

# KAFES KİRİŞLER



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER





# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER



## KAFES KİRİŞLER

Yapı sistemlerinde açıklıklar büyüdükçe, dolu gövdeli sistemlerin kullanılması durumunda kesitler büyüyecek, kirişlerin ağırlıkları artacak ve ekonomik olmamaya başlayacaktır. Bu sebeple büyük açıklıkların kolonsuz geçilmesi gereken yerlerde kafes sistemler kullanılmaya başlanmıştır.

Kafes Sistemler uç noktalarından birleştirilmiş ince çubuklardan oluşan yapılardır. Çubuklar genellikle metaldir ancak bazen ahşapta olabilir.



Bağlantı yerleri genellikle bağlantı plakası denilen bir parçaya vidalama veya kaynaklanma ile veya her bir elemanın ucuna geçirilen büyük bir vida veya pim ile oluşturulur.

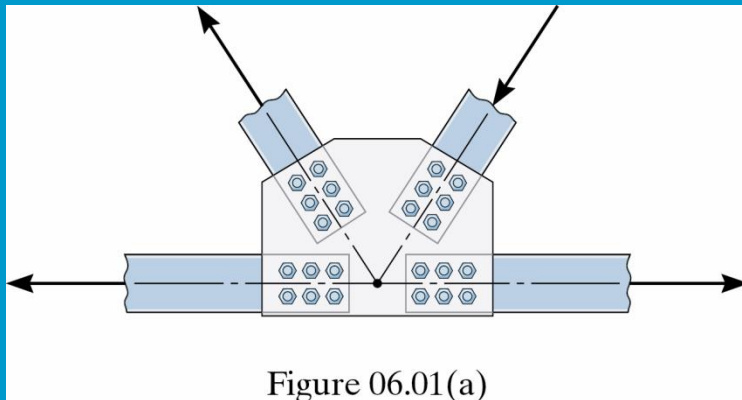


Figure 06.01(a)

