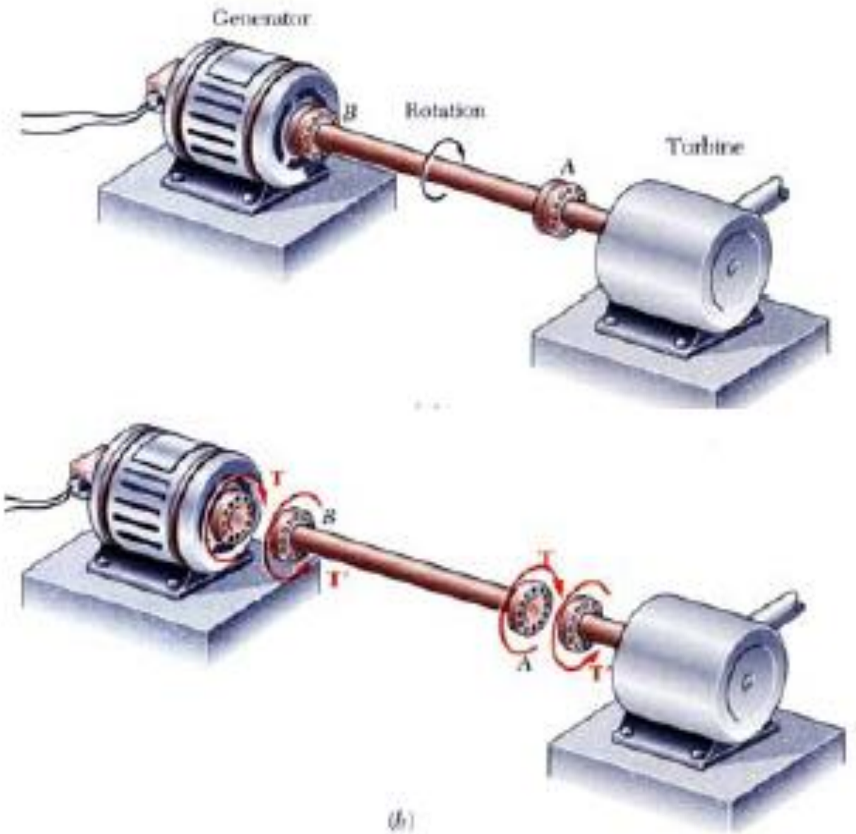
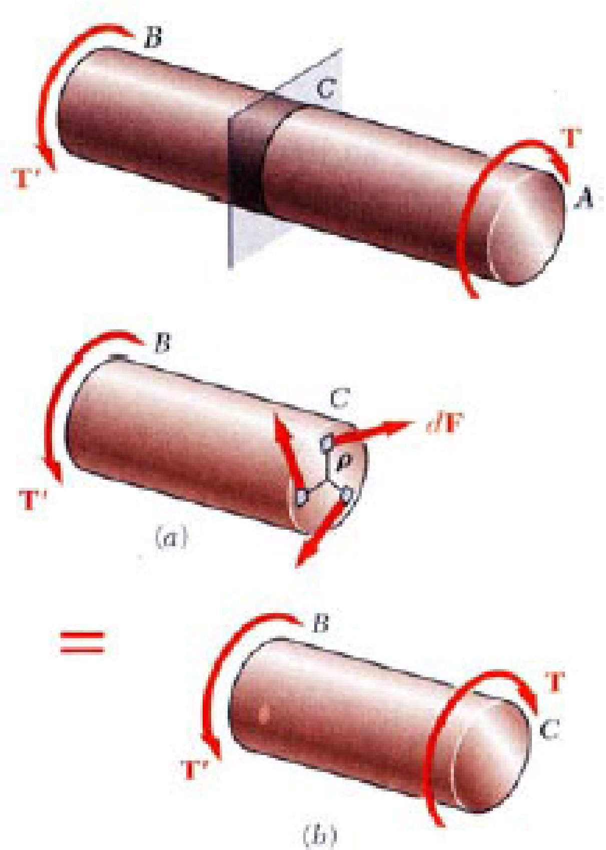
Burulma

Dairesel Millerde Burulma Yükleri



- Burulma momentlerine veya torka maruz dairesel kesitli millerde gerilme ve gerinme ile ilgilenelim.
- Türbin mile T torku uygulamaktadır.
- Mil torku jeneratöre iletir.
- Jeneratör zıt ve eşit bir T torku meydana getirir.

İç Gerilmelerden Dolayı Net Tork



- İç kesme gerilmelerinin neti uygulanan torka eşit ve zıt olan iç torkdur,

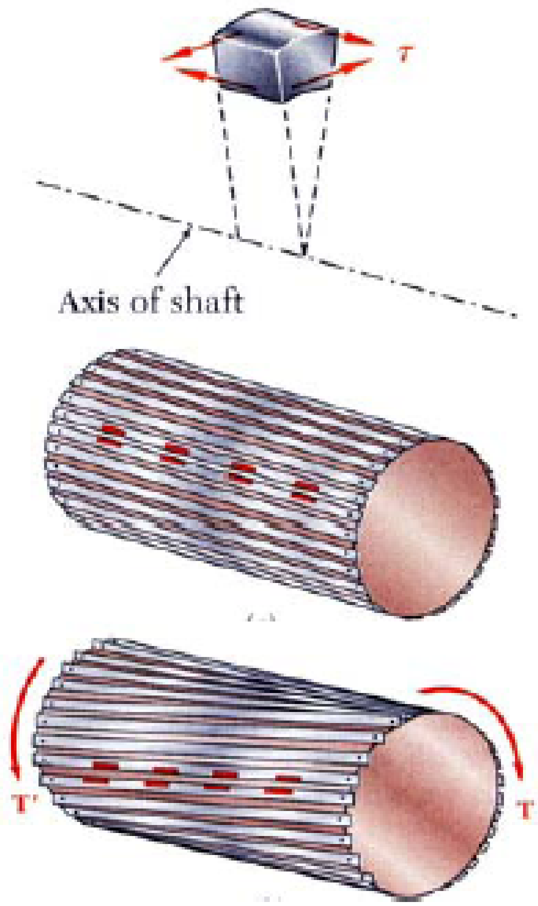
$$T = \int \rho \, dF = \int \rho(\tau \, dA)$$

- Kesme gerilmelerinden dolayı net tork her ne kadar biliniyorsa da gerilmelerin dağılımı bilinmiyor.

- Kesme gerilmelerinin dağılımı statikçe belirsizdir. Mildeki şekil değişimleri düşünülmelidir.

- Eksenel yüklerden dolayı meydana gelen normal gerilmelerin aksine burulma yüklerinden dolayı kesme gerilmelerinin dağılımı düzgün kabul edilemez.

Eksenel Kesme Bileşenleri



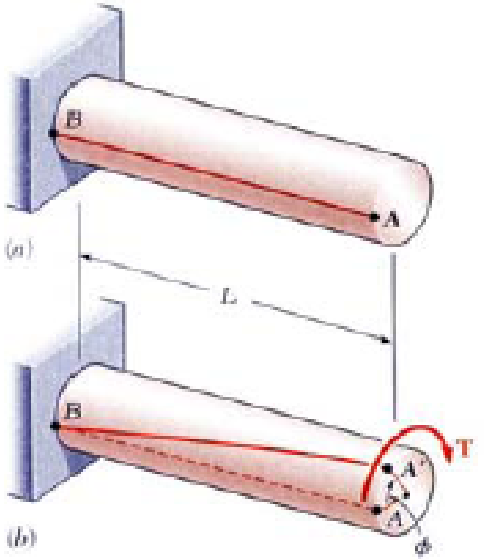
- Mile uygulanan tork mil eksenine dik yüzeyler üzerinde kesme gerilmeleri meydana getirir.

- Denge şartı mil eksenini içeren iki düzlemin yüzeylerinde eşit gerilmelerin bulunmasını gerekli kılar.

- Eksenel kesme bileşenlerinin varlığı eksenel dilimlerden oluşturulmuş bir mil düşünülerek gösterilebilir.

  Milin iki ucuna eşit ve zıt yönlü tork uygulandığında dilimler birbirlerine göre kayarak hareket ederler.

