T.C.

ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

MÜHENDSİLİK FAKÜLTESİ

Makina Mühendisliği Bölümü

MAK 315 ISI TRANSFERİ

Zaman Bağımlı Isı İletimi, Toplam Kütle Yaklaşımı, Genel Toplam Kütle Yaklaşımı

8. Hafta

özenilen üniversite

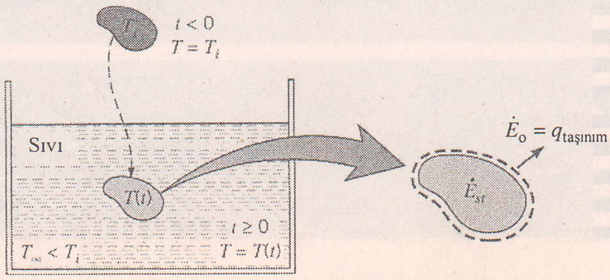
Isı iletimi çözümlemesinde giderek daha karmaşık problemleri ele aldık. Sürekli rejimde, içinde ısı üretimi olmayan bir boyutlu basit durumla başladık ve daha sonra birden fazla boyutun ve üretim etkilerinin neden olduğu karmaşık durumları inceledik. Ancak, şimdiye kadar koşulların zamanla değiştiği problemler ele alınmadı.

Birçok ısı geçiş problemi zamana bağlıdır. *Zamana* bağlı problemler genellikle sistemin sınır koşulları değiştiğinde ortaya çıkar. Örneğin, eğer bir sistemin yüzey sıcaklığı değişirse, sistem içindeki her noktanın sıcaklığı da değişmeye başlayacaktır. *Sürekli rejim* sıcaklık dağılımı elde edilinceye kadar değişim devam eder. Bir sıcak metal çubuğun fırından çıkarıldığını ve soğuk hava akımına bırakıldığını düşünelim. Enerji, taşınım ve ışınımla yüzeyden çevreye geçer. Enerji geçişi iletimle metalin içinden yüzeyine olur ve çubuk içindeki her noktada sıcaklık sürekli rejime erişilinceye kadar azalır. Bu tür zamana bağlı etkilere birçok endüstriyel ısıtma ve soğutma işleminde rastlanır.

Zamana bağlı problemde katı içindeki sıcaklık dağılımını bulmak için ısı denkleminin uygun yazımını, örneğin Denklem 2.13'ü çözerek başlayabiliriz. Çözümleri elde edilen bazı problemler Bölüm 5.4-5.8'de tartışılmıştır. Bununla birlikte, katı içindeki sıcaklık gradyanının küçük olması durumunda, *toplam kütle yaklaşımı adı verilen* bir yaklaşım kullanılabilir.

5.1 *Toplam Kütle Yaklaşımı*

Basit, genel ve zamana bağlı bir problem bir katının bulunduğu ısıl çevrenin bir anda değişmesidir. Sıcak metal bir parçanın başlangıçta T_i sabit sıcaklığında olduğunu ve parçaya, düşük sıcaklıktaki ($T_\infty < T_i$) bir akışkan içine batırılarak, su verildiğini düşünün (Şekil 5.1). Eğer su vermenin $t = 0$ anında başladığı varsayılırsa katının sıcaklığı zamanla T_∞ sıcaklığına erişene kadar azalacaktır. Bu azalma katı-akışkan yüzeyindeki ısı taşınımından kaynaklanır. Gerçekte toplam kütle yaklaşımı, katı içindeki sıcaklığın zamana bağlı süreçte belli bir anda *her noktada sabit* olduğu kabulüdür. Bu yaklaşım, katı içersindeki sıcaklık gradyanlarını göz ardı eder.



ŞEKİL 5.1
Bir metal parçanın soğuması.

Fourier yasası incelenirse sıcaklık gradyanının olmaması sonsuz ısıl iletkenlik anlamına gelir. Bu gerçekte olanaksızdır. Bununla birlikte, bu durumun tam olarak hiçbir zaman sağlanamamasına karşın, eğer katı içindeki iletim direnci, katı ve çevresi arasındaki taşınım direncine oranla küçükse iyi bir sonuç sağlanır.

