

Tek- ve İki-Yönlü ANOVA

BİYOİSTATİSTİK VE TIP BİLİŞİMİ
A.D.

K tane ortalamamanın Karşılaştırılması: Variyans Analizi

- Varyansın analizi (ANOVA) iki ya da daha fazla örneklem ortalamalarının aynı gerçek ortalamaya sahip bir yığından elde edilip edilemeyeceğini belirlemek için yapılır.

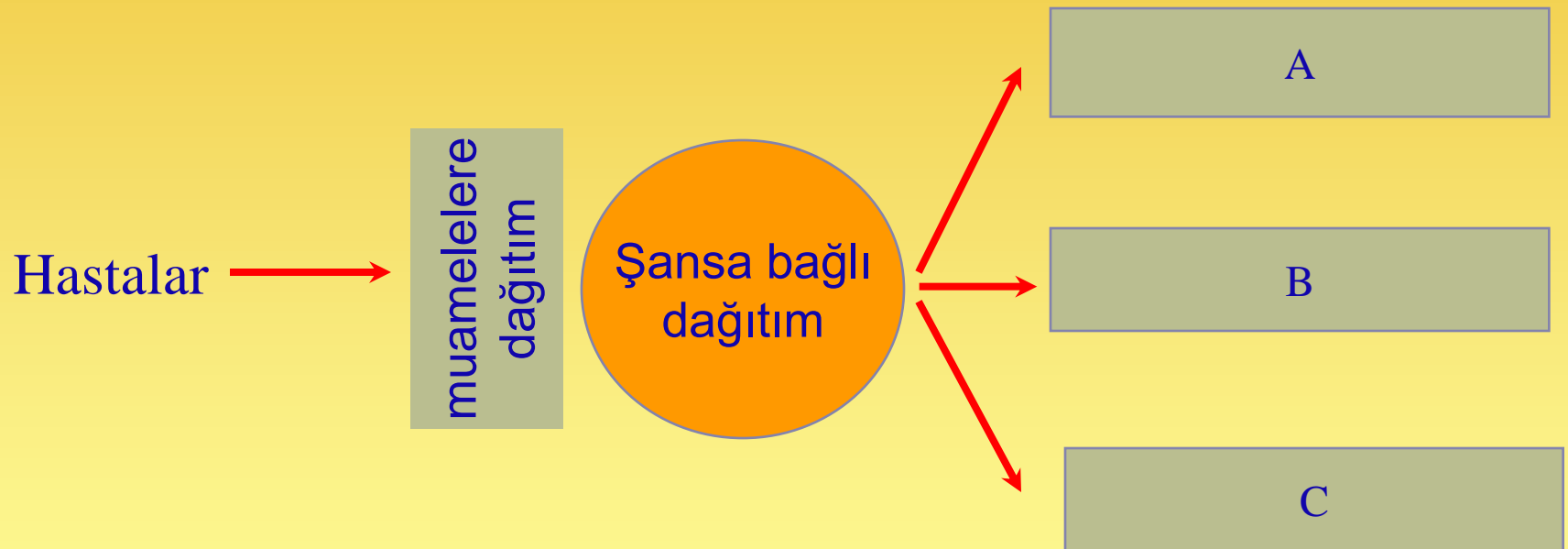


Tamamen Şansa Bağlı Deneme Planı

Tamamen Şansa Bağlı Deneme Planı

- Üç veya daha fazla muameleden birisinin hastalara tamamen şansa bağlı dağıtımı yapılarak kurulur.
 - ★ Bu tek bir muamelenin düzeyleri(doz düzeyi ve uygulama şekli gibi) olabilir.
 - ★ Farklı muameleler (tek muamele, tek muamele ye karşı. muamele kombinasyonları, vs.)
- Bazı klinik sonuçlara ait uygulamaların ortalamalarının veya skor değişimlerinin karşılaştırılması

Tamamen Şansa Bağlı Deneme Planı



	Lab 1	Lab 2	Lab 3	Lab 4	Lab5
	3.4	4.5	5.3	3.2	3.3
	3.0	3.7	4.7	3.4	2.7
	3.4	3.8	3.6	3.1	2.4
	5.0	3.9	5.0	3.0	3.2
	5.1	4.3	3.6	3.9	3.3
	5.5	3.9	4.5	2.0	2.9
	5.4	4.1	4.6	1.9	4.4
	4.2	4.0	5.3	2.7	3.4
	3.8	3.0	3.9	3.8	4.8
	4.2	4.5	4.1	4.2	3.0
$y_i =$	4.30	3.97	4.46	3.12	3.34
$s^2 =$	0.82	0.19	0.41	0.58	0.54

- Çok miktarda hazırlanan bir standart çözeltiden 50 örnek hazırlanıp 5 ayrı laboratuara gönderiliyor. Laboratuvarların ölçümleri arasında bir fark olup olmadığı konusunda ne söylenebilir?