Mil Deformasyonları

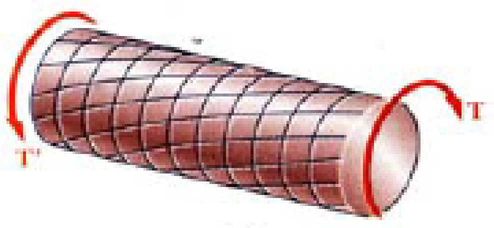


- Gözlemsel olarak milim burulma açısı uygulanan tork ve mil uzunluğu ile orantılıdır.

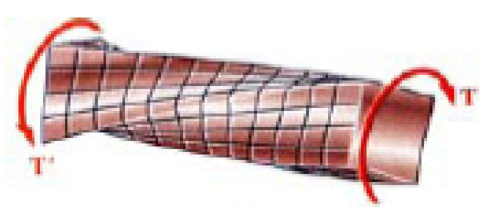
$$\phi \propto T$$

$$\phi \propto L$$

- Burulmaya maruz kaldığında dairesel milin her kesiti düzlem olarak kalır ve çarpılma meydana gelmez.

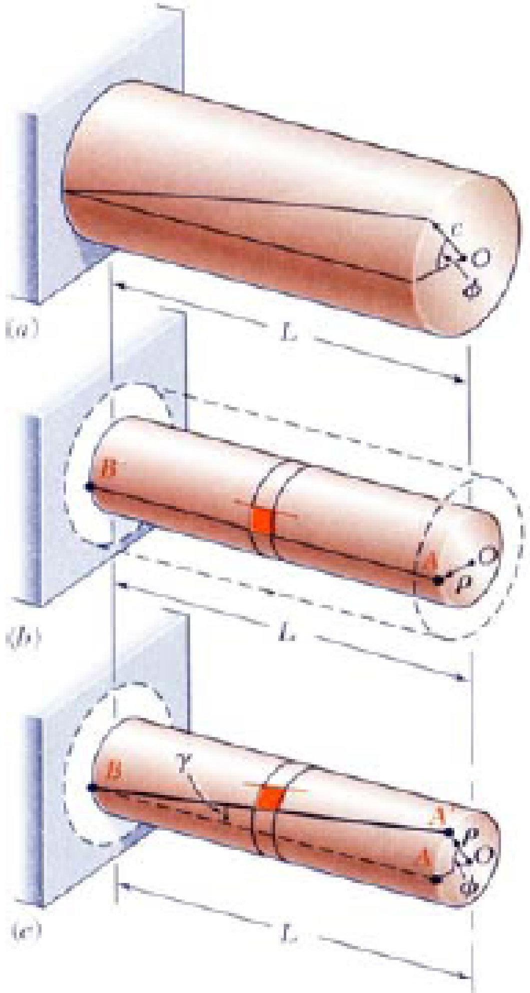


- İçi dolu ve ve içi boi dairesel kesitli millerin kesit düzlemleri burulma sonrasında düzlem olarak kalır ve çarpılma meydana gelmez. Çünkü dairesel kesitli mil aksi-simetriktir.



- Dairesel eksitli olmayan (aksi-simetrik olmayan) miller burulmaya maruz kaldıklarında çarpılırlar.

Kesme Gerinmesi



- Milde bir iç kesit düşününüz. Burulma yükü uygulandığında iç silindir üzerinde yer alan bir kare eleman rombus şekline deforme olur.

- Elemanın uç kısımları burulma sonrası aynı düzlem üzerinde kaldığından kesme gerinmesi burulma açısına eşit olur.

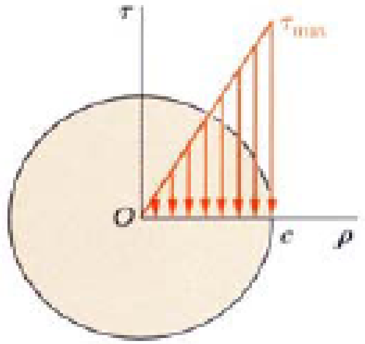
- Buradan şu eşitlik yazılabilir:

$$L\gamma = \rho\phi \quad \text{or} \quad \gamma = \frac{\rho\phi}{L}$$

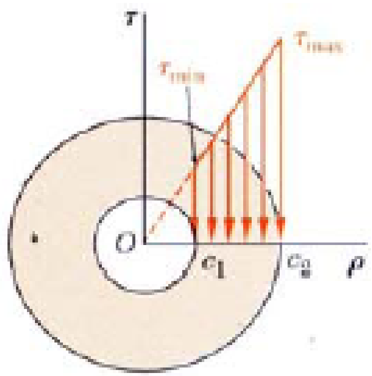
- Kesme gerinmesi burulma açısı ve yarıçap ile orantılıdır.

$$\gamma_{\max} = \frac{c\phi}{L} \quad \text{and} \quad \gamma = \frac{\rho}{c}\gamma_{\max}$$

Elastik Bölgede Gerilmeler



$$J = \frac{1}{2}\pi c^4$$



$$J = \frac{1}{2}\pi\left(c_2^4 - c_1^4\right)$$

- Önceki denklemi kesme modülü ile çarparsak,

$$G\gamma = \frac{\rho}{c} G\gamma_{max}$$

Hooke Kanunundan, $\tau = G\gamma$, böylece

$$\tau = \frac{\rho}{c}\tau_{max}$$

Kesme gerilmesi kesitteki radyal mesafe ile doğrusal olarak değişir.

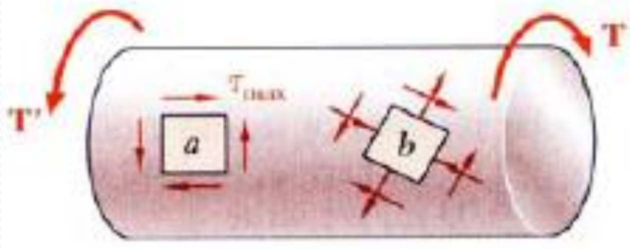
- İç gerilme dağılımın toplamı kesitte mil üzerinde uygulanan torka eşittir,

$$T = \int \rho\tau \, dA = \frac{\tau_{max}}{c}\int \rho^2 \, dA = \frac{\tau_{max}}{c} J$$

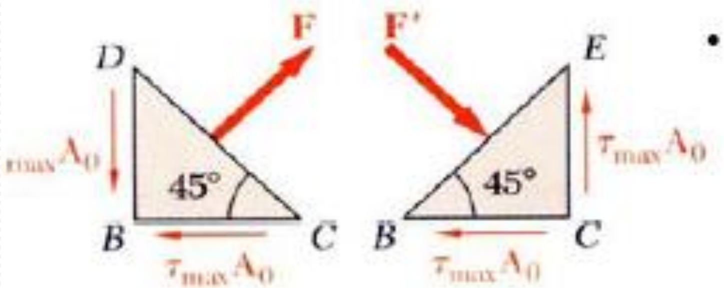
- Sonuçlar elastik burulma formülleri olarak bilinir,

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} \quad \text{and} \quad \tau = \frac{T\rho}{J}$$

Normal Gerilmeler



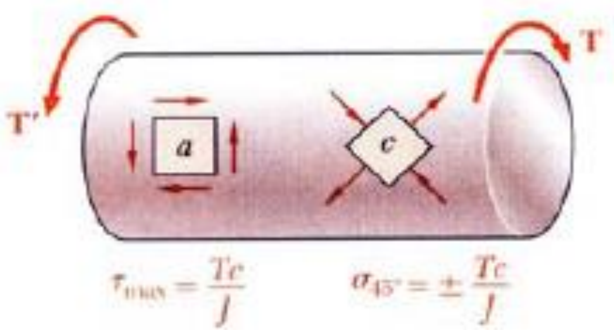
- Mil eksenine dik ve paralel yüzeyleri olan elemanlar sadece kesme gerilmelerine maruz kalırlar. Normal gerilmeler, kesme gerilmeleri veya her ikisi diğer yönlenmeler için bulunabilir.



- Mil eksenine 45° açıda bir elaman düşününüz.