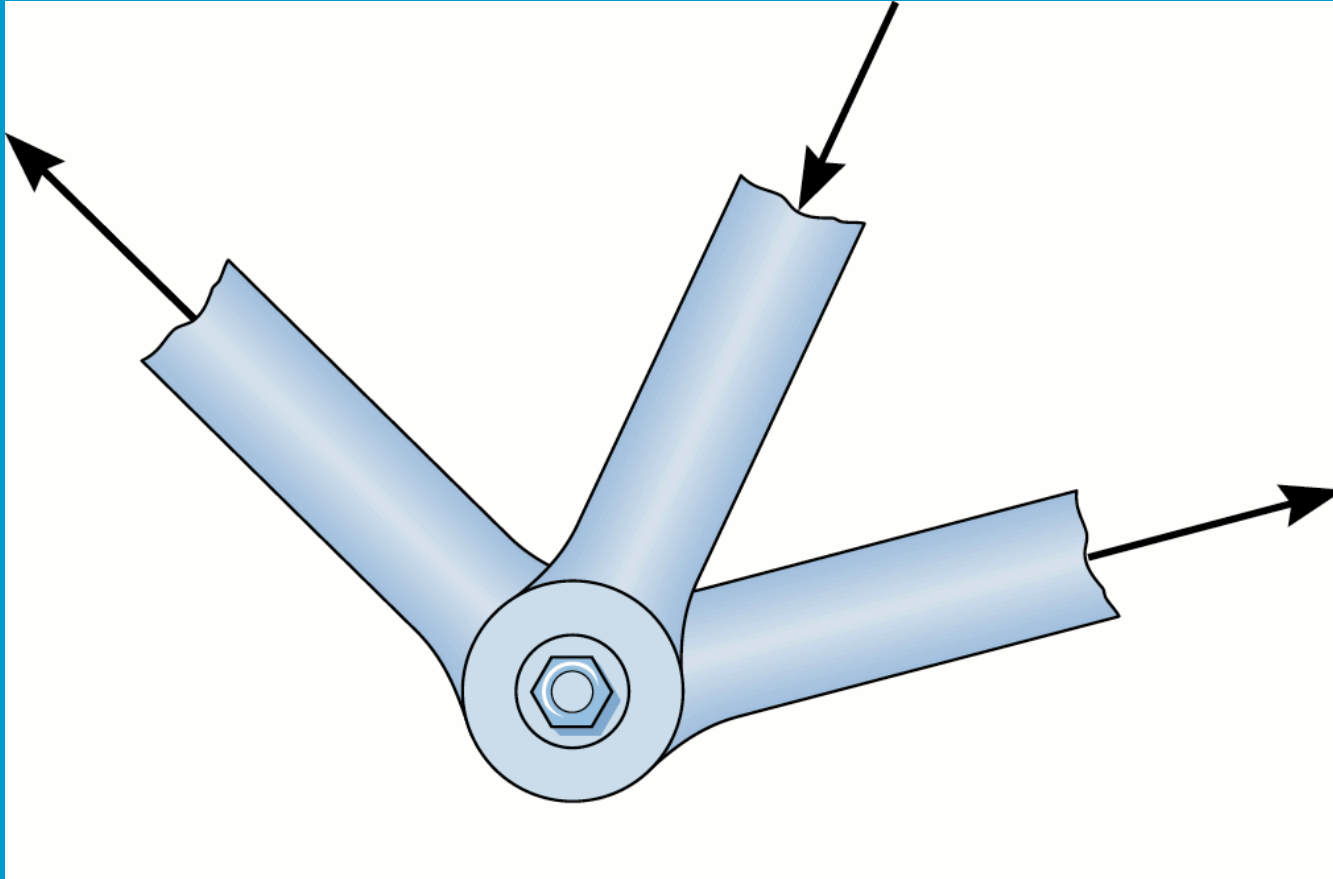




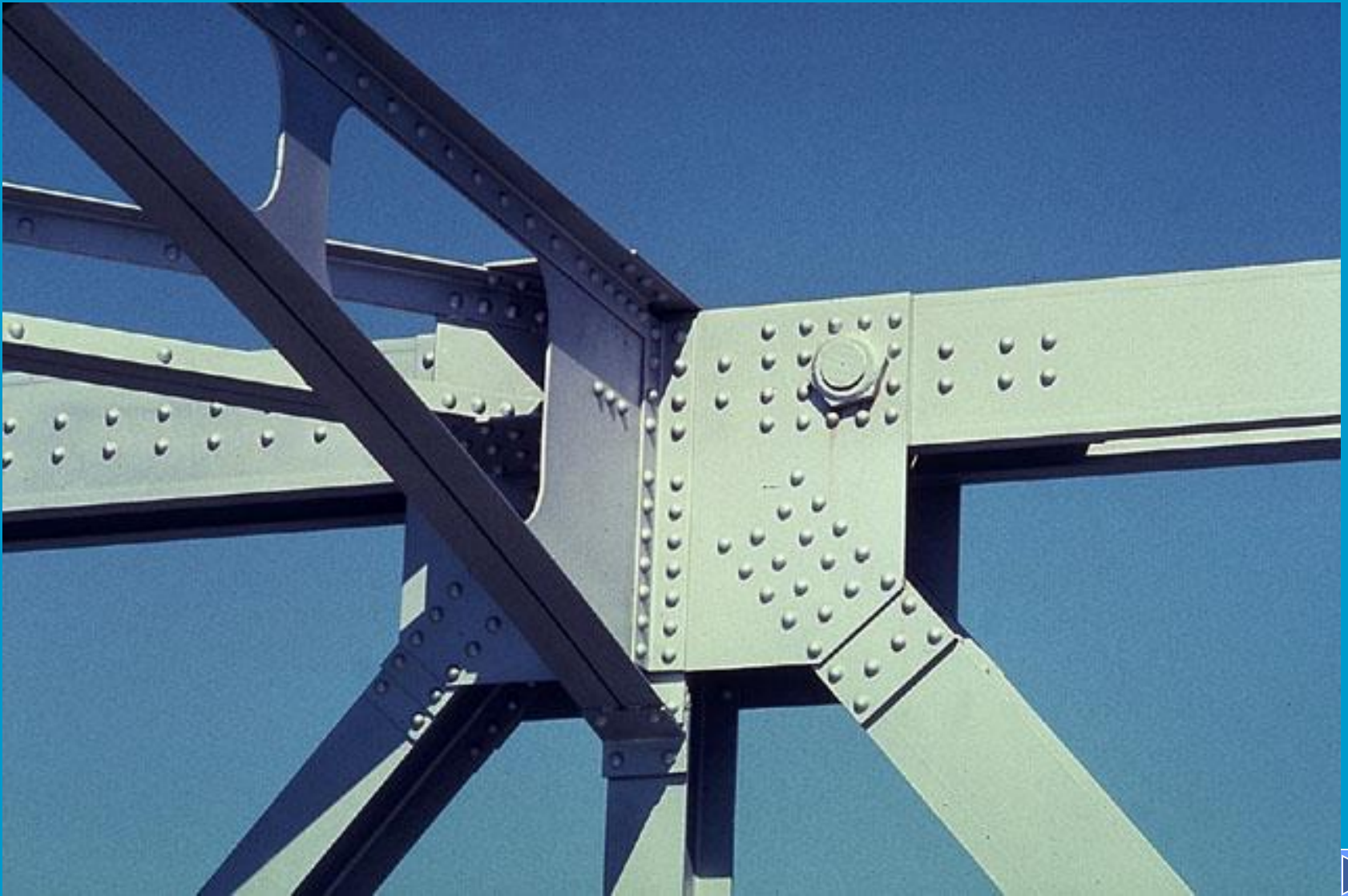
# KAFES KİRİŞLER



# KAFES KİRİŞLER

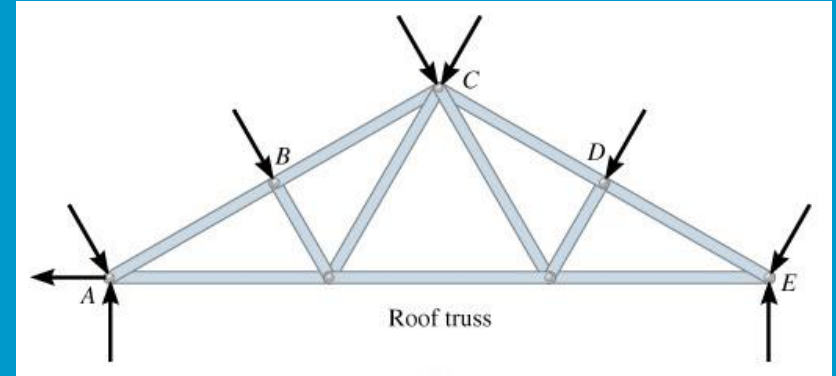
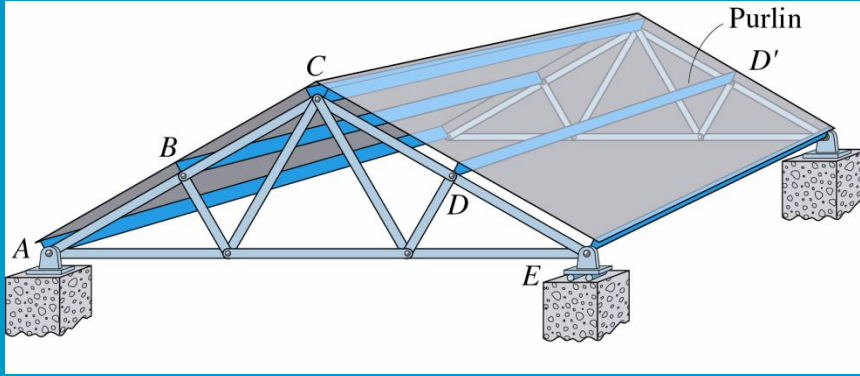


# KAFES KİRİŞLER





# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER



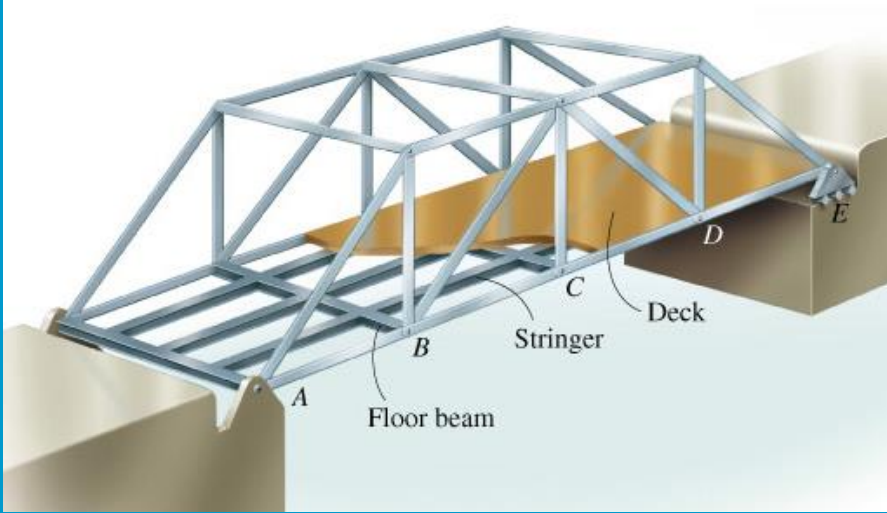
Bir kafes kiriş uç noktalarında birbirlerine eklenen ince –uzun elemanlardan oluşan bir yapıdır.

Düzlemsel kafes kirişlerde tüm elemanlar ve yüklemeler tek bir düzlem içerisinde, çatılarda ve köprülerde sıklıkla kullanılır.

Yukarıdaki şekilde çatıdaki yükler düğüm noktalarında kafes sisteme aktarılır.