Tek Yönlü Varyans Analizi

- Bu örnekte olduğu gibi eğer sadece tek bir faktörün etkisine bakılacaksa bu analize **tek yönlü** deneme denir. örneğimizde etken faktör laboratuvarlar-bunlarla ilgili **varyans** analizi yapılır.
- Örnekteki gibi bir deneyin **k** farklı metodunun karşılaştıracağını varsayalım. Her yöntem için r_i tane tekrar gözlem (tekerrür) yapılmış olsun ve toplam gözlem sayısı $n = \sum r_i$ $i = 1, 2, 3, \dots, k$
- Her yöntem için tekrar ölçümler arasında rastsal bir değişkenlik olacaktır. k metodun farklı olup olmadığını anlamak için yöntemler arasındaki değişkenliğin incelenmesi gerekir.

Tek Yönlü Varyans Analizi

- Tüm yöntemlerin aynı yığın varyansına sahip olduğunu varsayarak **yöntemler içi** varyans hesaplanır.

$$s_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{r_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2}{\sum_{i=1}^k (r_i - 1)}$$

$$\bar{Y}_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{r_i} Y_{ij}}{n_i}$$

$$s_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2}{n - k}$$

Her yöntemde eşit sayıda ölçüm varsa

- **Yöntemler arası** varyans ise yöntem ortalamaları ile toplam ortalamayı kullanarak hesaplanır.

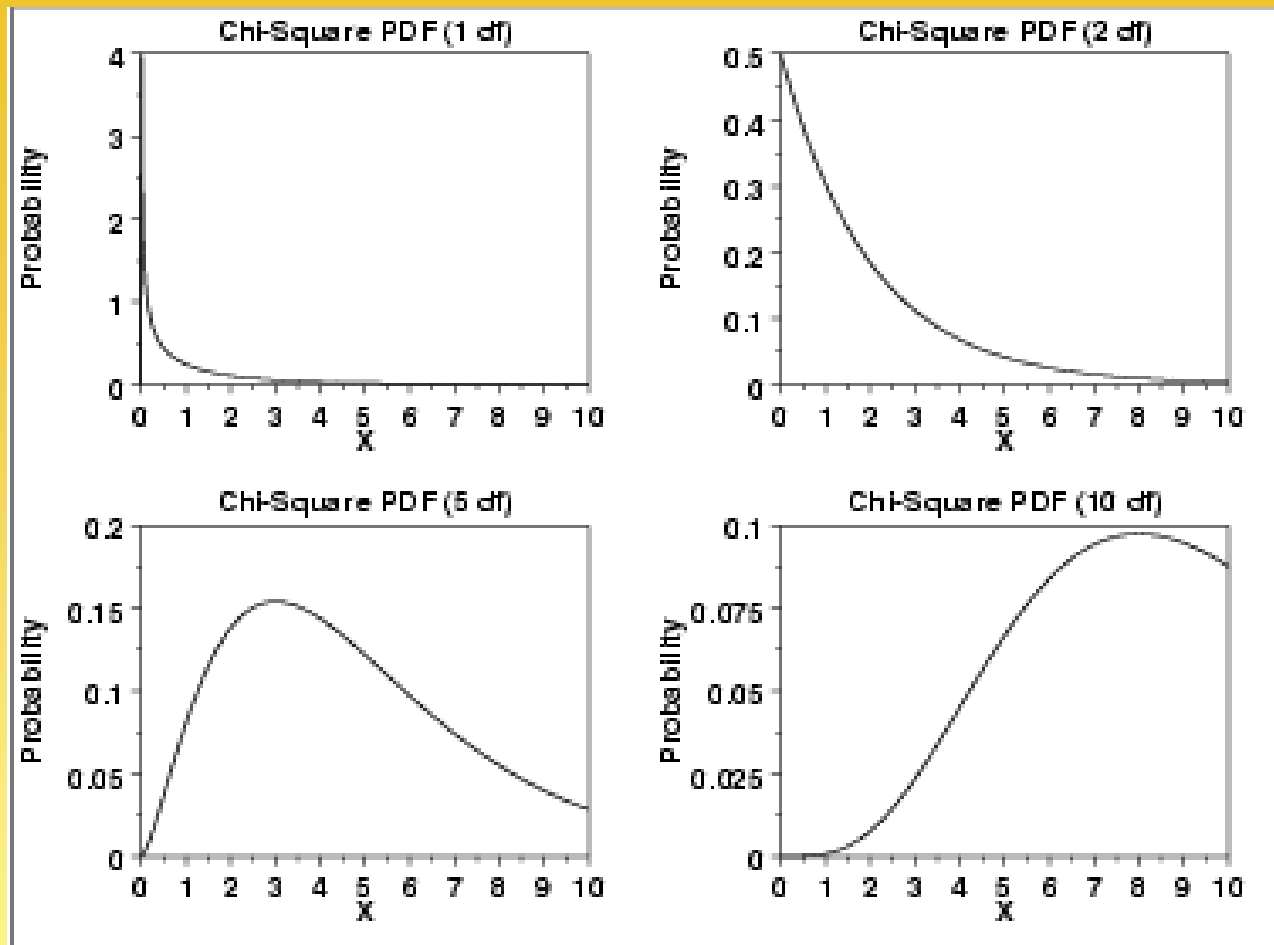
$$s_A^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\bar{Y}_{i.})^2}{r_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{r_i} Y_{ij} \right)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^k r_i \cdot (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2}{k - 1}$$