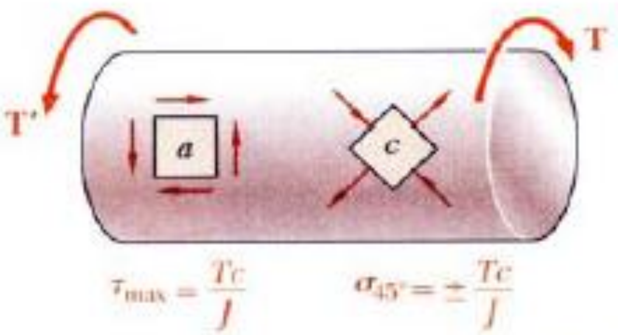
$$F = 2(\tau_{max} A_0)\cos 45 = \tau_{max} A_0 \sqrt{2}$$

$$\sigma_{45°} = \frac{F}{A} = \frac{\tau_{max} A_0 \sqrt{2}}{A_0 \sqrt{2}} = \tau_{max}$$



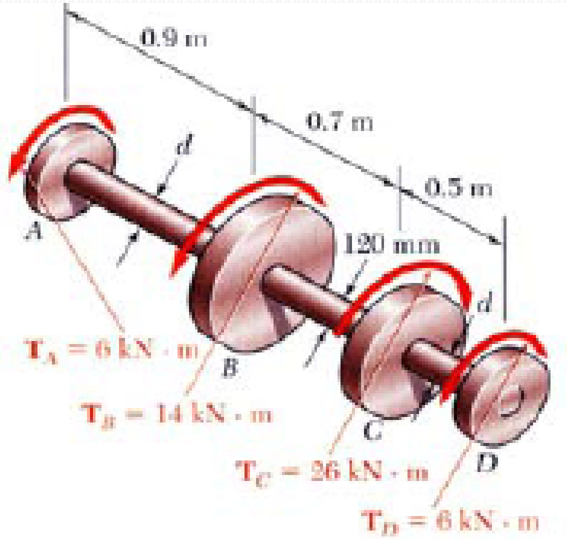
- *a* elemanı sadece kesme etkisindedir.
- *c* elemanı iki yüzeyinde çekme gerilmesine, diğer iki yüzeyinde ise basma gerilmesine maruzdur.
- *a* ve *c* elemanları için bütün gerilmelerin aynı büyüklükte olduğuna dikkat ediniz.

Burulma Etkisinde Hasar Çeşitleri



- Sünek malzemeler genellikle kesme altında hasara uğrarlar. Gevrek malzemeler kesmeye kıyasla çekmede daha zayıftırlar.
- Burulma etkisi altında sünek malzeme maksimum kesmenin oluştuğu düzlem boyunca, mil eksenine dik düzlem, ikiye ayrılır.
- Burulma etkisi altında gevrek malzeme çekmenin maksimum olduğu yöne dik düzlemler boyunca, mil eksenine 45° açıdaki yüzeyler boyunca, ikiye ayrılır.

ÖRNEK



İçi boş olan *BC* milinin iç çapı 90 mm ve dış çapı 120 mm'dir. *AB* ve *CD* milleri dolu olup çapı d'dir. Gösterilen yükleme için

(a) BC milinde maksimum ve minimum kesme gerilmelerini bulunuz.

(b) Eğer AB ve CD milleri için izin verilen kesme gerilmeleri 65 MPa ise bu miller için gerekli olan d çapını hesaplayınız.

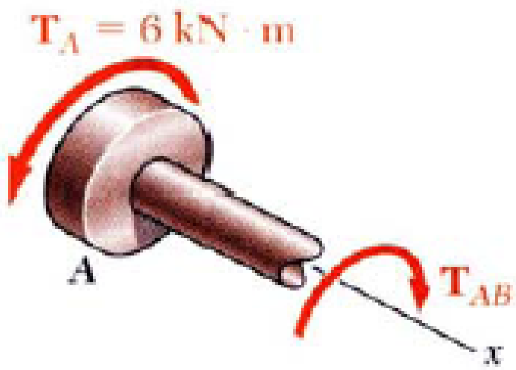
ÇÖZÜM:

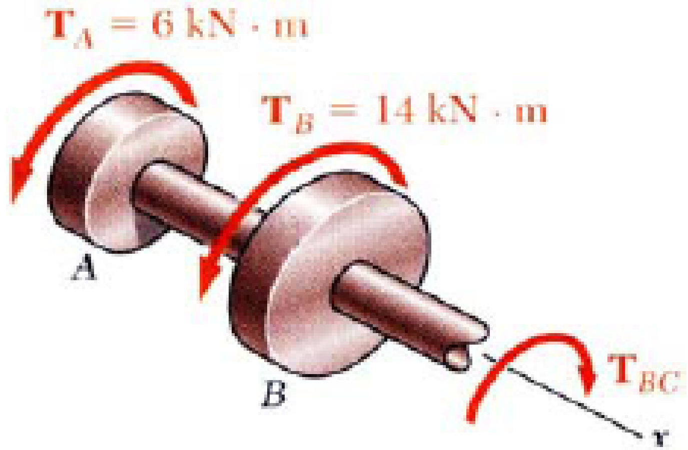
- AB ve BC milleri boyunca kesitler alınız ve bu kesitlerdeki iç tork değerlerini bulmak için statik denge analizi uygulayınız.

- BC milinde maksimum ve minimum gerilmeleri bulmak için elastik burulma formüllerini kullanınız.
- Uygulanan tork ve izin verilen kesme gerilmesi verildiğinden gerekli olan çapı bulmak için elastik burulma formülünü ters çeviriniz.

ÇÖZÜM:

- AB ve BC milleri boyunca kesitler alınız ve bu kesitlerdeki iç tork değerlerini bulmak için statik denge denklemini kullanınız.





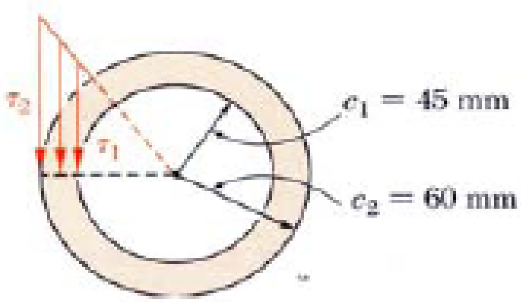
$$\sum M_x = 0 = (6\,\text{kN}\cdot\text{m}) - T_{AB}$$

$$T_{AB} = 6\,\text{kN}\cdot\text{m} = T_{CD}$$

$$\sum M_x = 0 = (6\,\text{kN}\cdot\text{m}) + (14\,\text{kN}\cdot\text{m}) - T_{BC}$$

$$T_{BC} = 20\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

- BC milinde maksimum ve minimum gerilmeleri bulmak için elastik burulma formüllerini kullanınız.



$$J = \frac{\pi}{2}\left(c_2^4 - c_1^4\right) = \frac{\pi}{2}\left[(0.060)^4 - (0.045)^4\right]$$

$$= 13.92 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^4$$

$$\tau_{max} = \tau_2 = \frac{T_{BC}\,c_2}{J} = \frac{(20\,\mathrm{kN\cdot m})(0.060\,\mathrm{m})}{13.92 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^4}$$

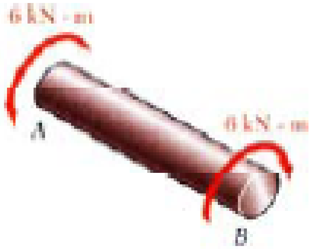
$$= 86.2\,\mathrm{MPa}$$

$$\frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} = \frac{c_1}{c_2} \qquad \frac{\tau_{min}}{86.2\,\mathrm{MPa}} = \frac{45\,\mathrm{mm}}{60\,\mathrm{mm}}$$

$$\tau_{min} = 64.7\,\mathrm{MPa}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\tau_{max} &= 86.2\,\mathrm{MPa}\\ \tau_{min} &= 64.7\,\mathrm{MPa}\end{aligned}}$$

- Uygulanan tork ve izin verilen kesme gerilmesi verildiğinden gerekli olan çapı bulmak için elastik burulma formülünü ters çeviriniz.