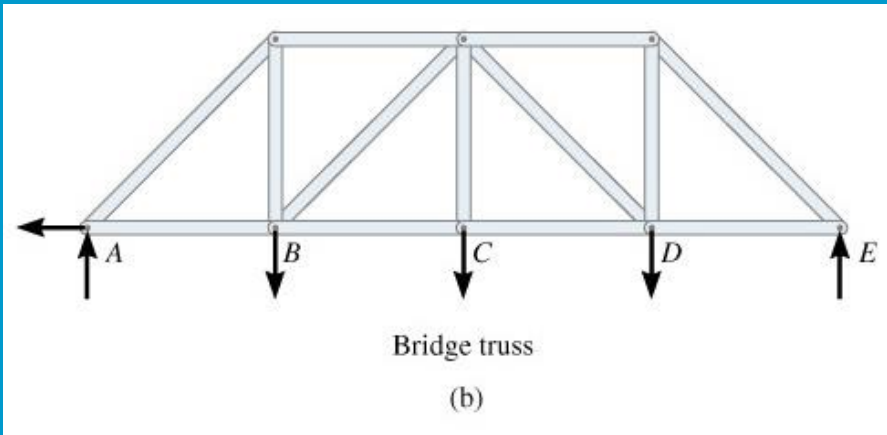


# KAFES KİRİŞLER



Şekildeki köprüde zemin yükü önce boylamlara oradan taban kirişlerine oradan da B,C,D düğüm noktalarında kafes sisteme aktarılır.

Genellikle çatı veya köprülerde sistemin bir ucu hareketli olarak mesnetlenir. Yüklerden veya sıcaklıktan dolayı meydana gelecek olan yer değiştirmelerin sistemi zorlamaması amacıyla hareketli mesnet yerleştirilmektedir.



## TASARIMDA KULLANILAN KABULLER

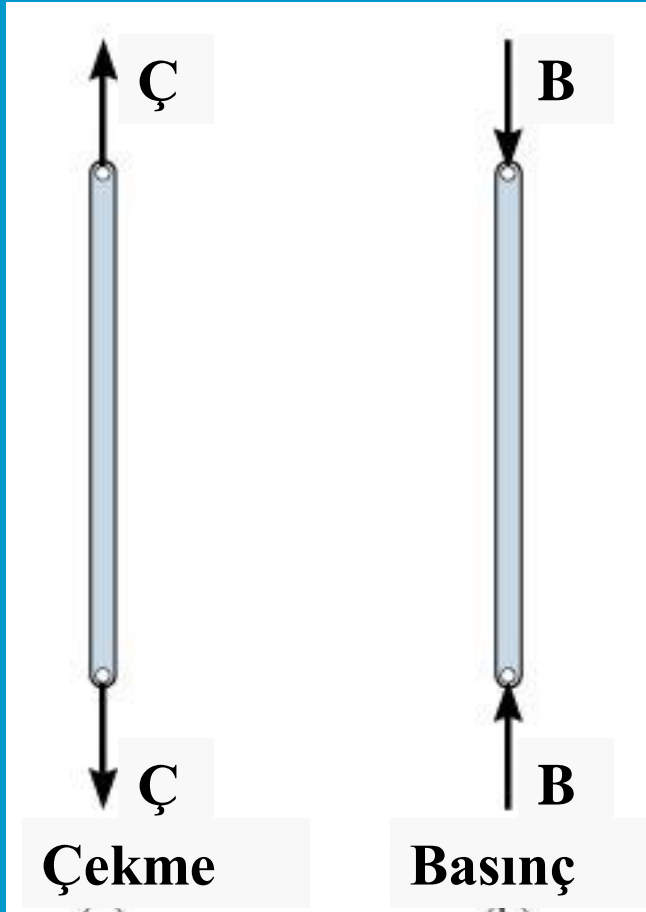
Verilen bir yüke maruz kafes sistemin hem çubuklarını hemde bağlantılarını tasarlamak için önce her bir çubukta oluşan kuvvetin hesaplanması gerekmektedir. Bu işlem yapılırken iki önemli kabul yapılır :

1. Tüm yükler düğüm noktalarına uygulanır. Kafes giriş elemanlarının ağırlıkları, genellikle bu elemanlar tarafından taşınan kuvvetlerin yanında çok küçük olduklarından ihmal edilir.
2. Çubuklar birbirlerine pürüzsüz mafsallarla bağlanmışlardır. Tüm düğüm noktalarında mafsal olduğu kabul edilir. Bu kabul, mafsalların cıvatalama veya kaynakla birbirlerine bağlandığı pek çok pratik olayda yeterli bulunur.





# TASARIMDA KULLANILAN KABULLER



Yukarıdaki iki kabul sonucu kafes kirişlerdeki elemanlar sadece eksenî doğrultusunda yük taşırlar. Bu kuvvet çekme yada basınçtır.



# KAFES SİSTEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Kafes sistemlerin hesapları için aşağıdaki yöntemler kullanılabilir

- 1) Düğüm noktalarının dengesi yöntemi
- 2) Kesim Yöntemi
- 3) Grafik Yöntemi



## Düğüm Noktalarının Dengesi Yöntemi

Bir kafes sistem dengede ise her bir düğüm noktasının da dengede olması şarttır. Bir noktanın dengesi söz konusu iken ve sistemin düzlemsel olduğu göz önüne alınırsa her bir düğümde iki adet denge denklemi mevcuttur.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0$$