- Eğer deney sonuçlarını etkileyen bilinmedik bir etken yoksa, s_e^2 sırf ölçüm hatalarından kaynaklanan varyans s^2 'nin yaklaşık değerini verir.
- Eğer yöntem ortalamaları arasında şans eseri beklenenin dışında bir fark yoksa yöntemler arası s_A^2 de sadece rastsal ölçüm hatalarını belirler. Böyle bir durumda s_e^2 'ye eşit olması beklenir. s^2 'nin hesaplanmış ikinci bir yaklaşık değeridir.
- Eğer gerçek ortalama yöntemden yönetime fark gösteriyorsa s_A^2 'nin değeri şişecek ve s_e^2 'den yüksek olacaktır.
- H_0 : k ortalama arasında fark yoktur
Bunu anlamak için s^2 'nin iki tahmini değeri s_e^2 ve s_A^2 büyüklüğünün istatistiksel olarak aynı olup olmadığı kontrol edilir. Aynıysalar, ortalamaların farklı olduğuna dair güçlü bir kanıt yok diyebiliriz. Farklıysalar, yani s_A^2 'nin değeri fazlaysa ortalamaların farklı olduğu sonucunu çıkarırız.

Variyanlar arasında fark olup olmadığını ise **F testi** uygulayarak bilebiliriz.

TEST İstatistiği

- Örneklem variyanslarının dağılımı χ^2 dağılımına sahiptir. Örneklem variyanslarının oranı da F dağılımına göre değişir. Bunlar çarpık dağılımlar olup şekilleri serbestlik derecesine göre değişir. Alternatif hipotezler genelde tek yönlü hipotezlerdir.



Normal Dağılım → t dağılım (t test)
 χ^2 Dağılım → F dağılım (F test)

Örnek:

	Metod		
	A	B	C
	12	13	18
	10	17	16
	13	20	21
	9	14	17
ort.	11.0	16.0	18.0
varyans	3.33	10.00	4.67
top.ort	15		

$$s_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2}{n - k}$$

↓
6.06

$$s_A^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\bar{Y}_{i.})^2}{r_i} - \frac{\left(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{r_i} Y_{ij} \right)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^k r_i \cdot (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2}{k - 1}$$

<

↓
52 Karar?