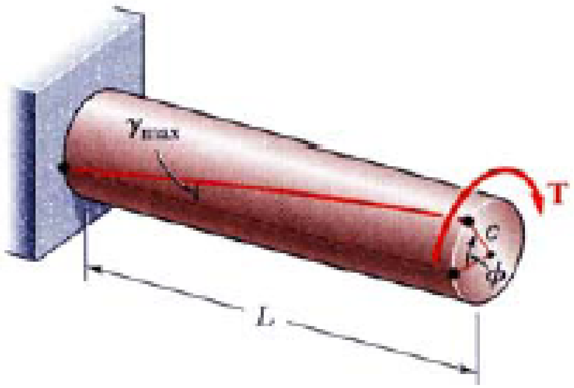


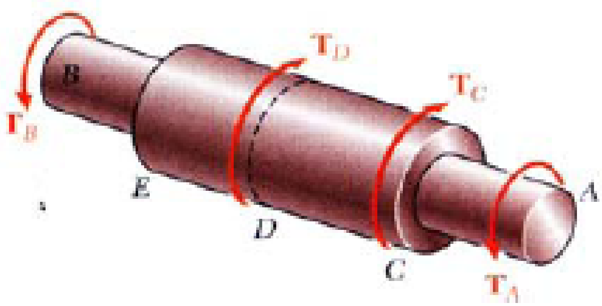
$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J} = \frac{Tc}{\frac{\pi}{2}c^4} \qquad 65\,MPa = \frac{6\,\mathrm{kN\cdot m}}{\frac{\pi}{2}c^3}$$

$$c = 38.9 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

$$\boxed{d = 2c = 77.8\,\mathrm{mm}}$$

Elastik Bölgede Burulma Açısı





- Burulma açısı ile maksimum kesme gerinmesinin birbiriyle ilişkili olduğunu hatırlayınız,

$$\gamma_{\max} = \frac{c\phi}{L}$$

- Elastik bölgede, kesme gerinmesi ve kesme gerilmesi Hooke Kanunu ile ilişkilendirilir,

$$\gamma_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{G} = \frac{Tc}{JG}$$

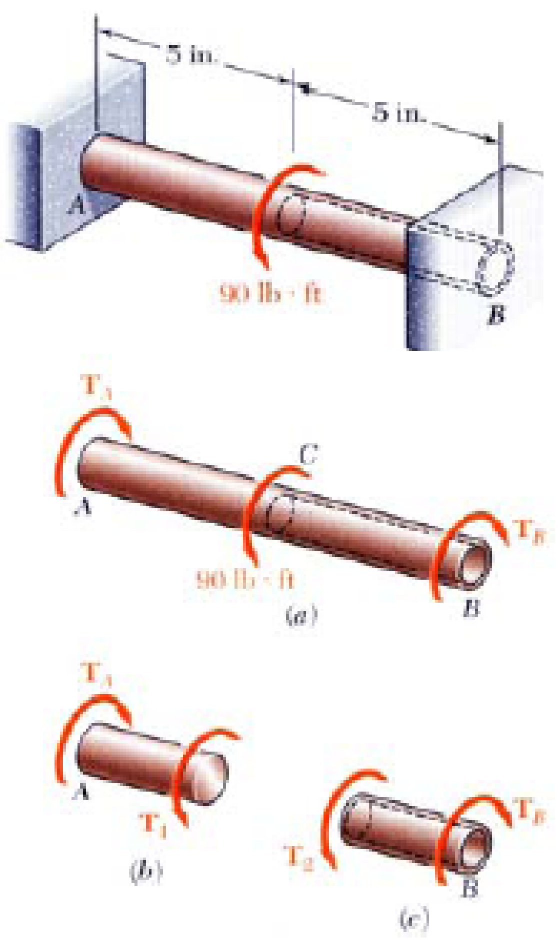
- Kesme gerinmesi için ifadeleri eşitleyip burulma açısı için çözersek,

$$\phi = \frac{TL}{JG}$$

- Eğer burulma yükü veya mil kesiti milin uzunluğu boyunca değişirse dönme açısı her bir parçanın ayrı arı dönmelerinin toplamı olarak bulunur.

$$\phi = \sum_i \frac{T_i L_i}{J_i G_i}$$

Statikçe Belirsiz Miller



- Mil boyutları ve uygulanan tork değeri verildiğinde A ve B mesnetlerindeki tepkisel tork değerlerini bulmak istiyoruz.

- Milin serbest cisim diyagramından,

$$T_A + T_B = 90\,\text{lb} \cdot \text{ft}$$

  Bu denklemle mesnetlerdeki tepkisel burulma momentlerini bulmak mümkün değildir ve problem statikçe belirsizdir.

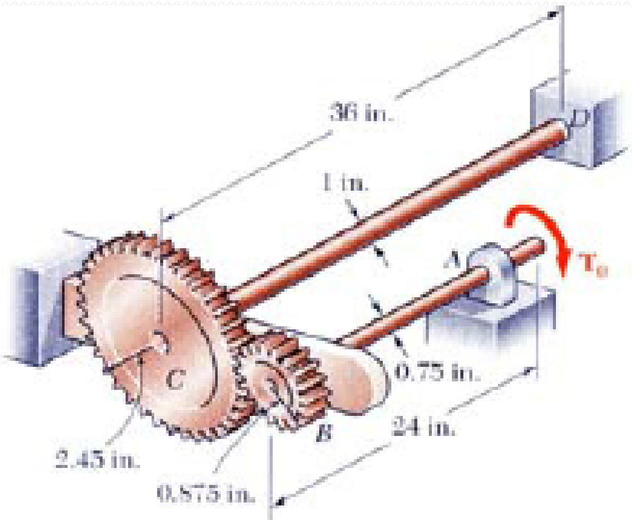
- Mil birbiriyle uyumlu deformasyonlara sahip olması gereken iki parçaya bölünür,

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = \frac{T_A L_1}{J_1 G} - \frac{T_B L_2}{J_2 G} = 0 \qquad T_B = \frac{L_1 J_2}{L_2 J_1} T_A$$

- Elde edilen denklem orijinal denklemde yerine konulur,

$$T_A + \frac{L_1 J_2}{L_2 J_1} T_A = 90\,\text{lb} \cdot \text{ft}$$

ÖRNEK



İçi dolu iki çelik mil birbirlerine dişli vasıtasıyla bağlıdırlar. Her bir mil için G = 11.2 x 10^6 psi ve izin verilen kesme gerilmesi 8 ksi ise

(a) AB milinin ucuna uygulanabilecek en büyük T_0 burulma momentini

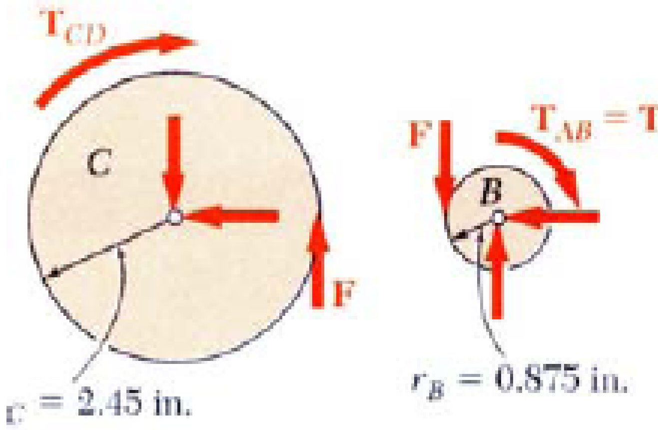
(b) AB milinin A ucunun dönme açısını bulunuz.

ÇÖZÜM:

- T_{CD} ve T_0 arasındaki ilişkiyi bulmak için iki mile statik denge analizi uygulayınız.
- Dişlilerin açısal dönmeleri arasında ilişki kurmak için kinematik analiz uygulayınız.
- Her bir mil için maksimum izin verilen burulma momentini bulunuz. En küçüğünü seçiniz.
- Her bir mil için burulma açısını ve A ucunun net açısal dönmesini bulunuz.

ÇÖZÜM:

- T_{CD} ve T_0 arasındaki ilişkiyi bulmak için iki mile statik denge analizi uygulayınız.

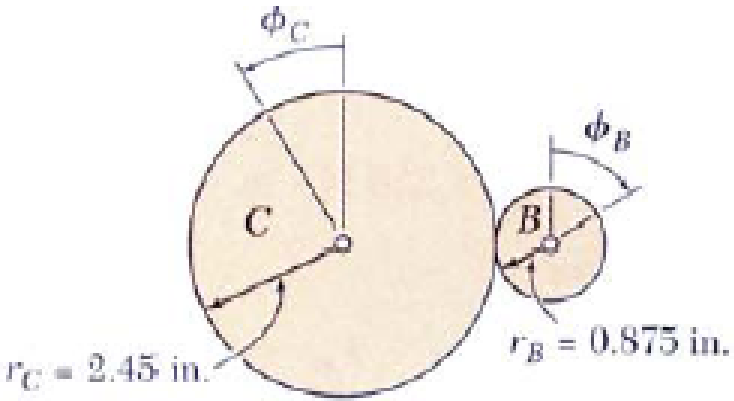


$$\sum M_B = 0 = F(0.875\text{in.}) - T_0$$

$$\sum M_C = 0 = F(2.45\text{in.}) - T_{CD}$$

$$T_{CD} = 2.8\,T_0$$

- Dişlilerin açısal dönmeleri arasında ilişki kurmak için kinematik analiz uygulayınız.

