FISHER'İN KESİN OLASILIK TESTİ

BİYOİSTATİSTİK VE TIP BİLİŞİMİ A.D.

Beklenen değerlerinin 5 ten Küçük Olması Durumu İçin Uygulanır

Örnek hacmi küçük olduğunda hücrelerin beklenen değerlerinin 5 ten büyük bulunması çok zordur, dolayısıyla χ^2 dağılışına iyi yaklaşım sağlanamaz.

Bu nedenle 2x2 lik tablolarda hücrelerden herhangi birisinin beklenen değeri 5 den küçük ise Fisher'in kesin olasılık testi uygulanması, Süreklilik düzeltmesi yapılmış olan Person χ^2 yönteminin uygulanmasına tercih edilir.

Fisher' in testi, gözlenen 2x2 lik bir tablonun kesin önem seviyesinin hesaplanmasına dayanır.

- Bu teste göre sıra ve sütun marjinal (kenar) toplamları ve (n) değişmemek koşulu ile tablo içi hücre değerlerinin değişik kombinasyonları için söz konusu olasılıkları hesaplayarak toplanır. Bu son elde edilen değer gözlenen ve daha ekstrem tabloların elde edilme olasılığıdır. Toplamı (n) olan hücreleri a,b,c,d olan bir tablonun elde edilme olasılığı:
- Eğer sıfır hipotezi doğru ise en fazla elde edilen tablo kadar a değeri elde etme olasılığı esas alınır.

		I. Özellik		
		Var	Yok	$\sum$
II. Özellik	Var	a	b	**a+b**
	Yok	c	d	**c+d**
	$\sum$	**a+c**	**b+d**	**n**

		I. Özellik		
		Var	Yok	$\sum$
II. Özellik	Var	a	b	**a+b**
	Yok	c	d	**c+d**
	$\sum$	**a+c**	**b+d**	**n**

Bağımsızlık hipotezi altında birinci hücredeki sayı (A) <u>hipergeometrik dağılış</u> gösterir. A nın değişim aralığı

max(0, a-d); min (a+b;a+c)

Olasılığıda:

$$\mathbf{Prob}(A = a) = \frac{(a+b)! * (c+d)! * (a+c)! * (b+d)!}{n! * a! * b! * c! * d!}$$

Tek yönlü önem düzeyi p_1 hesabı,

$$p_1 = \left(\begin{array}{ll} \Pr(A \geq a) & \text{eğer} \ \ a > E(A) \\ \Pr(A \leq a) & \text{eğer} \ \ a <= E(A) \end{array} \right]$$

$$\text{Prob}(A = a) = \frac{(a+b)! * (c+d)! * (a+c)! * (b+d)!}{n! * a! * b! * c! * d!}$$

ile hesaplanır.

Birinci sıra ve birinci sütundaki (a) hücresinin değeri her seferinde 1 küçültülerek yeni tablo ve bunun elde edilme olasılığı hesaplanır. Bu işlem a' nın değeri sıfır oluncaya kadar devam edilir.

ÖRNEK UYGULAMA:

Perikardial efüzyon olan ve olmayan hastaların hastalıklarının sigara içme durumu ile ilişkisi araştırılıyor.

60 kişi ile yapılan bir denemede aşağıdaki tablo elde ediliyor.

		Sigara içme		
		Yok	Var	∑
Efüzyon olması	Yok	2	23	25
	Var	5	30	35
	∑	7	53	**60**

Fisher böyle bir tablonun elde edilme olasılığını hipergeometrik dağılışla bulunacağını göstermiştir.

$$p = \frac{\binom{a+b}{a}\binom{c+d}{c}}{\binom{n}{a+c}} = \frac{(a+b)!*(c+d)!*(a+c)!*(b+d)!}{a!*b!*c!*d!*n!}$$

Burada; **!**: faktöriyel alınacağını ifade ediyor.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!*k!} \text{ dir.}$$

: Bunlar, Binom katsayılarıdır.