KARELER TOPLAMLARI FARKLI ŞEKİLLERDE HESAPLANABİLİR

1. Düzeltme katsayısı(DK): $DK = \frac{(Y_{..})^2}{n}$
2. Genel Kareler Toplamı: $GKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r Y_{ij}^2 - DK$
3. Muamele Kareler Toplamı: $MKT = \sum_{i=1}^k \frac{(Y_{i.})^2}{r_i} - DK$
4. Hata KT = GKT-MKT

$$HKO=6.06$$



$$MKO=52, H_0 \text{ Ret edilir}$$

Bu soruya yanıt vermek için F testi yapılır:

- F dağılımı örneklem variyans oranının dağılımına ve serbestlik derecesine göre tabloya konmuştur.

Pay gruplar arası variyans, payda ise gruplar içi varyanstır.

$$F_h = 52/6.06 = 8.67$$

- $F_{v_1, v_2, \alpha} = F_{2, 9, 0.05} = 4.74$ (Excel'de =FTERS(0.05;2;9))

- Hesaplanan $F_h = 52/6.06 = 8.67$

- $F_c < F_h \rightarrow s_A^2 > s_e^2.$

Karar: Üç yöntemden en az birisi diğerlerinden farklıdır.

Ancak Hepsinde farklı olabilir. Farklı olanı bulmak çoklu karşılaştırma yöntemleri vb yöntemlerle yapılabilir.

ANOVA Fonksiyonu

- Eğer ANOVA bir yazılım programı kullanarak yaparsak, çoğunlukla aşağıdaki tabloya benzer bir ANOVA sonuç tablosu alırsınız.
- Excel'de ANOVA için Araçlar/veri çözümleme/ Tek etken Anova:

ÖZET

Gruplar	Say	Toplam	Ortalama	Varyans
Sütun 1	4	44	11	3.333333
Sütun 2	4	64	16	10
Sütun 3	4	72	18	4.666667

ANOVA

Varyans Kaynağı	SS	df	MS	F	P-değeri	F ölçütü
Gruplar Arasında	104	2	52	8.666667	0.007977	4.256492
Gruplar İçinde	54	9	6			
Toplam	158	11				

KT

Serbestlik Derecesi

KO

F_c

F_h

F_h değeri elde etme yüzdesi

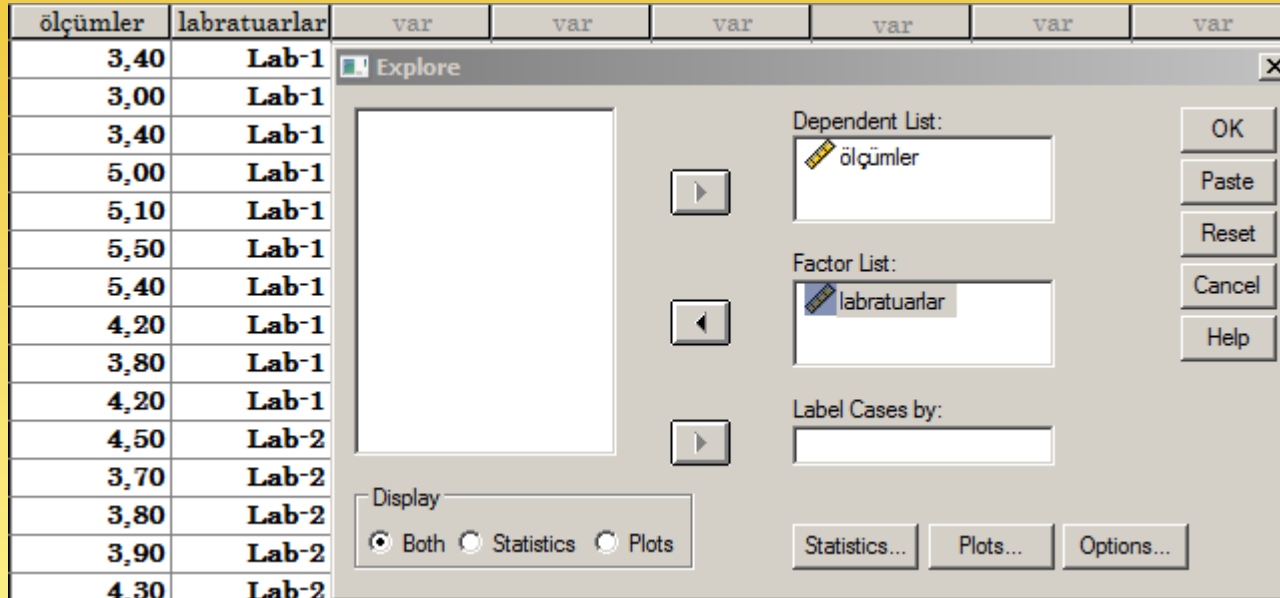
Örnek Problem

Çok miktarda hazırlanan bir standart çözeltiden her laboratuvar için 10 tekerrür olmak üzere 50 alikot hazırlanıp, 5 ayrı laboratuvara gönderiliyor.