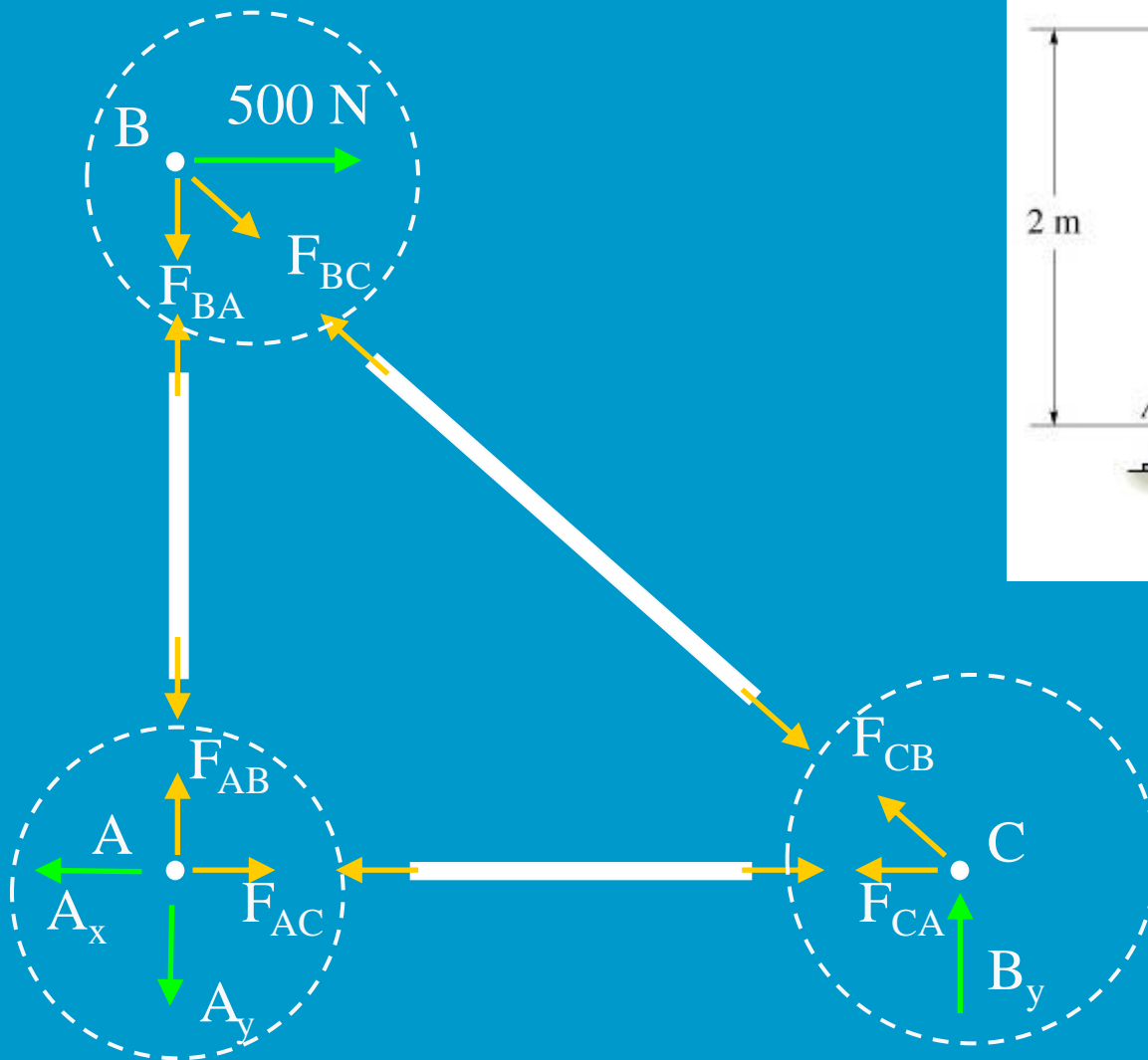
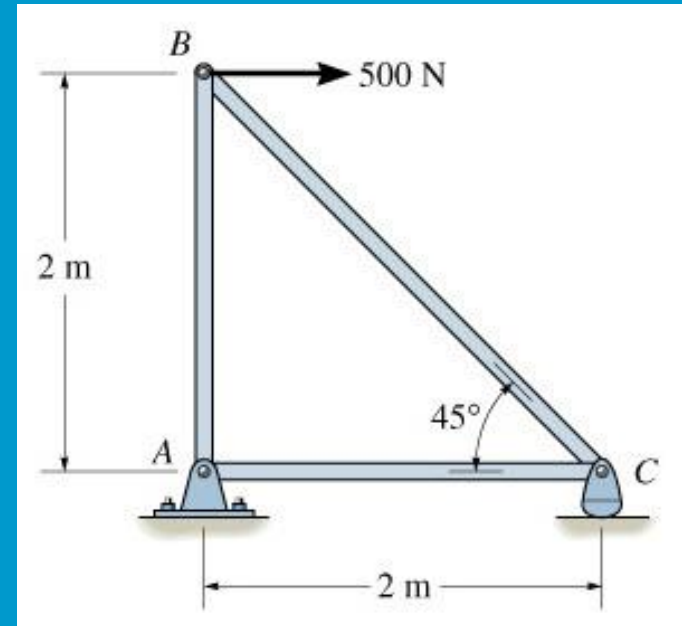
Bu yöntem kullanılırken öncelikle sistemde mesnet reaksiyonları hesap edilir.Sonra her bir düğüm noktasının serbest cisim diyagramları çizilir. Düğümlerde tüm çubuklar yerine düğümden elemana doğru olacak şekilde çekme kuvveti yazılır.

Çözüme başlamak için 2 veya daha az sayıda bilinmeyen bulunan düğümlerden başlanmalıdır.

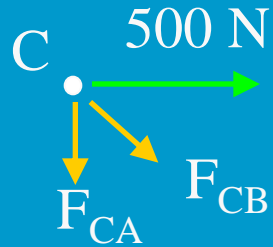




# Düğüm Noktalarının Dengesi Yöntemi

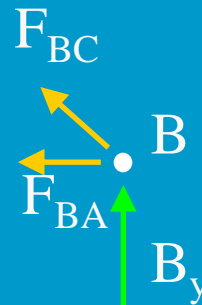
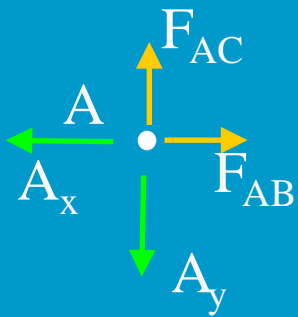
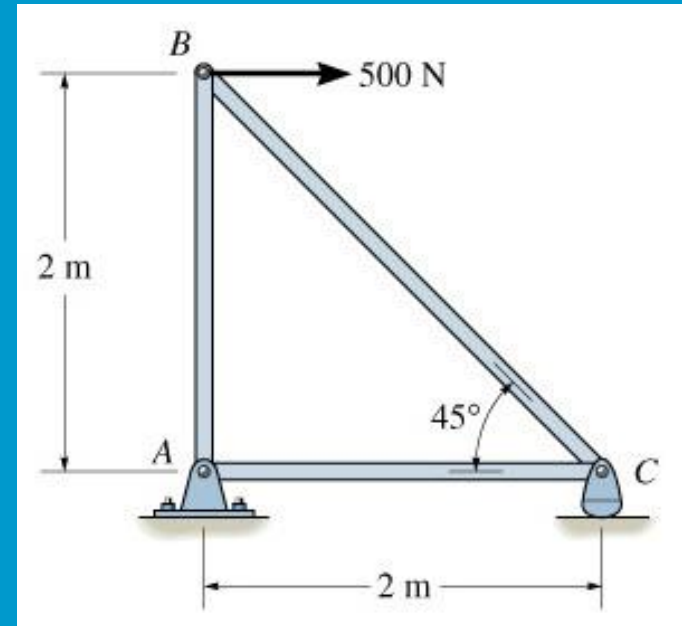