Pratik olarak bu tablonun elde edilme olasılığı:

$$p = \frac{(a+b)!*(c+d)!*(a+c)!*(b+d)!}{a!*b!*c!*d!*n!}$$

- Orijinal tablodan en küçük hücre değeri esas alınarak bu sayı sıfıra indirgenene kadar yeni alt tablolar elde edilir.
- Bu örnek tablodan 2 farklı alt tablo daha elde edilebilir.
- Bunlar tablodaki en küçük hücre değeri a=2 hücresinin değeri (0) değerine kadar indirilerek a=1, a=0 için iki yeni tablo daha elde edilir. Yani orijinal tablo dahil olasılık hesaplanacak 3 tablo olur. Tablolar elde edilirken yan toplamlar değişmeyecektir.

İlgili tablolar ve olasılık hesabı

Orijinal veri :

a=2 için alt tablo:

		Sigara içme		
		Yok	Var	∑
Efüzyon olması	Yok	2	23	25
	Var	5	30	35
	∑	7	53	**60**

$$\mathbf{Prob(A = a) = \frac{(25)!*(35)!*(7)!*(53)!}{60!*2!*23!*5!*30!} = 0.252}$$

Yeni alt tablolar ve olasılık hesabı

a=1 için alt tablo:

		Sigara içme		
		Yok	Var	$\sum$
Efüzyon olması	Yok	**1**	24	25
	Var	6	29	35
	$\sum$	7	53	60

$$\mathbf{Prob(a,b,c,d)} = \frac{(25)!*(35)!*(7)!*(53)!}{60!*1!*24!*6!*29!} = \mathbf{0.105}$$

a=0 için alt tablo:

		Sigara içme		
		Yok	Var	∑
Efüzyon olması	yok	**0**	25	25
	var	7	28	35
	∑	7	53	60

$$\mathbf{Prob(a,b,c,d)} = \frac{(25)!*(35)!*(7)!*(53)!}{60!*0!*25!*7!*28!} = \mathbf{0.017}$$

- Bu olasılıklar toplanırsa, Fisher'in **tek yönlü** kesin olasılığı elde edilmiş olur.

Çift yönlü olasılık istenirse bunun iki katı alınır, yani p=0.688 olur.

- Her ne kadar efüzyon oranı 5/7=0.71, 30/53=0.566 olsa da istatistiksel olarak
- $P_{(fisher)} = (0.017+0.105+0.252) = \mathbf{0,374}$