Katı içindeki sıcaklık gradyanlarını gözardı edersek, artık problemi ısı denkleminin çerçevesi içinde ele alamayız. Bunun yerine, sıcaklığın zamanla değişimi, katı üzerinde toplam enerji dengesi yazılarak bulunur. Bu denge, yüzeyden olan ısı geçişini iç enerji değişimi ile ilişkilendirmelidir. Şekil 5.1'deki kontrol hacmine Denklem 1.11a'yı uygularsak bu ilişki,

$$-\dot{E}_o = \dot{E}_{st} \tag{5.1}$$

biçimini alır. Başka bir deyişle,

$$-hA_s(T - T_\infty) = \rho Vc\frac{dT}{dt} \tag{5.2}$$

olur. Değişken dönüşümü yaparak,

$$\theta \equiv T - T_\infty \tag{5.3}$$

ve $(d\theta / dt) = (dT / dt)$ olduğunu hatırlayarak,

$$\frac{\rho Vc}{hA_s}\frac{d\theta}{dt} = -\theta$$

bulunur. Değişkenlere ayırarak ve başlangıç koşulu olan t = 0'da $T(0) = T_i$ bilgisini kullanıp, entegre ederek,

$$\frac{\rho Vc}{hA_s}\int_{\theta_i}^{\theta}\frac{d\theta}{\theta} = -\int_0^t dt$$

elde edilir, burada

$$\theta_i \equiv T_i - T_\infty \tag{5.4}$$

olmaktadır. İntegral alınırsa,

$$\underbrace{\frac{\rho Vc}{hA_s}}_{\tau_t \text{ ısıl zaman sabiti}}\ln\frac{\theta_i}{\theta} = t \tag{5.5}$$

veya

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left[-\left(\frac{hA_s}{\rho Vc}\right)t\right] \tag{5.6}$$

bulunur. Denklem 5.5, katının bir T sıcaklığına erişmesi için gerekli zamanı bulmak, veya Denklem 5.6 bir t süresinde katının erişeceği sıcaklığı hesaplamak için kullanılabilir.

5.2
Toplam Kütle Yaklaşımının Geçerliliği

Elde edilen sonuçlardan toplam kütle yaklaşımının güçlü yanı kolayca görülmektedir. Zamana bağlı problemleri çözmek için kullanılabilecek en uygun ve basit yöntemdir. Aşağıda bu yöntemin hangi koşullarda kabul edilebilecek doğrulukla kullanılabileceği belirlenecektir.

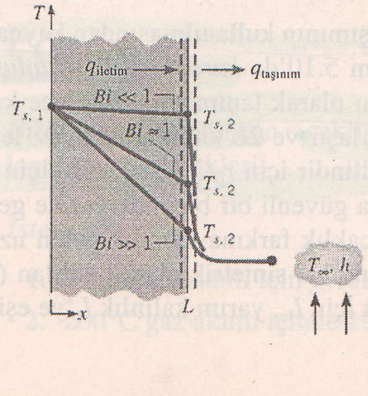
Uygun bir kıstas geliştirmek için düz levhanın A alanından geçen iletimi göz önüne alın (Şekil 5.3). Sürekli rejim varsayımına karşın bu kıstas kolayca geçici bir yüzey $T_{s,1}$ sıcaklığında tutulmakta, diğer yüzeyde ise $T_\infty < T_{s,1}$ sıcaklığında bir akış olmaktadır. Bu yüzdeki sıcaklık $T_{s,2}$, ortalama bir değer $T_\infty < T_{s,2} < T_{s,1}$ olacaktır. Sürekli rejimde yüzey enerji dengesi, Denklem 1.12,

$$\frac{kA}{L}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right) = hA\left(T_{s,2} - T_\infty\right)$$