# Düğüm Noktalarının Dengesi Yöntemi



Her düğümde

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0$$



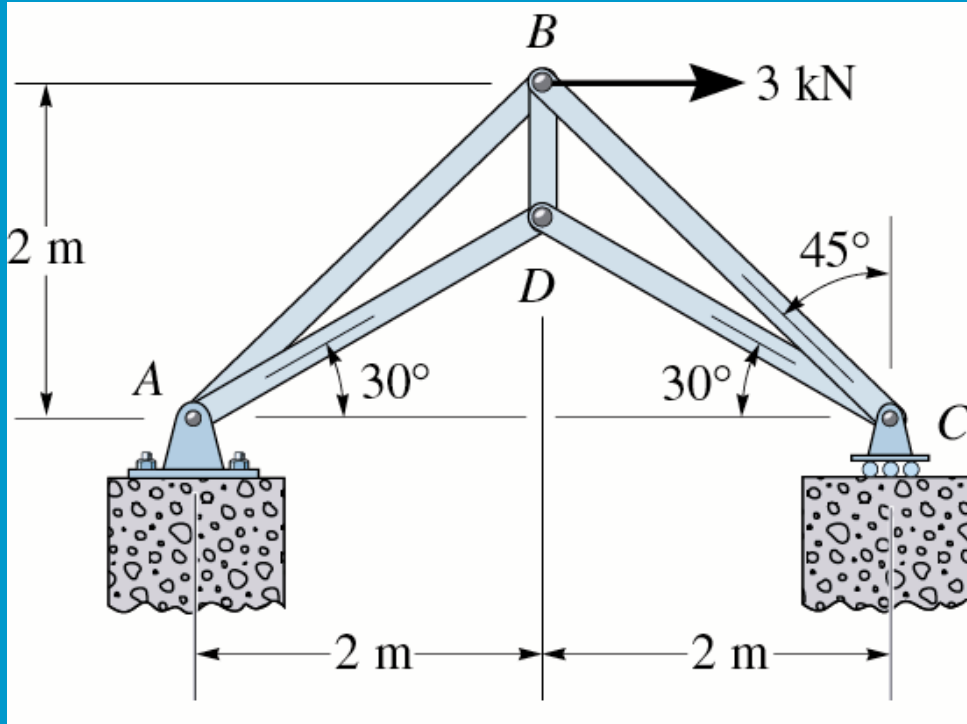
## ANALİZ İÇİN ADIMLAR

1. Tüm kafes kirişin serbest cisim diyagramını çizin ve denge eşitliklerini kullanarak tüm mesnet reaksiyonlarını hesaplayın.
2. Tüm düğümlerin serbest cisim diyagramlarını çizin. Çubuklar için düğümden çubuğa doğru yani çubukta çekme taşıyacak kuvvetleri yazın. Bir veya iki bilinmeyen bulunan düğümlerden çözüme başlayın.
3. Bilinmeyeni (bilinmeyenleri) bulmak için  $\sum F_x = 0$  ,  $\sum F_y = 0$  denge denklemlerini kullanın. Cevap pozitif ise, varsayılan yön (çekme) doğrudur, aksi takdirde çubuktaki kuvvet ters yöndedir (basınç).
4. Tüm gereken kuvvetler tespit edilene kadar sırayla her mafsalda 2. ve 3. adımı tekrarlayın.



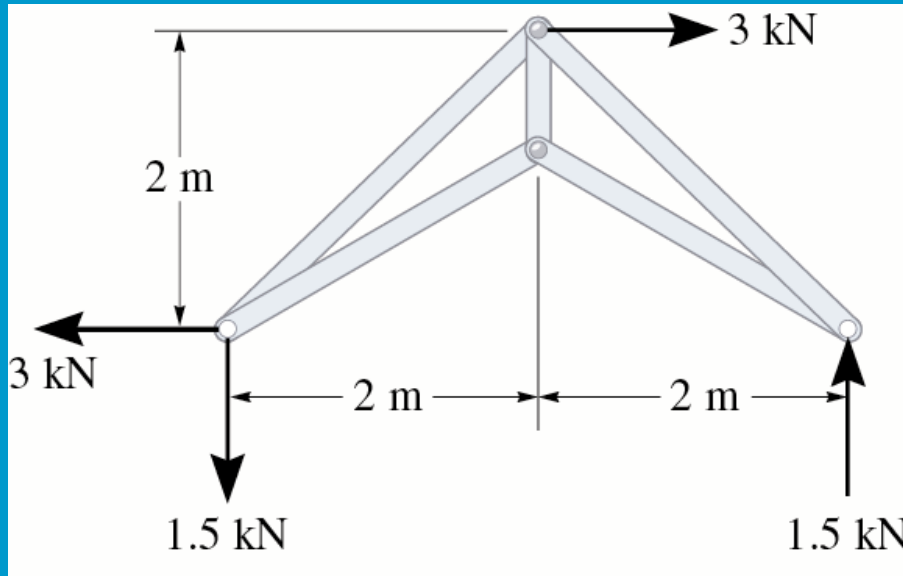


## Örnek



Şekilde özellikleri ve yükleme durumu verilen kafes sistemdeki tüm çubuk kuvvetlerini bulunuz.

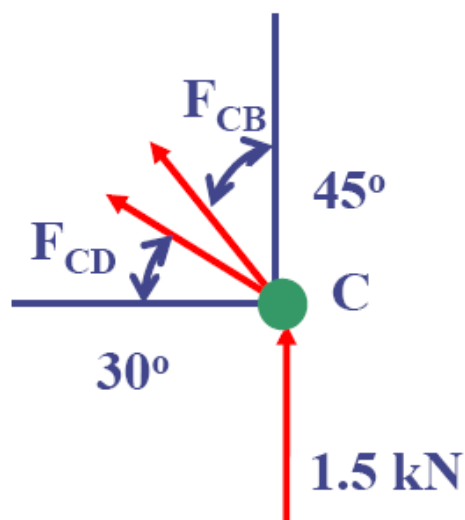




Sistemin Serbest  
Cisim Diyagramı  
çizilerek mesnet  
reaksiyonları  
hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= 0 & \sum M_A &= 0 \\
 -A_x + 3 \text{ kN} &= 0 & C_y(4) - 3 \text{ kN}(2) &= 0 \\
 A_x &= 3 \text{ kN} & C_y &= 1.5 \text{ kN} \\
 \sum F_y &= 0 \\
 C_y - A_y &= 0 \\
 A_y &= 1.5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$





$$\sum F_x = 0$$

$$-F_{CD} \cos 30^\circ - F_{CB} \sin 45^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{CD} \sin 30^\circ + F_{CB} \cos 45^\circ + 1.5 = 0$$

$$-0.866 F_{CD} = 0.7071 F_{CB}$$

$$F_{CD} = -\frac{0.7071}{0.866} F_{CB} = -0.817 F_{CB}$$

$$-0.817 F_{CB} (0.5) + 0.7071 F_{CB} + 1.5 = 0$$

$$0.299 F_{CB} = -1.5$$

$$F_{CB} = -5.02 \text{ kN}$$

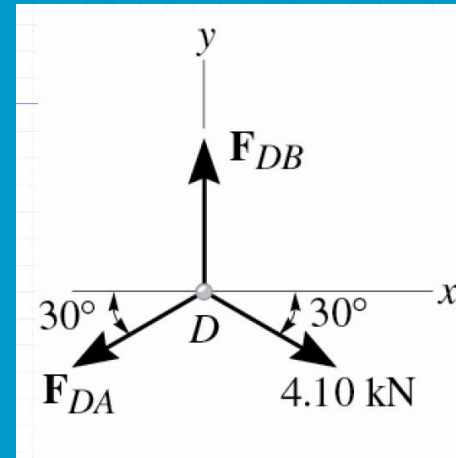
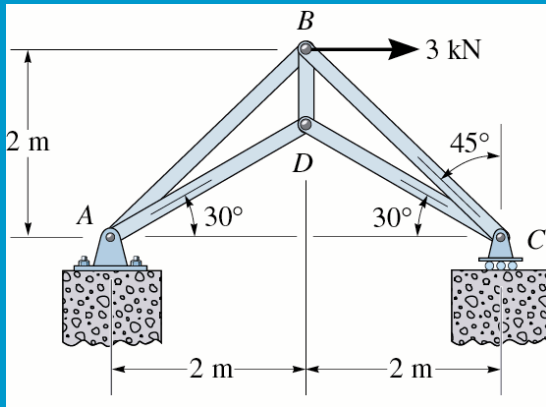
$$F_{CD} = -0.817 F_{CB} = -0.817(-5.02 \text{ kN}) = 4.10 \text{ kN}$$