0,374 > α=0.05 olduğundan

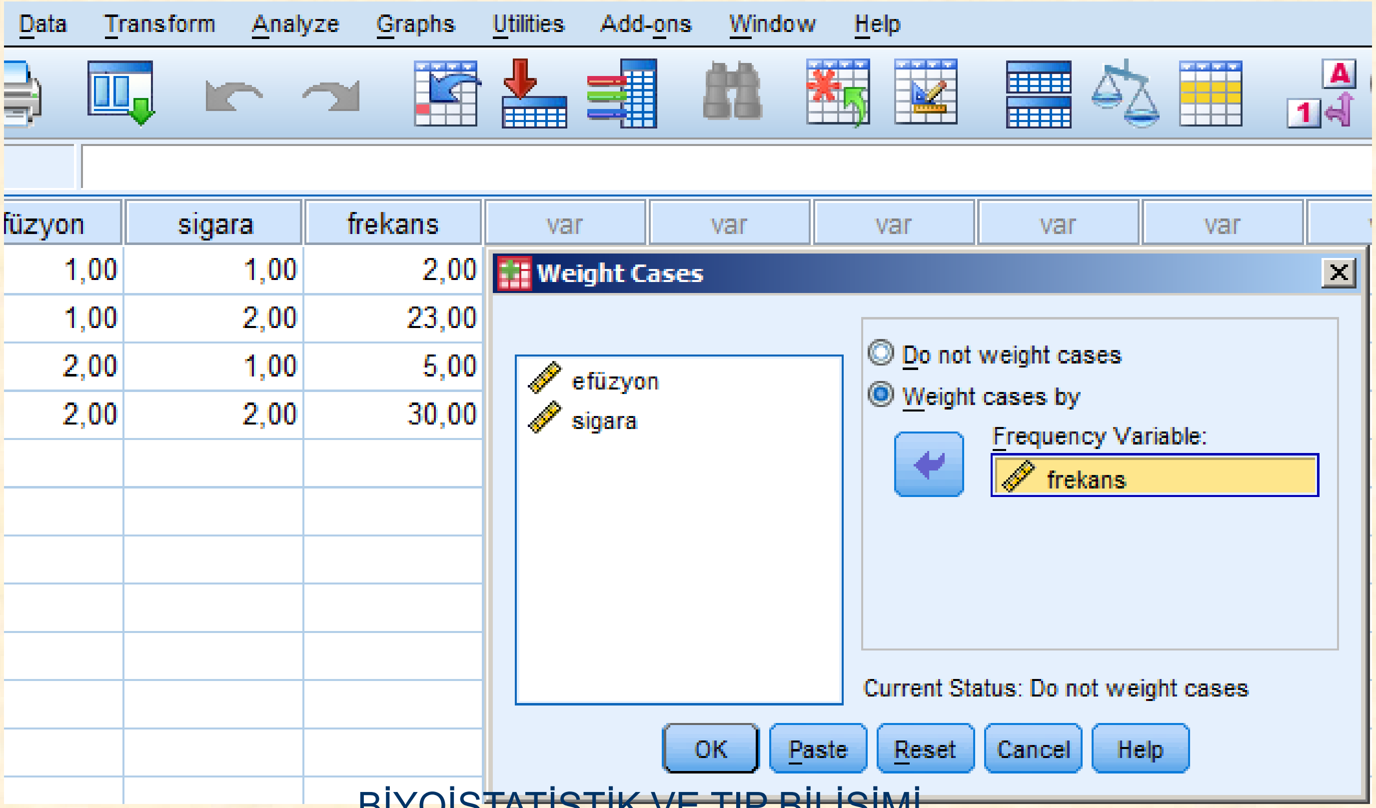
Karar: Sigara ile efüzyonun varlığı arasında bir ilişki olmadığı söylenebilir (p=0.688).

SPSS Çözümü

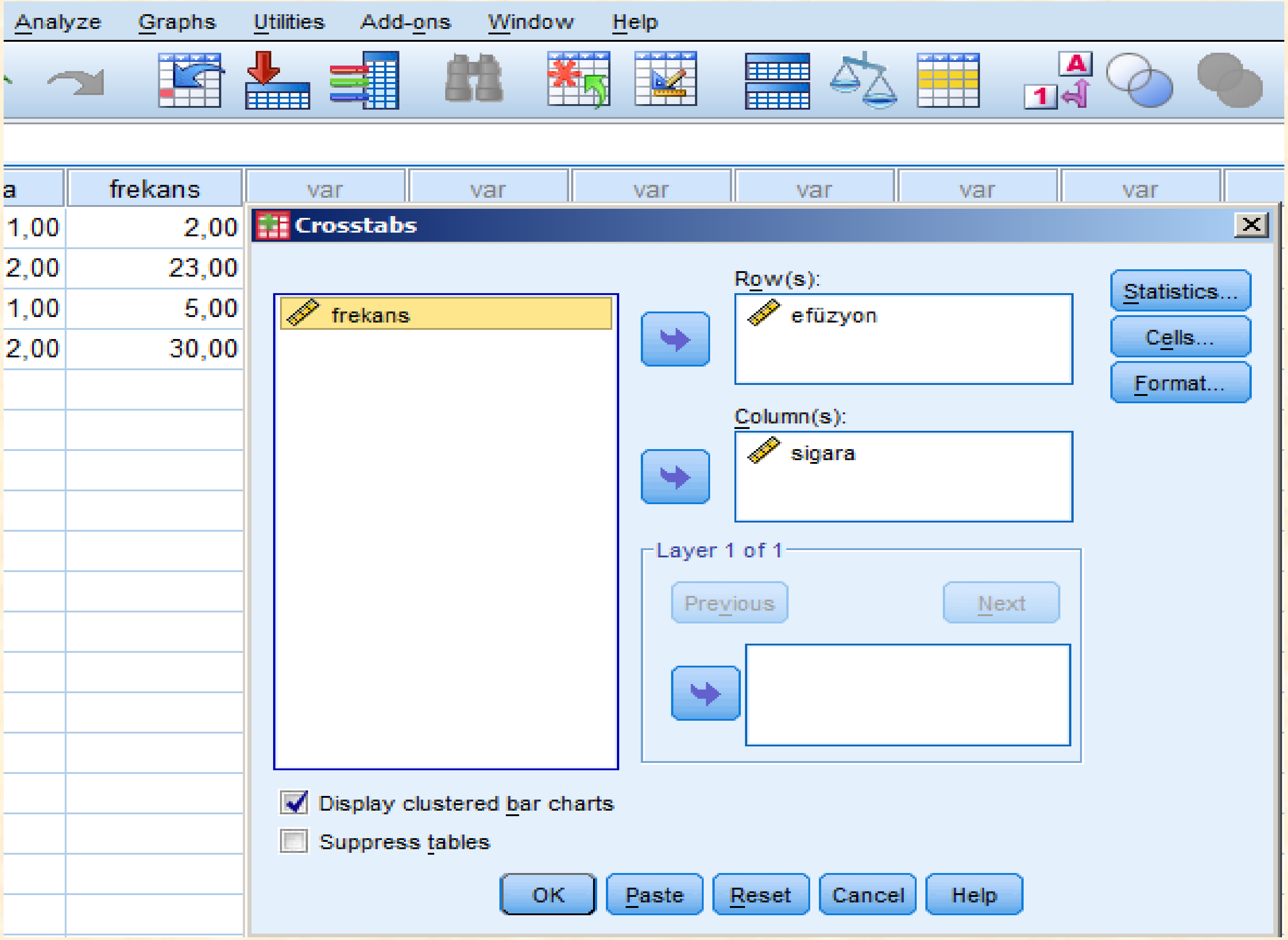
Önce frekansların tartılı olduğu belirtilir.