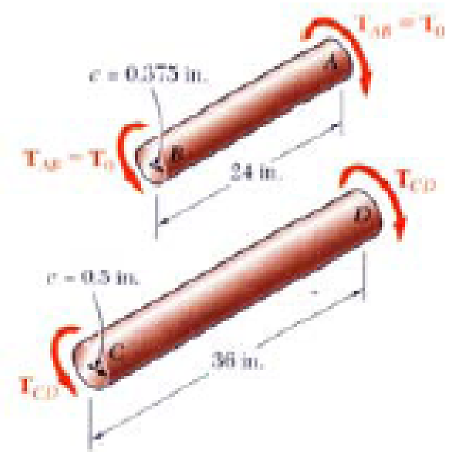


$$r_B \phi_B = r_C \phi_C$$

$$\phi_B = \frac{r_C}{r_B}\phi_C = \frac{2.45\,\text{in.}}{0.875\,\text{in.}}\phi_C$$

$$\phi_B = 2.8\,\phi_C$$

- Her bir mil için maksimum izin verilen burulma momentini bulunuz. En küçüğünü seçiniz.



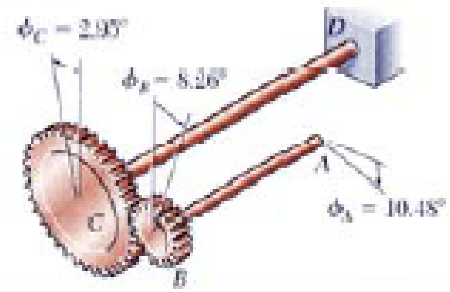
$$\tau_{max} = \frac{T_{AB}c}{J_{AB}} \quad 8000\ psi = \frac{T_0(0.375\text{ in.})}{\frac{\pi}{2}(0.375\text{ in.})^4}$$

$$T_0 = 663\text{ lb}\cdot\text{in.}$$

$$\tau_{max} = \frac{T_{CD}c}{J_{CD}} \quad 8000\ psi = \frac{2.8T_0(0.5\text{ in.})}{\frac{\pi}{2}(0.5\text{ in.})^4}$$

$$T_0 = 561\text{ lb}\cdot\text{in.} \qquad \boxed{T_0 = 561\text{ lb}\cdot\text{in}}$$

- Her bir mil için burulma açısını ve A ucunun net açısal dönmesini bulunuz.



$$\phi_{A/B} = \frac{T_{AB}L}{J_{AB}G} = \frac{(561\text{ lb}\cdot\text{in.})(24\,in.)}{\frac{\pi}{2}(0.375\text{ in.})^4(11.2\times10^6\text{ psi})}$$

$$= 0.387\text{ rad} = 2.22°$$

$$\phi_{C/D} = \frac{T_{CD}L}{J_{CD}G} = \frac{2.8(561\text{ lb}\cdot\text{in.})(24\,in.)}{\frac{\pi}{2}(0.5\text{ in.})^4(11.2\times10^6\text{ psi})}$$

$$= 0.514\text{ rad} = 2.95°$$

$$\phi_B = 2.8\phi_C = 2.8(2.95°) = 8.26°$$

$$\phi_A = \phi_B + \phi_{A/B} = 8.26° + 2.22° \qquad \boxed{\phi_A = 10.48°}$$

İletim Millerinin Tasarımı

- İletim milleri için en önemli performans özellikleri şunlardır:
  - güç
  - hız

- Tasarımcı izin verilen kesme gerilmesini geçmeden performans özelliklerini karşılayacak şekilde mil kesit ölçüsü ve mil malzemesi seçmelidir.

- Verilen güç ve hız değerlerinde mile uygulanan tork değerini belirleyiniz,

$$P = T\omega = 2\pi f T$$

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2\pi f}$$

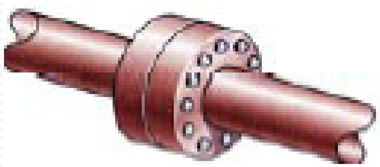
- İzin verilen maksimum kesme gerilmesini geçmeyecek mil kesitini bulunuz,

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J}$$

$$\frac{J}{c} = \frac{\pi}{2}c^3 = \frac{T}{\tau_{max}} \quad \text{(solid shafts)}$$

$$\frac{J}{c_2} = \frac{\pi}{2c_2}\left(c_2^4 - c_1^4\right) = \frac{T}{\tau_{max}} \quad \text{(hollow shafts)}$$

Gerilme Yığılmaları



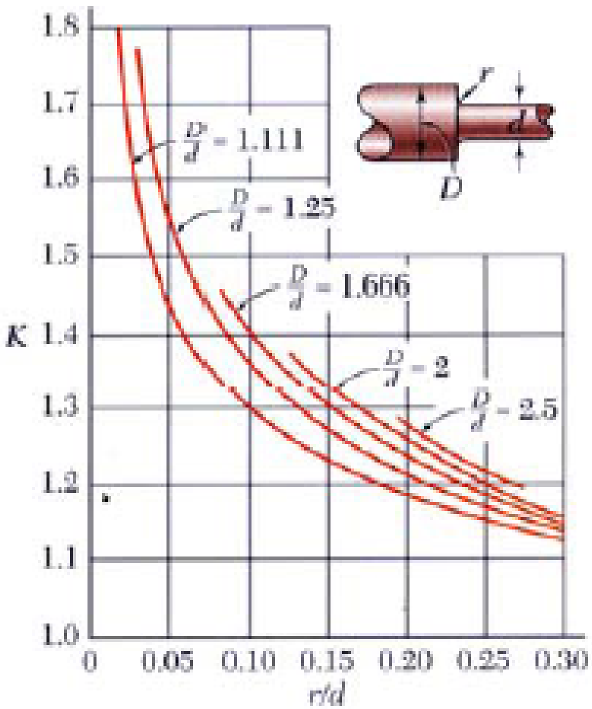


Fig. 3.32 Stress-concentration factors for fillets in circular shafts.†

- Burulma formülünün çıkarılması,

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J}$$

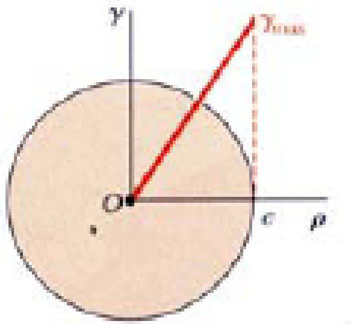
Uçlarındaki rijit levhalar vasıtasıyla yüklenen ve kesiti her yerde aynı olan dairesel mil kabulü yapıldı.

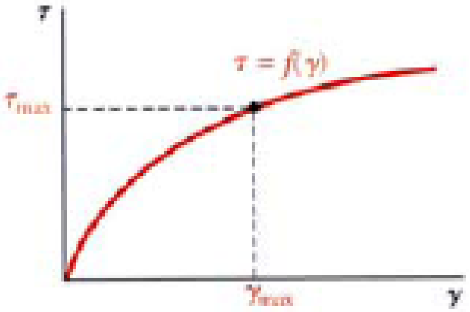
- Miller üzerindeki kama yataklarına kamalar takılarak montesi yapılan kasnakların, dişlilerin ve flanşların kullanılması ve kesitteki süreksizlikler gerilme yığılmalarına yol açabilir.