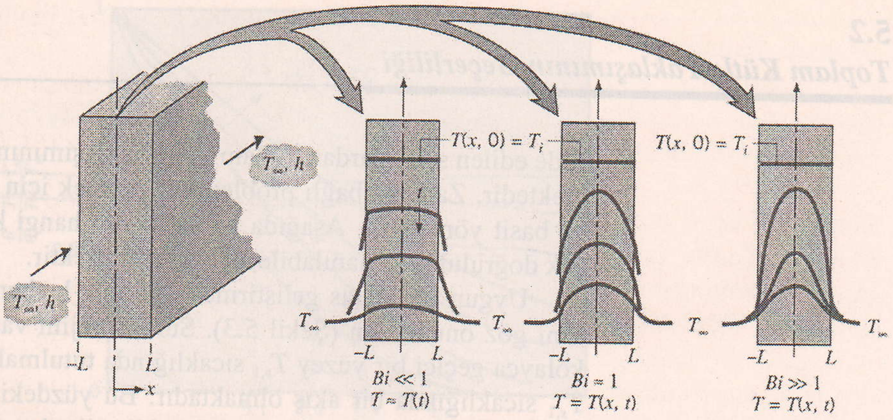
bağıntısına indirgenir. Burada k, katının ısı iletim katsayısıdır. Yeniden düzenleyerek,

$$\frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{T_{s,2} - T_{s,\infty}} = \frac{(L/kA)}{(1/hA)} = \frac{R_{\text{iletim}}}{R_{\text{taşınım}}} = \frac{hL}{k} \equiv Bi \qquad (5.9)$$

bulunur. Eşitlik 5.9'da gözüken (hL/k) boyutsuz bir parametredir. Biot sayısı olarak adlandırılır ve iletim problemlerinde yüzey taşınım etkileri ile ilgili temel bir işlev görür. Denklem 5.9'a göre ve Şekil 5.3'de gösterildiği gibi, Biot sayısı yüzey ve akışkan arasındaki sıcaklık farkına göre katı içindeki sıcaklık düşüşünün bir ölçüsünü verir. Özellikle $Bi \ll 1$ olduğu duruma dikkat edin. Sonuçlar, bu durumda, zaman içinde, herhangi bir anda katı içindeki sıcaklık dağılımını sabit kabul etmenin uygun olduğunu göstermektedir. Bu sonuç, Biot sayısının ısıl dirençlerin oranı olarak açıklanmasına da uymaktadır, Denklem 5.9. $Bi \ll 1$ ise katı içindeki iletim direnci akışkan sınır tabakası içindeki taşınım direncinden çok daha küçüktür. Böylece sabit sıcaklık varsayımı doğrudur.



ŞEKİL 5.3
Biot sayısının, yüzeyinden taşınım olan düz levha içindeki sürekli-rejim sıcaklık dağılımına etkisi.



ŞEKİL 5.4 Değişik Biot sayıları için simetrik olarak taşınımla soğutulan düz bir levha içindeki zamana bağlı sıcaklık değişimi.

Biot sayısını zamana bağlı problemlerdeki önemi nedeniyle tanımladık. Başlangıçta T_i sabit sıcaklığında bulunan Şekil 5.4'deki düz levha ele alınsın. Levha $T_\infty < T_i$ sıcaklığındaki akışkan içine daldırılıp, taşınımla soğutulmaktadır. Problem, x'e göre bir boyutlu olarak ele alınabilir, yer ve zamana göre sıcaklık dağılımı bulunabilir, $T(x, t)$. Bu dağılım Biot sayının fonksiyonudur ve üç farklı durum Şekil 5.4'de gösterilmiştir. $Bi \ll 1$ için katı içinde sıcaklık gradyanı küçüktür ve $T(x, t) \approx T(t)$. Hemen hemen tüm sıcaklık farkı katı ve akışkan arasındadır. Katı sıcaklığı T_∞'a azalırken düzgün dağılımlıdır. Buna karşın, Biot sayısının orta ve büyük değerleri için katı içindeki sıcaklık gradyanları önemlidir. Bu nedenle, $T = T(x, t)$'dir. Dikkat edilirse $Bi \gg 1$ için katı içindeki sıcaklık farkı yüzey ve akışkan arasındakinden çok fazladır.