$$F_{CB} = 5.02 \text{ kN (C)}$$

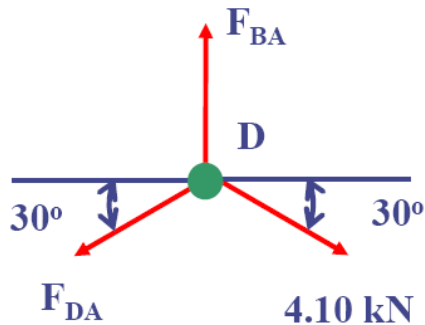
$$F_{CD} = 4.10 \text{ kN (T)}$$







Sistemde D düğümünün dengesi yazılırsa



$$\sum F_x = 0$$

$$-F_{DA} \cos 30^\circ + 4.10 \cos 30^\circ = 0$$

$$F_{DA} = 4.10 \text{ kN (T)}$$

$$\sum F_y = 0$$

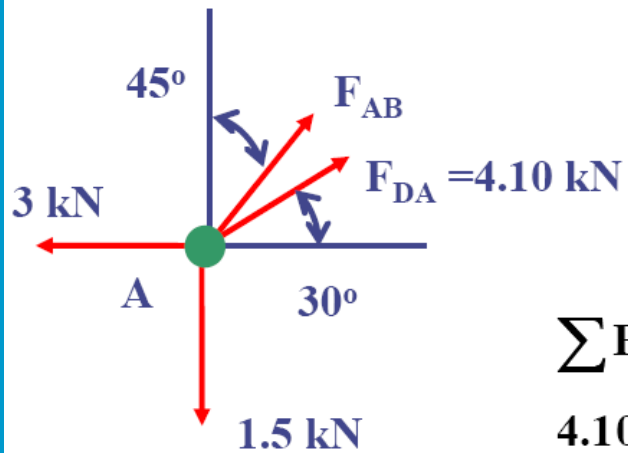
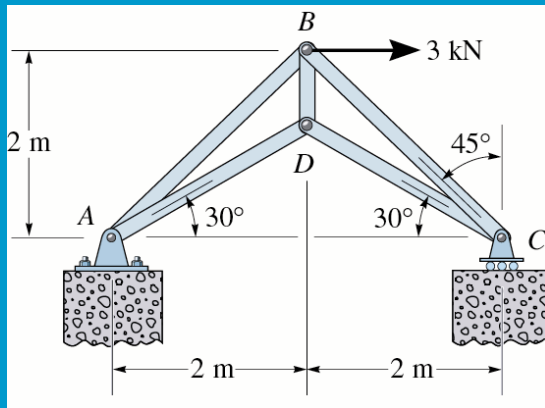
$$-F_{DA} \sin 30^\circ - F_{DC} \sin 30^\circ + F_{BA} = 0$$

$$-4.10(0.5) - 4.10(0.5) + F_{BA} = 0$$

$$F_{BA} = 4.10 \text{ kN (T)}$$



## Sistemde A düğümünün dengesi yazılırsa



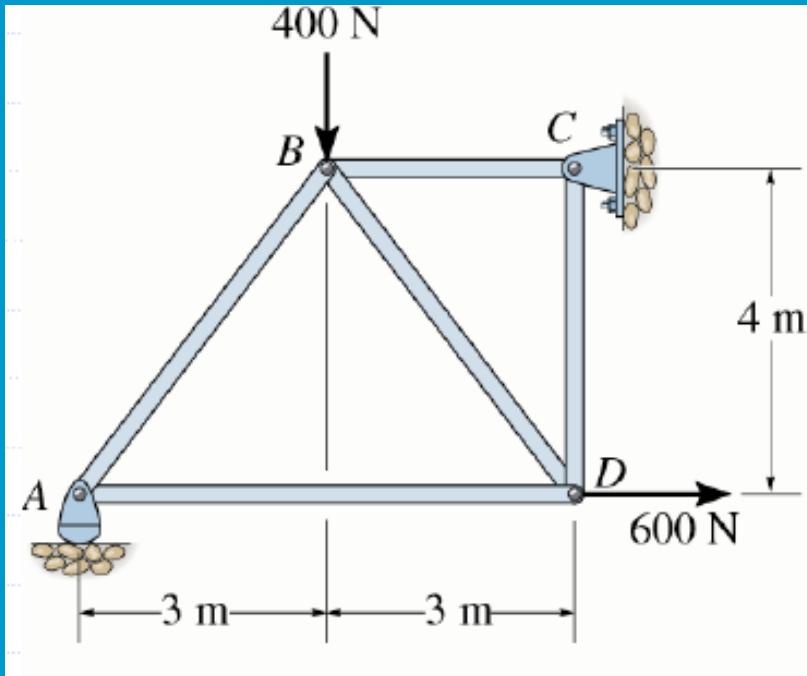
$$\sum F_x = 0$$

$$4.10 \cos 30^\circ + F_{AB} \sin 45^\circ - 3 = 0$$

$$F_{AB} = -0.776 \text{ kN}$$

$$F_{AB} = 0.776 \text{ kN (C)}$$

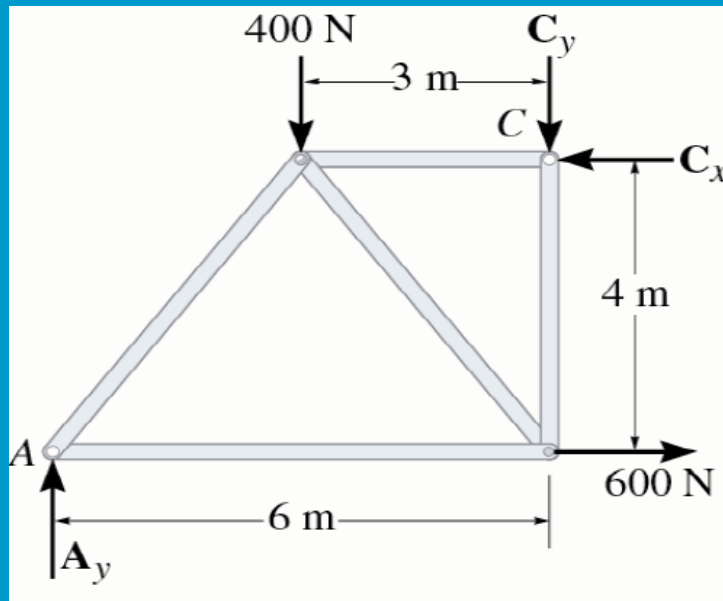




Yanda özellikleri ve yüklemem durumu verilen kafes sistemin tüm elemanlarındaki çubuk kuvvetlerini bulunuz.