Veri girişinden sonra;

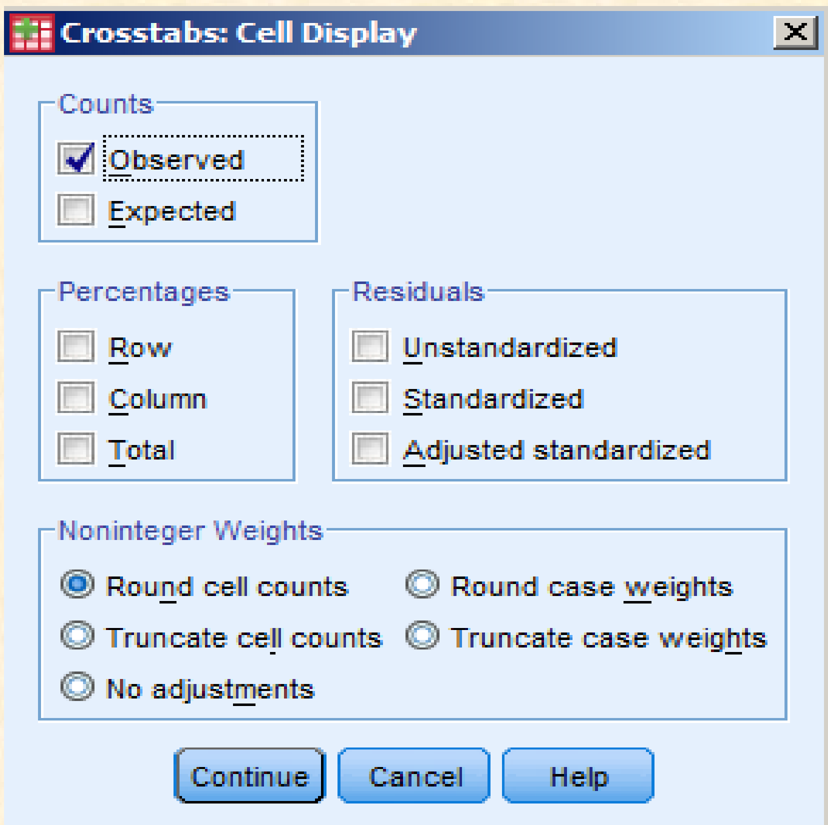
Data>Weight case> seçeneği kullanılır.