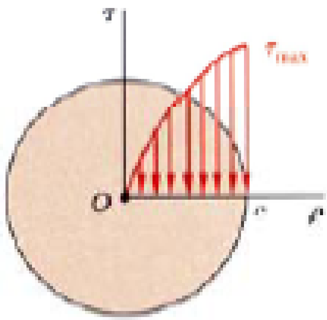
- Deneysel olarak veya nümerik yöntemlerle belirlenmiş yığılma faktörleri şu şekilde uygulanır:

$$\tau_{max} = K\frac{Tc}{J}$$

Plastik Deformasyonlar







- Lineer elastik malzeme kabulü ile,

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J}$$

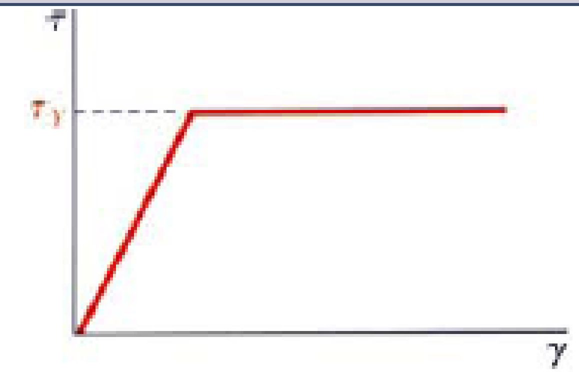
- Eğer akma mukavemeti aşılırsa veya malzeme lineer olmayan kesme gerilmesi-kesme gerinmesi eğrisine sahipse bu denklem geçerli olmaz.

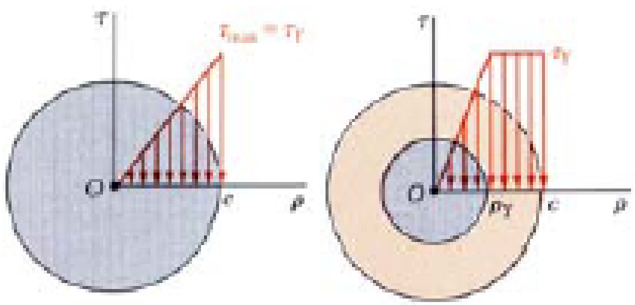
- Kesme gerinmesi malzeme özelliğine bağlı olmaksızın lineer olarak değişir. Kesme gerilmesi-gerinmesi eğrisinin uygulanması gerilme dağılımının belirlenmesini sağlar.

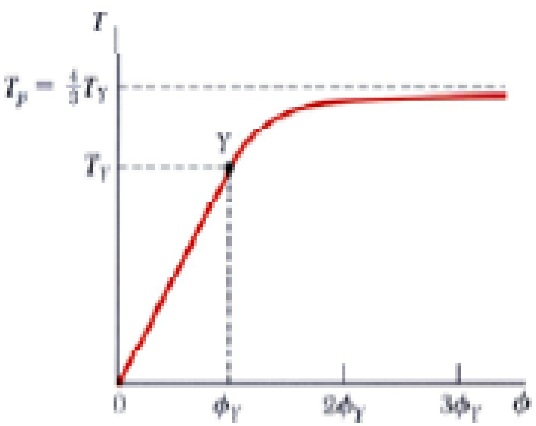
- İç gerilme dağılımından momentlerin integrali mil kesitinde etkili olan eden burulma momentine eşittir,

$$T = \int_0^c \rho\tau(2\pi\rho\, d\rho) = 2\pi\int_0^c \rho^2\tau\, d\rho$$

Elastoplastik Malzemeler







- Maksimum elastik burulma momentinde,

$$T_Y = \frac{J}{c}\tau_Y = \tfrac{1}{2}\pi c^3 \tau_Y \qquad \phi_Y = \frac{L\gamma_Y}{c}$$

- Burulma momenti artırılırsa elastik çekirdek etrafında ( ) plastik bölge ($\tau = \frac{\rho}{\rho_Y}\tau_Y$) oluşur. $\tau = \tau_Y$

$$\rho_Y = \frac{L\gamma_Y}{\phi}$$

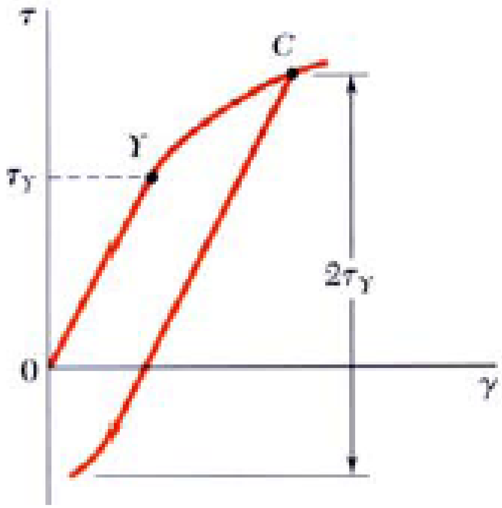
$$T = \tfrac{2}{3}\pi c^3 \tau_Y\left(1 - \frac{1}{4}\frac{\rho_Y^3}{c^3}\right) = \tfrac{4}{3}T_Y\left(1 - \frac{1}{4}\frac{\rho_Y^3}{c^3}\right)$$

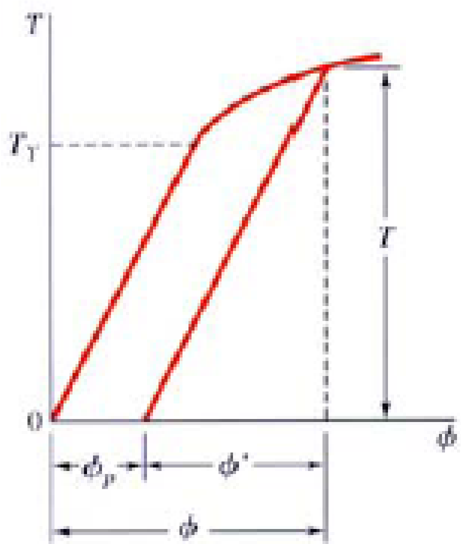
$$T = \tfrac{4}{3}T_Y\left(1 - \frac{1}{4}\frac{\phi_Y^3}{\phi^3}\right)$$

- $\rho_Y \to 0$ iken burulma momenti sınır değerine yaklaşır.

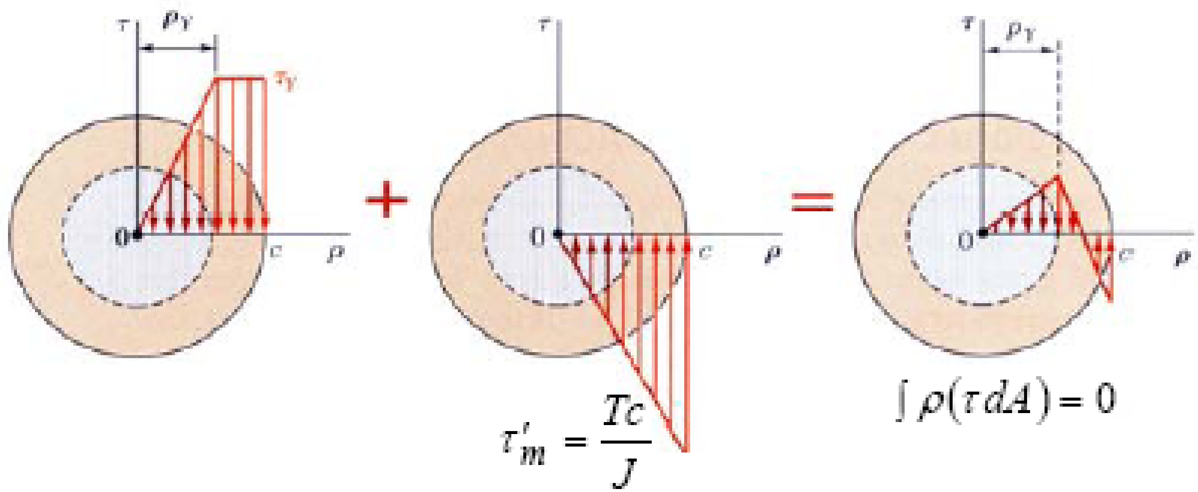
$$T_p = \tfrac{4}{3}T_Y = \textit{plastik burulma momenti}$$

Artık Gerilmeler

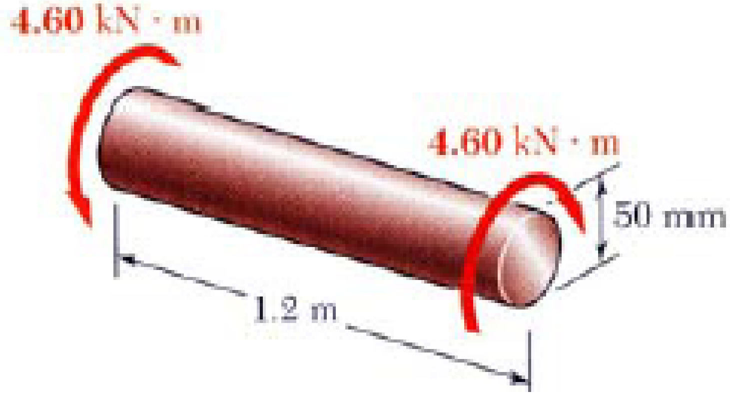




- Yeteri kadar büyük bir burulma momentine maruz kalırsa milde plastik bölge meydana gelir.
- Burulma momenti kaldırıldığında her bir noktadaki gerilme ve gerinmenin azalması genellikle sıfır olmayan artık gerilme değerine doğru düz bir çizgi boyunca meydana gelir.
- T-ϕ eğrisinde, mil sıfırdan büyük bir açı değerine düz bir çizgi boyunca geri döner.
- Artık gerilmeler süperpozisyon yöntemi ile bulunur.