İlk olarak mesnet reaksiyonlarının bulunması amacıyla serbest cisim diyagramı çizilir.



$$\sum F_x = 0$$

$$600 - C_x = 0$$

$$C_x = 600 \text{ N}$$

$$\sum M_C = 0$$

$$-A_y(6) + 400(3) + 600(4) = 0$$

$$A_y = 600 \text{ N}$$

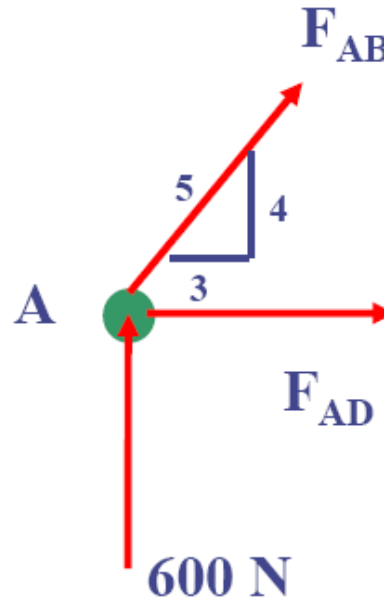
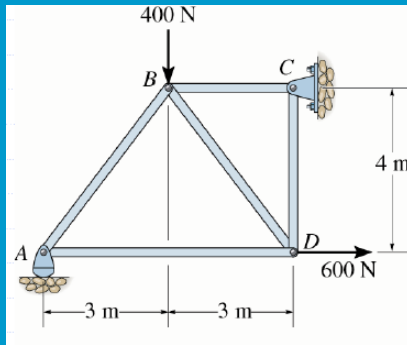
$$\sum F_y = 0$$

$$A_y - 400 - C_y = 0$$

$$C_y = 200 \text{ N}$$



Sistemde ilk olarak A noktasının dengesi yazılırsa



$$\sum F_x = 0$$

$$F_{AD} + F_{AB} \left( \frac{3}{5} \right) = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$600 + F_{AB} \left( \frac{4}{5} \right) = 0$$

$$F_{AB} = -750 \text{ N}$$

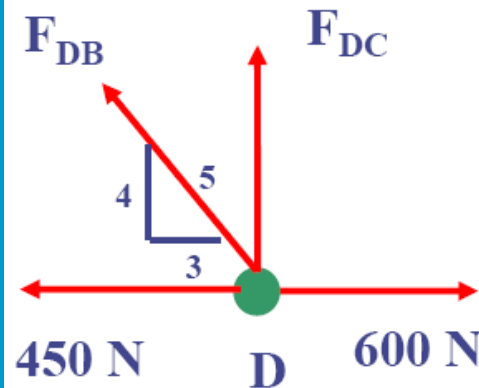
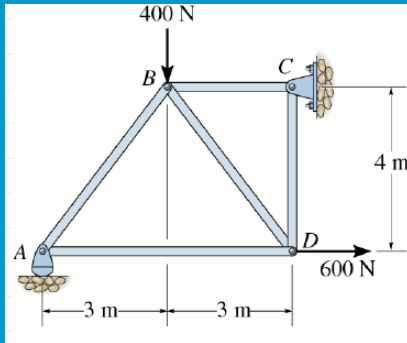
$$F_{AB} = 750 \text{ N} \quad \text{Basınç}$$

$$F_{AD} = 450 \text{ N} \quad \text{Çekme}$$





Sistemde D noktasının dengesi yazılırsa



$$\sum F_x = 0$$

$$600 - 450 - F_{DB} \left( \frac{3}{5} \right) = 0$$

$$F_{DB} = +250 \text{ N}$$

$$F_{DB} = 250 \text{ N (T)}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{DC} + F_{DB} \left( \frac{4}{5} \right) = 0$$

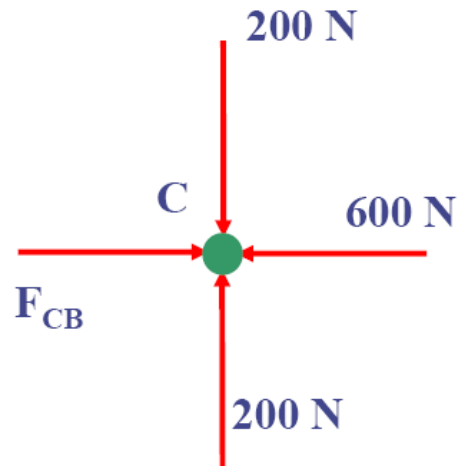
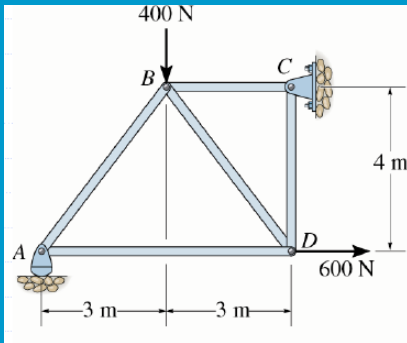
$$F_{DC} + 250 \left( \frac{4}{5} \right) = 0$$

