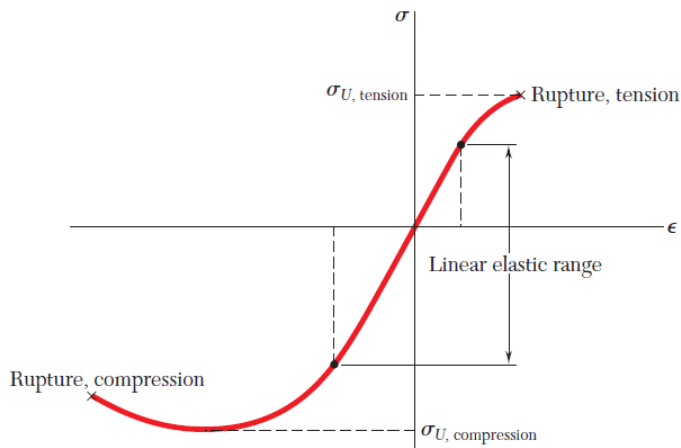
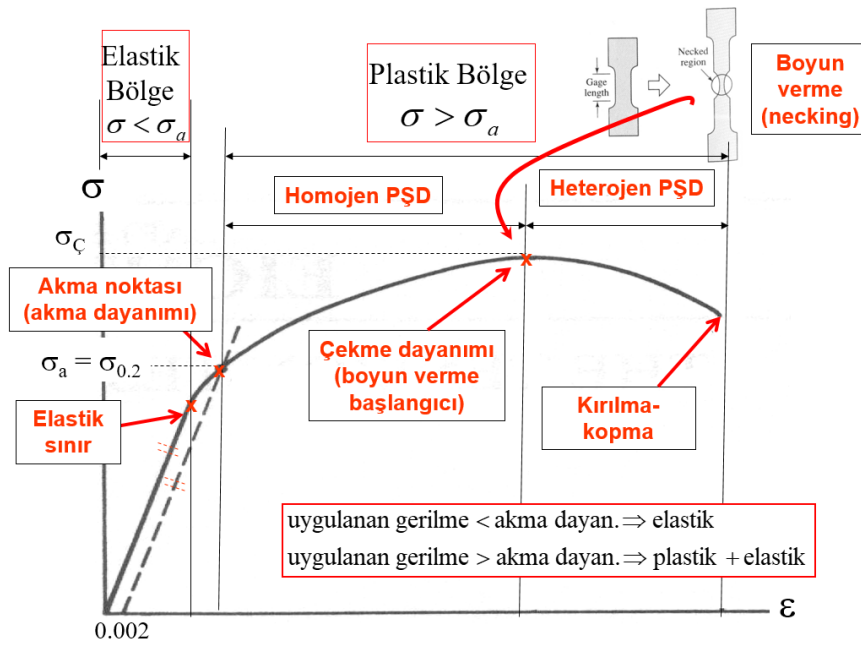
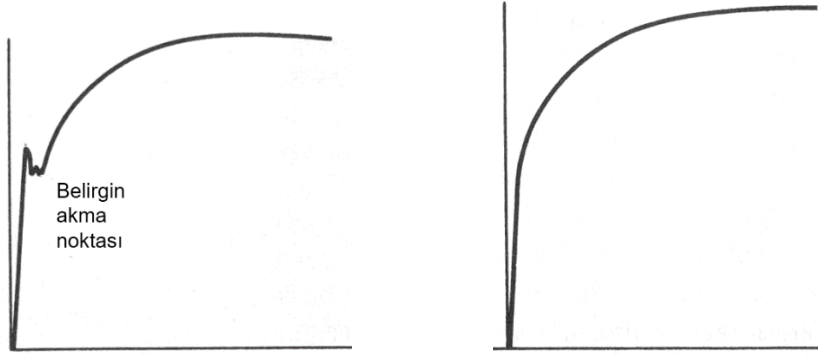
bağıntısı ile hesaplanır. Burada  $A_0$  deney numunesinin ilk kesit alanını,  $A_K$  ise kırılma anındaki kesit alanını veya kırılma yüzeyinin alanını gösterir.  $A_K$  nın hesaplanması için hacmin sabit kalacağı ifadesi kullanılır.

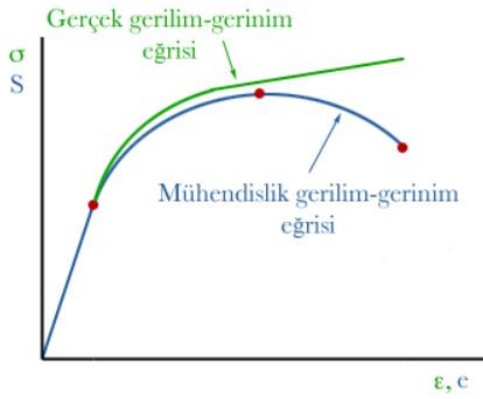
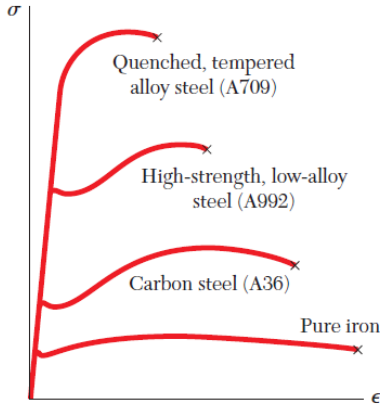
$$V_0 = V_K \Rightarrow A_0 L_0 = A_K L_K \Rightarrow A_K = A_0 \frac{L_0}{L_K}$$

Kesit daralması, kopma uzaması gibi sünekliğin bir göstergesidir. Sünek malzemelerde belirgin bir büzülme veya boyun verme meydana gelirken, gevrek malzemeler büzülme göstermezler. Şekil'de gevrek ve sünek malzemelerin kırılma davranışları şematik olarak gösterilmiştir.

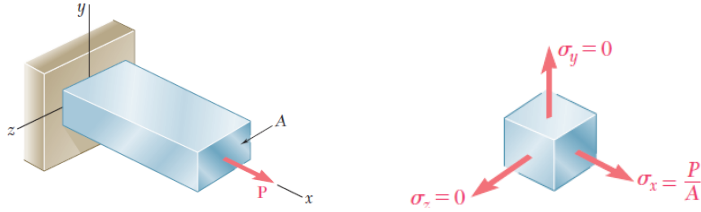


**Şekil** (a) Gevrek malzemenin kırılma şekli (b)sünek malzemenin kırılma şekli.





## Poisson Oranı



Çubuk herhangi bir çekmeye maruz bırakıldığında, çekme doğrultusunda uzayacak ve yanal doğrultuda kesit küçülecektir. Tersî şekilde çubuk basma kuvvetine maruz bırakıldığında, boyu kısılacak yanal doğrultuda kesiti artacaktır. Yapılan araştırmalarda yanal şekil değişimlerinin (Gerinme) eksenel şekil değişimlere oranının her malzeme türü için sabit bir oran verdiği tespit edilmiş ve bu değere Poisson Katsayısı veya Poisson Oranı denilmiştir ve  $(\nu)$  ile gösterilir.

Poisson oranı malzemeye bağlı bir katsayıdır. Genellikle çeliklerde  $\nu=0,30$ , alüminyumda  $\nu=0,30$ , bakırda  $\nu=0,32$  ve betonda  $\nu=0,10$  civarındadır. Genel olarak bu oran  $0 < \nu < 0.5$  arasında değişir. Poisson oranına Esneklik katsayısı da denir.