ÖRNEK



İçi dolu dairesel mil her bir ucunda $T = 4.6\,\text{kN} \cdot \text{m}$ burulma momentine maruz kalmaktadır.

Mil $G = 77\,\text{GPa}$ ve $\tau_Y = 150\,\text{MPa}$ değerlerinde elastoplastik malzemeden yapılmıştır.

a) Elastik kısmın yarıçapını bulunuz.

b) Milin burulma açısını bulunuz.

Burulma momenti kaldırıldıktan sonra

c) Kalıcı burulma açısını bulunuz.

d) Artık gerilme dağılımını bulunuz.

ÇÖZÜM:

- (3.32) nolu denklemi ρ_Y/c için çözünüz ve elastik çekirdek yarıçapını bulunuz.

- (3.36) nolu denklemi burulma açısı için çözünüz.
- (3.16) nolu denklemi burulma momenti kaldırıldıktan sonra milde meydana gelen tersine geri dönüş açısı için çözünüz. Artık burulma açısı burulma açısı ile geri dönüş açısı arasındaki farktır.

- Milin burulması ve burulmanın geri döndürülmesinden dolayı meydana gelen gerilmelerin süperpozisyonı ile artık gerilme dağılımını bulunuz.

ÇÖZÜM:

- (3.32) nolu denklemi ρ_Y/c için çözünüz ve elastik çekirdek yarıçapını bulunuz.

$$T = \tfrac{4}{3} T_Y \left(1 - \tfrac{1}{4}\frac{\rho_Y^3}{c^3}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_Y}{c} = \left(4 - 3\frac{T}{T_Y}\right)^{1/3}$$

$$J = \tfrac{1}{2}\pi c^4 = \tfrac{1}{2}\pi\left(25\times10^{-3}\,\text{m}\right)$$

$$= 614\times10^{-9}\,\text{m}^4$$

$$\tau_Y = \frac{T_Y c}{J} \quad \Rightarrow \quad T_Y = \frac{\tau_Y J}{c}$$

$$T_Y = \frac{\left(150\times10^6\,\text{Pa}\right)\left(614\times10^{-9}\,\text{m}^4\right)}{25\times10^{-3}\,\text{m}}$$

$$= 3.68\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\frac{\rho_Y}{c} = \left(4 - 3\frac{4.6}{3.68}\right)^{1/3} = 0.630$$

$$\boxed{\rho_Y = 15.8\,\text{mm}}$$

- (3.36) nolu denklemi burulma açısı için çözünüz.

$$\frac{\phi}{\phi_Y} = \frac{\rho_Y}{c} \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{\phi_Y}{\rho_Y/c}$$

$$\phi_Y = \frac{T_Y L}{JG} = \frac{\left(3.68\times10^3\,\text{N}\right)\left(1.2\,\text{m}\right)}{\left(614\times10^{-9}\,\text{m}^4\right)\left(77\times10\,\text{Pa}\right)}$$

$$\phi_Y = 93.4\times10^{-3}\,\text{rad}$$

$$\phi = \frac{93.4\times10^{-3}\,\text{rad}}{0.630} = 148.3\times10^{-3}\,\text{rad} = 8.50^\circ$$

$$\boxed{\phi = 8.50^\circ}$$

- (3.16) nolu denklemi burulma momenti kaldırıldıktan sonra milde meydana gelen tersine geri dönüş açısı için çözünüz. Artık burulma açısı burulma açısı ile geri dönüş açısı arasındaki farktır.

$$\phi' = \frac{TL}{JG}$$

$$= \frac{\left(4.6\times10^{3}\,\mathrm{N\cdot m}\right)\left(1.2\,\mathrm{m}\right)}{\left(6.14\times10^{9}\,\mathrm{m}^{4}\right)\left(77\times10^{9}\,\mathrm{Pa}\right)}$$

$$= 116.8\times10^{-3}\,\mathrm{rad}$$

$$\varphi_{p} = \phi - \phi'$$

$$= \left(116.8\times10^{-3} - 116.8\times10^{-3}\right)\mathrm{rad}$$

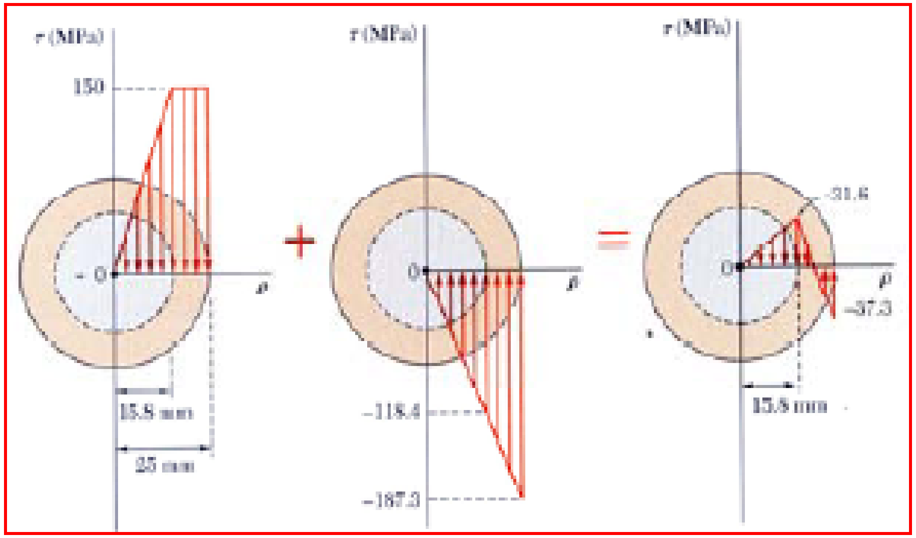
$$= 1.81^{\circ}$$

$$\boxed{\phi_{p} = 1.81^{\circ}}$$

- Milin burulması ve burulmanın geri döndürülmesinden dolayı meydana gelen gerilmelerin süperpozisyonı ile artık gerilme dağılımını bulunuz.

$$\tau'_{\max} = \frac{Tc}{J} = \frac{\left(4.6\times10^{3}\,\mathrm{N\cdot m}\right)\left(25\times10^{-3}\,\mathrm{m}\right)}{614\times10^{-9}\,\mathrm{m}^{4}}$$

$$= 187.3\,\mathrm{MPa}$$



Dairesel Kesitli Olmayan Elemanlar İçin Burulma

- Önceki burulma formülleri axi-simetrik veya dairesel kesitli elemanlar için geçerlidir.

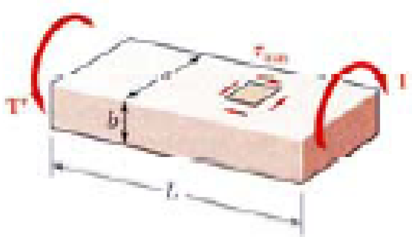


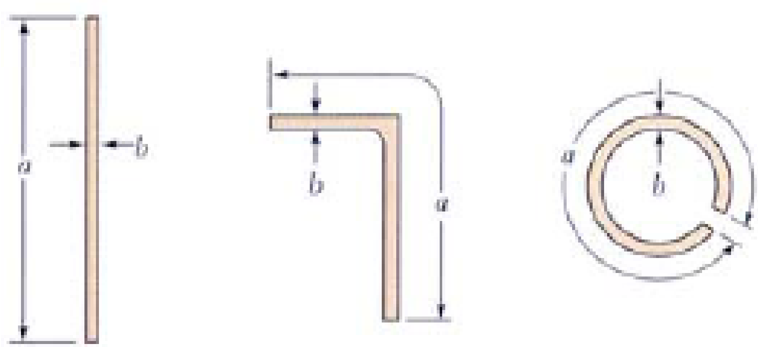
TABLE 3.1. Coefficients for Rectangular Bars in Torsion

a/b	c_1	c_2
1.0	0.208	0.1406
1.2	0.219	0.1661
1.5	0.231	0.1958
2.0	0.246	0.229
2.5	0.258	0.249
3.0	0.267	0.263
4.0	0.282	0.281
5.0	0.291	0.291
10.0	0.312	0.312
∞	0.333	0.333

- Dairesel olmayan düzlemsel kesitler düzlem olarak kalmazlar ve gerilme-gerinme bağıntısı doğrusal değildir.