Laboratuvarların ölçümleri arasında önemli bir fark var mıdır?

Lab-1	Lab-2	Lab-3	Lab-4	Lab-5
3,4	4,5	5,3	3,2	3,3
3,0	3,7	4,7	3,4	2,7
3,4	3,8	3,6	3,1	2,4
5,0	3,9	5,0	3,0	3,2
5,1	4,3	3,6	3,9	3,3
5,5	3,9	4,5	2,0	2,9
5,4	4,1	4,6	1,9	4,4
4,2	4,0	5,3	2,7	3,4
3,8	3,0	3,9	3,8	4,8
4,2	4,5	4,1	4,2	3,0

SPSS ile çözüm



SPSS programına veri girişi ölçümler bir sütuna, laboratuarlar ikinci sütuna olacak şekilde girilir. Sonra verilerin normal dağılışa uygunluğu kontrol edilir.

Explore: Plots

Boxplots
☒ Factor levels together
☐ Dependents together
☐ None

Descriptive
☒ Stem-and-leaf
☐ Histogram

☒ Normality plots with tests

Spread vs. Level with Levene Test
☒ None
☐ Power estimation
☐ Transformed Power: Natural log
☐ Untransformed

☒ Both ☐ Statistics ☐ Plots

Continue Cancel Help

OK Paste Reset Cancel Help

Statistics... Plots... Options...

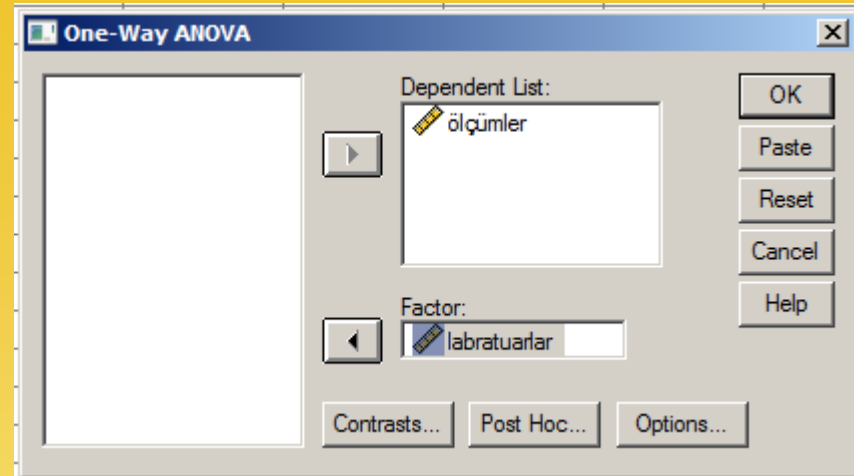
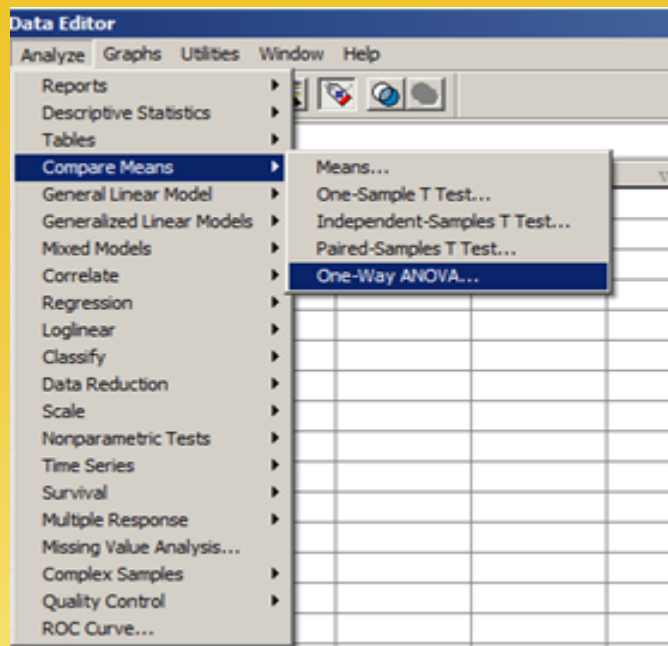
Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
ölçümler	Lab-1	,181	10	,200*	,921	10	,368
	Lab-2	,170	10	,200*	,911	10	,289
	Lab-3	,125	10	,200*	,922	10	,374
	Lab-4	,138	10	,200*	,949	10	,658
	Lab-5	,268	10	,041	,889	10	,167