Tartışmayı toplam kütle yaklaşımının önemini vurgulayarak kapatalım. Yöntemin basitliği zamana bağlı problemleri çözmek için tercih edilen bir yöntem olmasını sağlar. Bu tür problemlerle karşılaşıldığında *yapılması gereken ilk iş Biot sayısının hesaplanmasıdır*. Aşağıdaki koşul sağlanırsa,

$$Bi = \frac{hL_c}{k} < 0.1 \tag{5.10}$$

toplam kütle yaklaşımının kullanılmasından kaynaklanan hata küçüktür. Kolaylık için Denklem 5.10'da *karakteristik uzunluk*, $L_c = V/A_s$, katı hacminin yüzey alanına oranı olarak tanımlanır. Böylece karmaşık şekilli katılar için L_c'nin hesabı kolaylaşır ve $2L$ kalınlığında düz levha için yarı kalınlık L'ye (Şekil 5.4), uzun silindir için $r_0/2$'ye ve küre için $r_0/3$'e indirgenir. Bununla birlikte, kıstas daha güvenli bir biçimde yerine getirilmek istenirse, L_c maksimum uzamsal sıcaklık farkına karşılık gelen uzunluk ölçeği ile bağlantılı olmalıdır. Bu bakımdan, simetrik olarak ısıtılan (veya soğutulan) $2L$ kalınlığındaki düz levha için L_c, yarım kalınlık L'ye eşit alınmalıdır. Ancak, uzun

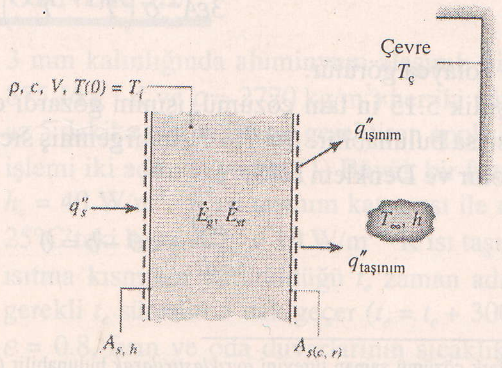
Yorum: Bağlantı ve çevresi arasındaki ışınım ve teller üzerinden iletimle olan ısı geçişi bağlantının cevap süresini etkileyecek ve T_∞'dan farklı bir denge sıcaklığı verecektir.

5.3 Genel Toplam Kütle Yaklaşımı

Katı içindeki zamana bağlı ısı iletimi genellikle çevre akışkandan veya akışkana taşınımla olan ısı geçişinden kaynaklanmasına karşın başka olgular katı içindeki zamana bağlı sıcaklık değişimini etkileyebilir. Örneğin bir katı geniş çevresinden bir gaz veya vakumla ayrılmış olabilir. Eğer katının ve çevresinin sıcaklıkları farklıysa ışınımla ısı geçişi katının iç ısıl enerjisinin ve bu nedenle sıcaklığının değişmesine neden olur. Sıcaklık değişimleri yüzeyin bir bölümünden veya tümünden ısı akısı yoluyla ve/veya katı içinde ısıl enerji üretimi ile oluşturulabilir. Örnek olarak ısıl enerji elektrik akımının katının içinden geçmesi ile üretilebilirken, yüzey ısıtması yüzeye film veya levha elektrik ısıtıcısı yerleştirilerek uygulanabilir.

Şekil 5.5, taşınım, ışınım, yüzeye uygulanan ısı akısı ve iç enerji üretiminin katı içindeki ısıl koşulları birarada etkilediği durumu göstermektedir. Başlangıçta ($t = 0$), katının sıcaklığının (T_i) akışkanınkinden (T_∞) ve çevresinden ($T_ç$) farklı olduğu, yüzeysel ve hacimsel ısıtmanın (q''_s ve $\dot{q}$) birlikte uygulandığı kabul edilsin. Verilen ısı akısının q''_s ve taşınım-ışınım ısı geçişinin yüzeyin ayrı bölümlerinden (sırasıyla $A_{s(h)}$ ve $A_{s(c,r)}$) olduğu varsayılmıştır. Ayrıca, taşınım ve ışınımın aynı yüzeyde gerçekleştiği varsayılmakla birlikte yüzeyler farklı olabilir ($A_{s,c} \neq A_{s,r}$). Her hangi bir t anında enerji dengesi uygulanarak, Denklem 1.11a'dan

$$q''_s A_{s,h} + \dot{E}_g - \left(q''_{\text{taşınım}} + q''_{\text{ışınım}}\right) A_{s(c,r)} = \rho V c \frac{dT}{dt} \tag{5.14}$$



ŞEKİL 5.5 Genel toplam kütle yaklaşımı için kontrol yüzeyi.