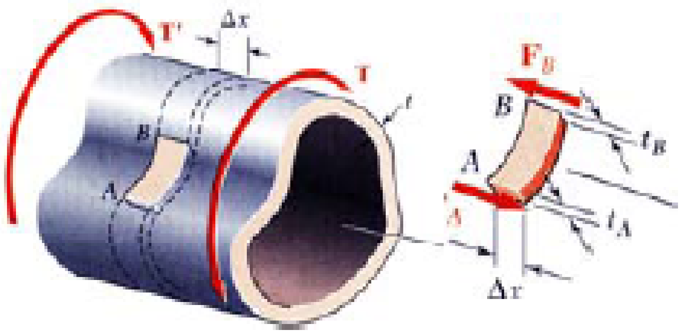
- Düzgün dikdörtgensel kesitler için,

$$\tau_{max} = \frac{T}{c_1 ab^2} \qquad \phi = \frac{TL}{c_2 ab^3 G}$$



- *a/b* oranı büyük olduğu zaman diğer açık kesitler için maksimum kesme gerilmesi ve burulma açısı dikdörtgensel kesitlerle aynı değere sahiptir.

İnce Cidarlı İçi Boş Miller

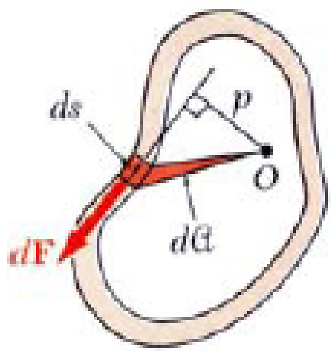


- AB üzerindeki x-yönündeki kuvvetleri toplarsak,

$$\sum F_x = 0 = \tau_A(t_A \Delta x) - \tau_B(t_B \Delta x)$$

$$\tau_A t_A = \tau_B t_B = \tau t = q \quad \text{Kesme akısı}$$

kesme gerilmesi kalınlıkla ters orantılı olarak değişir.

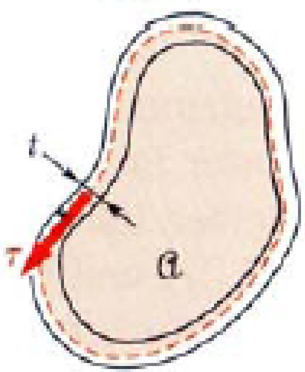


- Mildeki burulma momentini kesme gerilmesinden dolayı momentlerin integralinden hesaplayınız.

$$dM_0 = p\,dF = p\tau(t\,ds) = q(p ds) = 2q\,dA$$

$$T = \oint dM_0 = \oint 2q\,dA = 2qA$$

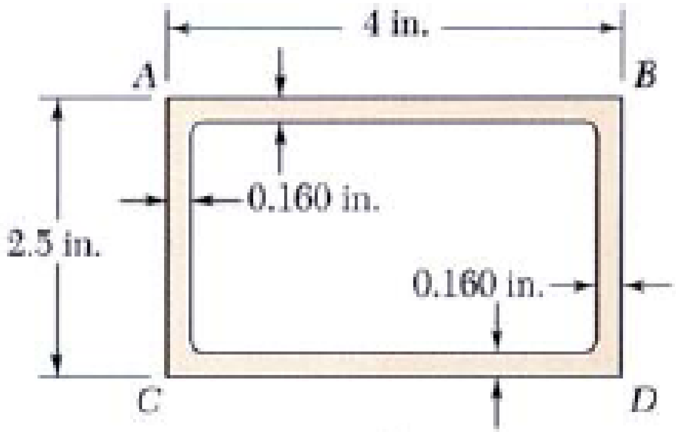
$$\tau = \frac{T}{2tA}$$



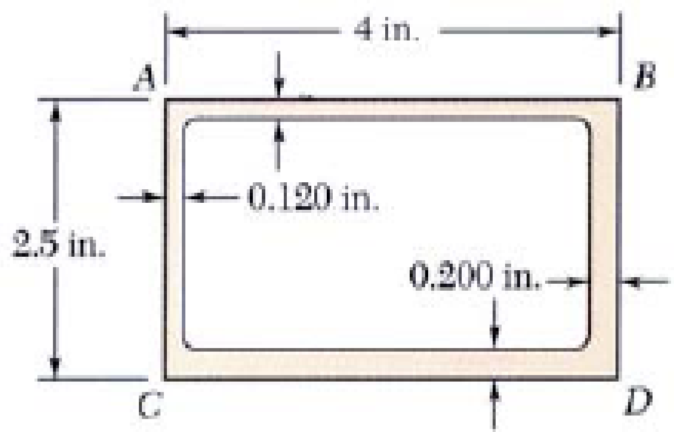
- Burulma Açısı

$$\phi = \frac{TL}{4A^2G}\oint \frac{ds}{t}$$

ÖRNEK



(a)



(b)

Dikdörtgen kesite sahip çekilmiş alüminyum tüp 24 kip-in değerinde burulmaya maruzdur. Dört cidarın her birinde meydana gelen kesme gerilmesini

(a) 0.160 in sabit cidar kalınlığı için

(b) 0.120 in kalınlığındaki AB cidarı, 0.200 in kalınlıklarındaki *CD* ve *BD* cidarları için

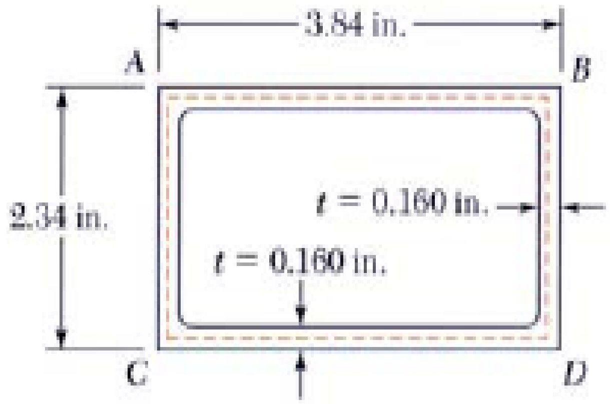
hesaplayınız

ÇÖZÜM:

- Tüpün cidarı boyunca kesme akısını belirleyiniz.
- Her bir cidar kalınlığı için kesme gerilmesini hesaplayınız.

ÇÖZÜM:

- Tüpün cidarı boyunca kesme akısını belirleyiniz.



$$A = (3.84\,\text{in.})(2.34\,\text{in.}) = 8.986\,\text{in.}^2$$

$$q = \frac{T}{2A} = \frac{24\,\text{kip-in.}}{2\left(8.986\,\text{in.}^2\right)} = 1.335\frac{\text{kip}}{\text{in.}}$$

- Her bir cidar kalınlığı için kesme gerilmelerini bulunuz.

sabit cidar kalınlığı için

$$\tau = \frac{q}{t} = \frac{1.335\,\text{kip/in.}}{0.160\,\text{in.}}$$

$$\boxed{\tau = 8.34\,\text{ksi}}$$

değişen cidar kalınlığı için

$$\tau_{AB} = \tau_{AC} = \frac{1.335\,\text{kip/in.}}{0.120\,\text{in.}}$$

$$\boxed{\tau_{AB} = \tau_{BC} = 11.13\,\text{ksi}}$$

$$\tau_{BD} = \tau_{CD} = \frac{1.335\,\text{kip/in.}}{0.200\,\text{in.}}$$

$$\boxed{\tau_{BC} = \tau_{CD} = 6.68\,\text{ksi}}$$