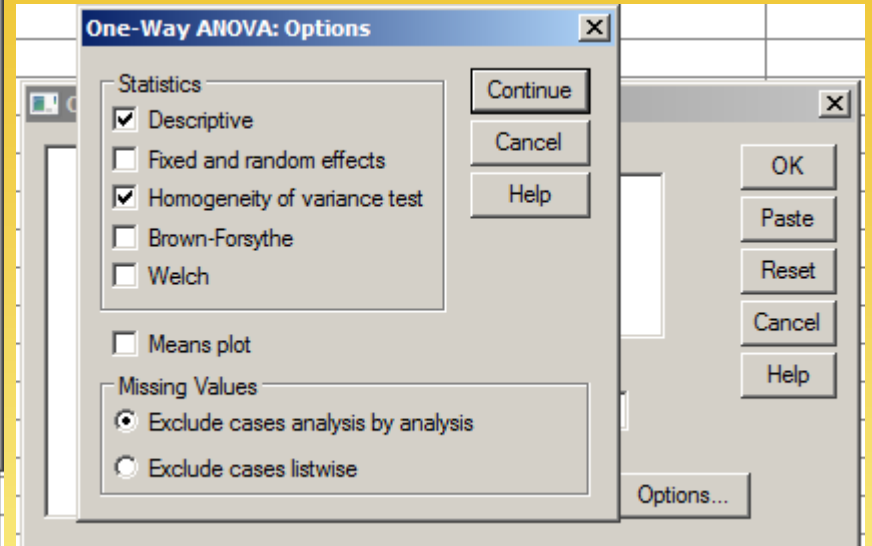
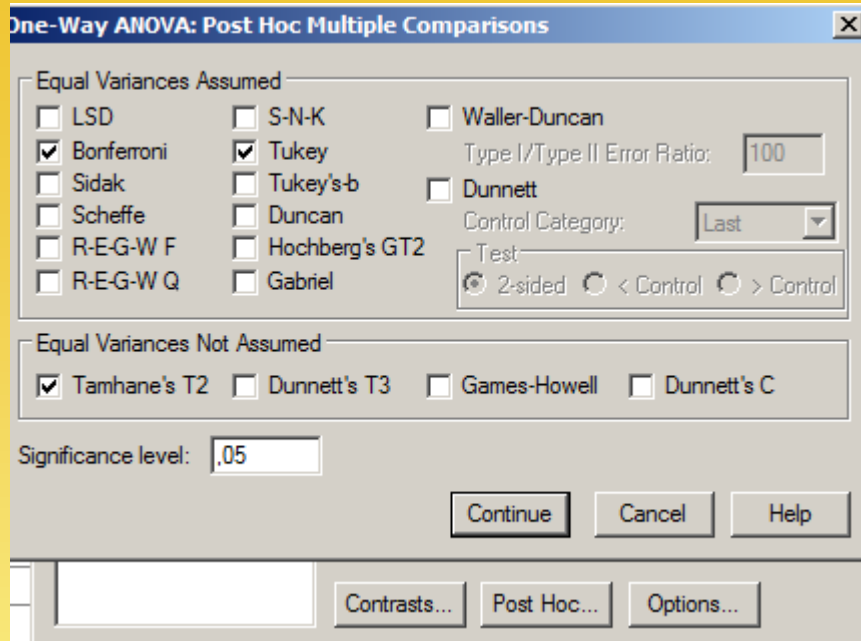
*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Tüm gruplara ait verilerin normal dağıldığına karar verilir. Böylece parametrik varyans analizi kullanılması uygundur, kararı ile analize başlanır.