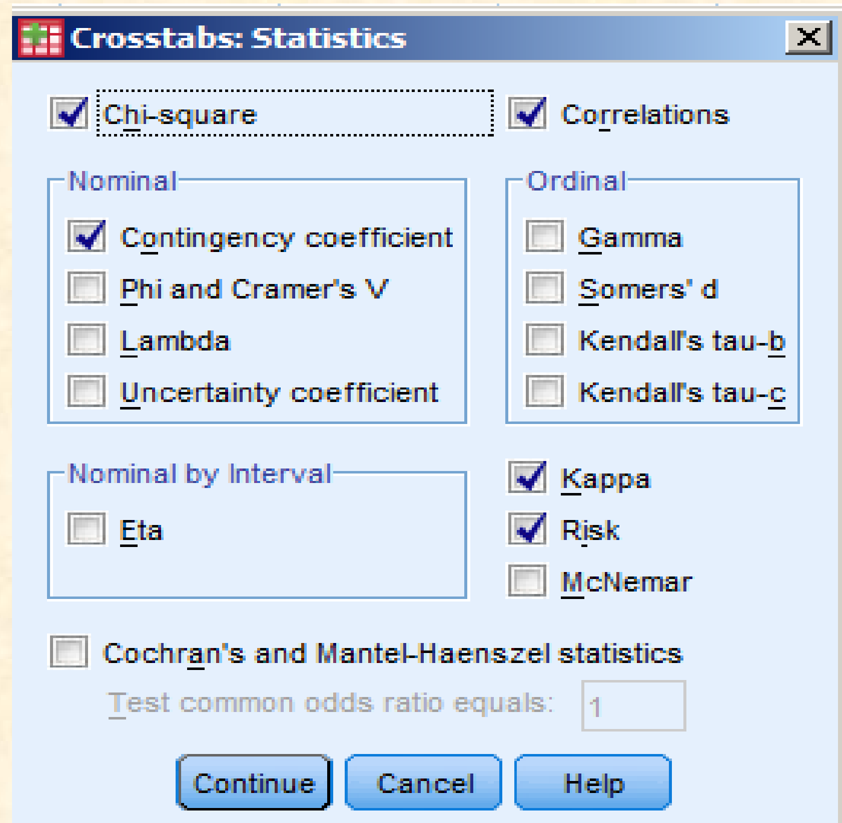
Analysis>Descriptives>Crosstabs seçilir veaçılan pencerelere ilgili değişkenler konur.



Cells



Statistics



efüzyon * sigara Crosstabulation

			sigara		Total
			içmiyor	içiyor	
Efüzyon	yok	Count	2	23	25
		Expected Count	2,9	22,1	25,0
		% within sigara	28,6%	43,4%	41,7%
	Var	Count	5	30	35
		Expected Count	4,1	30,9	35,0
		% within sigara	71,4%	56,6%	58,3%
Total		Count	7	53	60
		Expected Count	7,0	53,0	60,0
		% within sigara	100,0%	100,0%	100,0%

Çift yönlü test için

Çift yönlü test için

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	,559[a]	1	,455		
Continuity Correction[b]	,116	1	,734		
Likelihood Ratio	,581	1	,446		
Fisher's Exact Test				0,688	0,375
Linear-by-Linear Association	,550	1	,458		
N of Valid Cases	60				

a. 2 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,92.

b. Computed only for a 2x2 table

P değeri, çift yönlü test

P değeri, tek yönlü test

2 hücrenin beklenen değeri
5 den küçük

- Aslında gamma veya log-gamma fonksiyonu kullanan daha hassas testler de vardır. Ancak standart istatistik paketlerde hipergeometrik, binomiyal dağılış gibi dağılışlara dayanan kesin olasılık testleri yer aldığından bunlar daha sık kullanılmaktadır.
- Kenar toplamların şansa bağlı olarak değişmesi durumunda Barnard'ın kesin olasılık testi kullanılabilir. Fakat bu testle ilgili bazı eleştirel yönler vardır.