- Analysis>Compare means>One-way anova
Seçenekleri ile tek-yönlü analiz yapılacağı belirtilir.
“Dependent” kısmına analiz edilecek özellik, yani ölçümler konur,
“Factor” kısmına laboratuvarlar konur.



- “Post Hoc” düğmesi tıklanarak, çoklu karşılaştırma yöntemi belirlenir. “Continue” ile çıkılır. Sonra “option” lardan “Descriptive” ve “Homogeneity” seçilir, “Continue” ile çıkılır. “OK” tıklanarak analiz tamamlanır.

Descriptives

ölçümler

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
Lab-1	10	4,3000	,90431	,28597	3,6531	4,9469	3,00	5,50
Lab-2	10	3,9700	,43982	,13908	3,6554	4,2846	3,00	4,50
Lab-3	10	4,4600	,64153	,20287	4,0011	4,9189	3,60	5,30
Lab-4	10	3,1200	,76420	,24166	2,5733	3,6667	1,90	4,20
Lab-5	10	3,3400	,73666	,23295	2,8130	3,8670	2,40	4,80
Total	50	3,8380	,86612	,12249	3,5919	4,0841	1,90	5,50

Test of Homogeneity of Variances

ölçümler

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
1,577	4	45	,197

ANOVA

ölçümler

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	13,813	4	3,453	6,772	,000
Within Groups	22,945	45	,510		
Total	36,758	49			

- Tanımlayıcı istatistikler, varyans homojenliği ve varyans analiz tabloları aşağıdaki gibi elde edilir.

Homogeneous Subsets

ölçümler

labratuarlar		N	Subset for alpha = .05	
			1	2
Tukey HSD ^a	Lab-4	10	3,1200	
	Lab-5	10	3,3400	
	Lab-2	10	3,9700	3,9700
	Lab-1	10		4,3000
	Lab-3	10		4,4600
	Sig.		,076	,546

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 10,000.

- Çoklu karşılaştırmalar için TUKEY yöntemi sonuçları yukarıdaki tablodaki gibi verilir.

ANOVA

➤ Ölçümler

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	13,813	4	3,453	6,772	,000
Within Groups	22,945	45	,510		
Total	36,758	49			

$F_h > F_c$ $6.77 > 2.58$ → Bu durumda laboratuvarlar arasındaki değişkenlik laboratuvar içindeki değişkenlikten daha büyük.

Yani laboratuvarların ölçümleri arasında bir fark olduğunu söyleyebiliriz.

NOT

- ANOVA bize hangi laboratuvarın ya da kaç laboratuvarın farklı olduğunu söylemez, sadece onların aynı sonucu vermediği gerçeğini çıkarabiliriz. ANOVA'dan sonra diğer sorulacak sorular:
 - ★ Hangi lablar farklı hangileri aynı (Çoklu eşli karşılaştırma)
 - ★ Hangi lab doğru sonucu veriyor? (En yüksek ölçen belki de en doğru ölçen.)
- ANOVA birden fazla etkenin olduğu problemlere de uygulanabilir. Çok faktörlü (faktöriyel) denemler olarak bilinir.

Çoklu Karşılaştırmalar

➤ Ölçümler

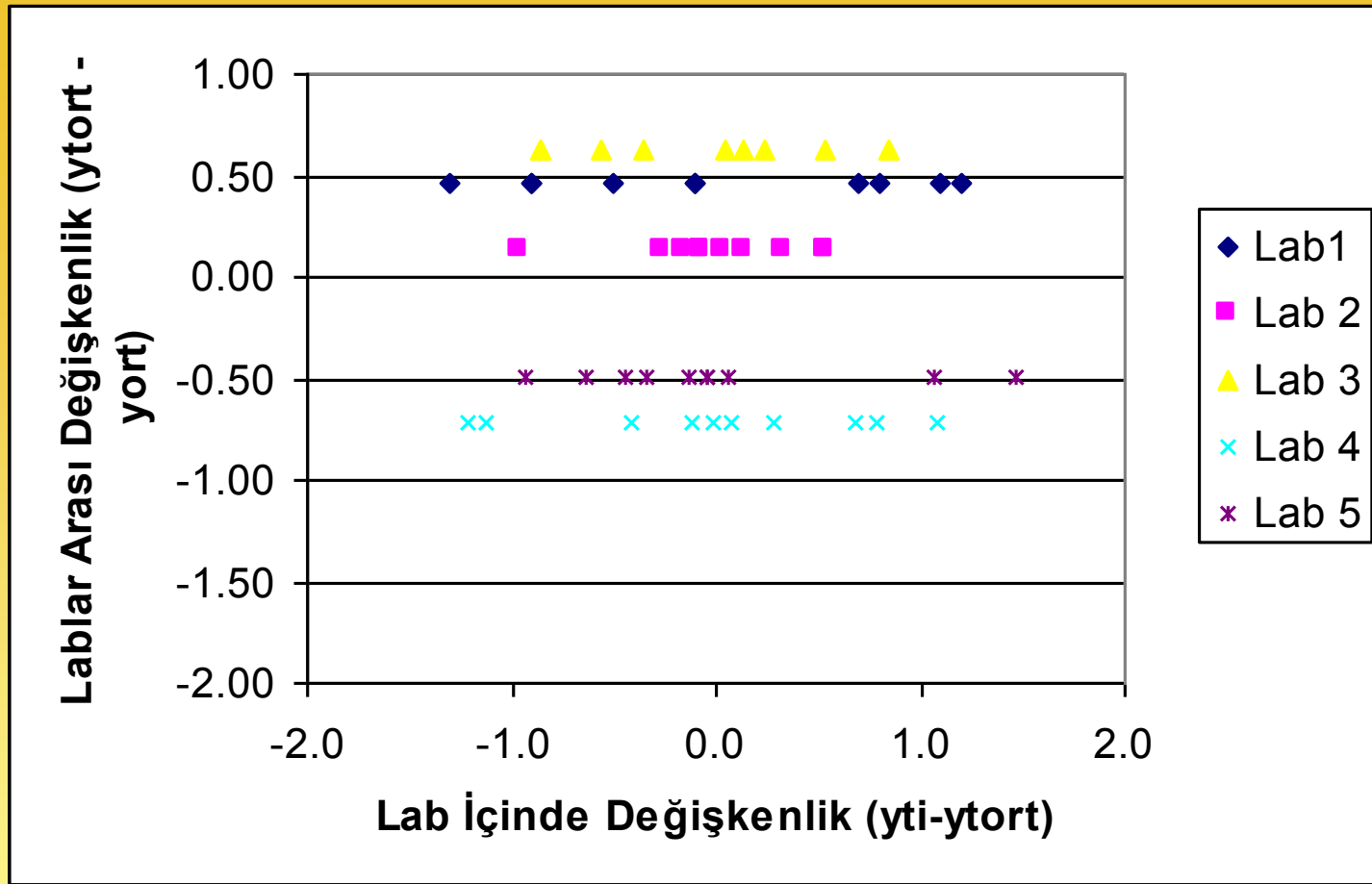
Laboratuvarlar

Subset for alpha = .05

Tukey HSD(a)	N	1	2	3	1
Lab-4	10	3,1200			
Lab-5	10	3,3400			
Lab-2	10	3,9700	3,9700		
Lab-1	10		4,3000		
Lab-3	10		4,4600		
Sig.	,076	,546			
Duncan(a)					
Lab-4	10	3,1200			
Lab-5	10	3,3400	3,3400		
Lab-2	10		3,9700	3,9700	
Lab-1	10			4,3000	
Lab-3	10			4,4600	
Sig.	,494	,055	,154		

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a Uses Harmonic Mean Sample Size = 10,000.



Şekilden görüldüğü gibi, sonuçlardaki değişkenlik her laboratuvar için hemen hemen aynı. Lab 4 ve 5 toplam ortalamamanın biraz daha altında sonuç veriyor.

Çoklu Karşılaştırma Sonuçları

➤	Lab-4	a	3,1200
➤	Lab-5	a	3,3400
➤	Lab-2	ab	3,9700
➤	Lab-1	b	4,3000
➤	Lab-3	b	4,4600

Lab 4-5 (düşük ortalamalı gruplar) ile Lab 1 - 3 den (yüksek ortalamalı gruplar)önemli derecede farklıdır.

Lab 2 ise her iki setin ortasında bir yer alır.