$$F_{DC} = -200 \text{ N}$$

$$F_{DB} = 250 \text{ N (T)}$$



Sistemde C noktasının dengesi yazılırsa



$$\sum F_x = 0$$

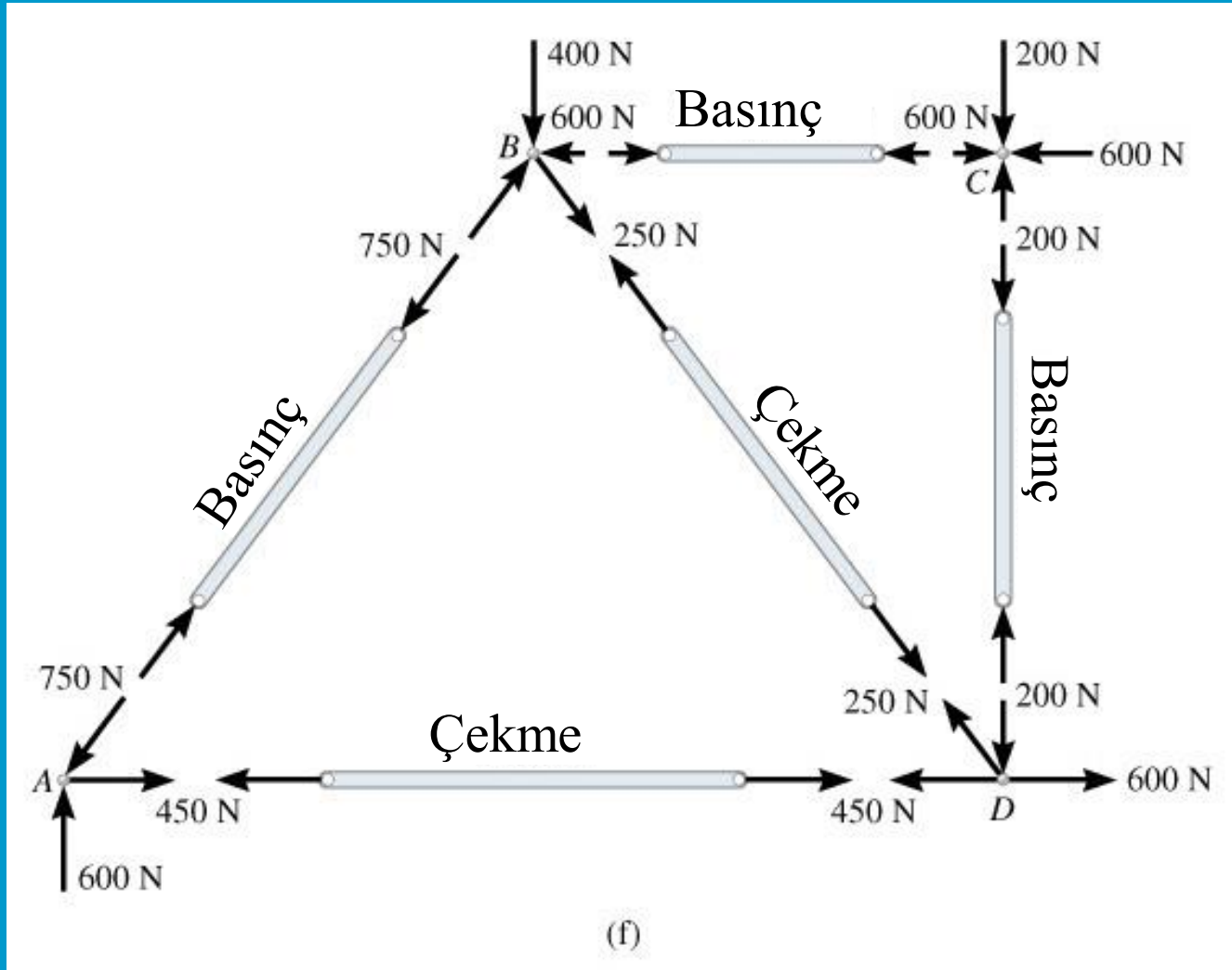
$$-600 + F_{CB} = 0$$

$$F_{DB} = 600 \text{ N}$$

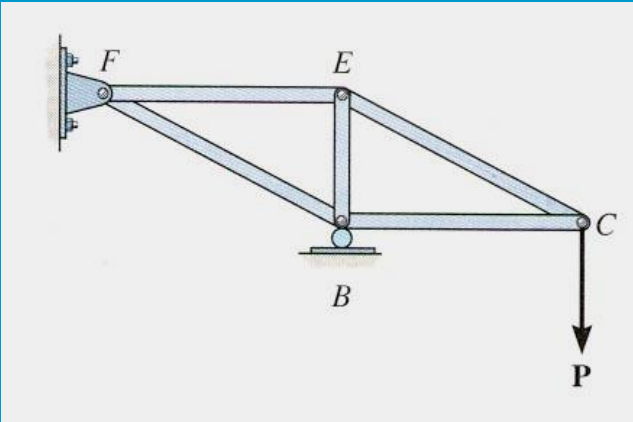
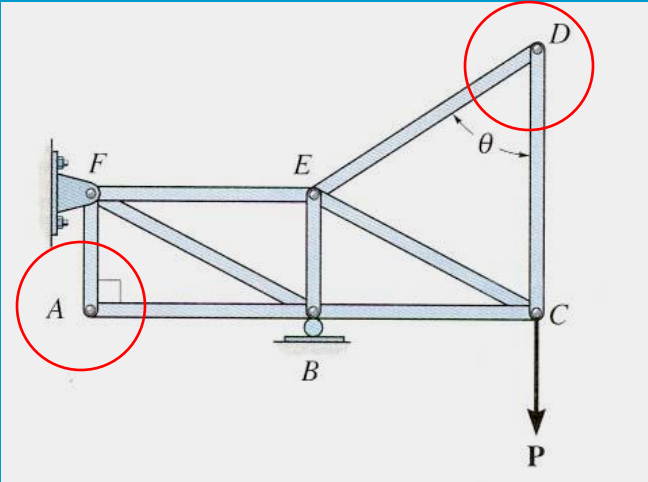
$$F_{DB} = 600 \text{ N (C)}$$



Sistemde C noktasının dengesi yazılırsa



## SIFIR – KUVVET ELEMANLARI (Bölüm 6.3)



Bir mafsals sadece iki eş-doğrusal olmayan elemana sahipse ve bu mafsalda hiçbir dış yük veya destek reaksiyonu yoksa, bu takdirde bu iki eleman sıfır-kuvvetli elemandır. Bu örnekte, DE, CD, AF ve AB elemanları sıfır-kuvvetli elemanlardır. Denge eşitliklerini D ve A mafsallarına uygulayarak bu sonuçları kolayca kanıtlayabilirsiniz.

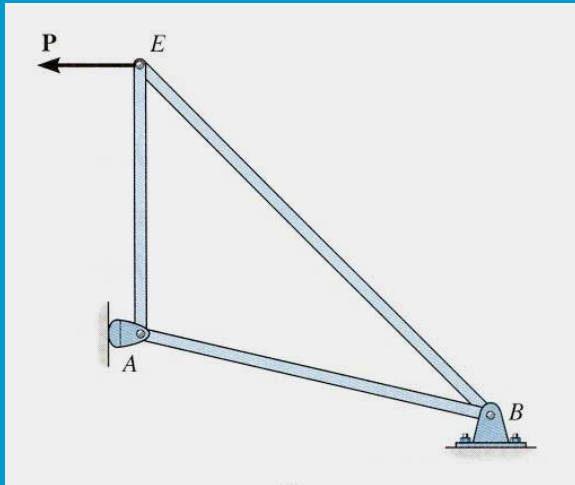
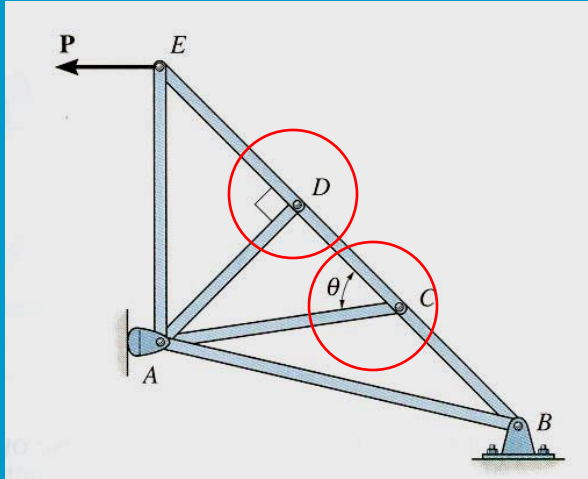
Makas kiriş analiz edilirken sıfır-kuvvetli elemanlar kaldırılabilir (şekilde görüldüğü gibi).



## SIFIR – KUVVET ELEMANLARI (devam ediyor)

Üç eleman, bunlardan ikisinin aynı doğrultuda olduğu ve bu mafsallık noktasında hiçbir dış yük veya reaksiyonun olmadığı bir makas giriş mafsallı oluşturuyorsa bu takdirde üçüncü aynı doğrultuda olmayan eleman bir sıfır kuvvet elemanıdır.

Tekrar ifade edersek, bu kolayca ispatlanabilir. Makas kirişi daha fazla analiz etmek için, şekilde görüldüğü gibi sıfır kuvvet elemanı kaldırılabilir. Lütfen, sıfır-kuvvet elemanlarının makas kirişin dengesini ve sağlamlığını artırmak için ve çeşitli yükleme koşulları için destek sağlamak üzere kullanıldığını unutmayın.

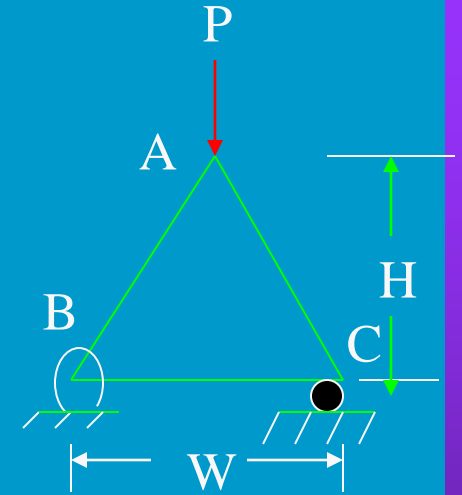




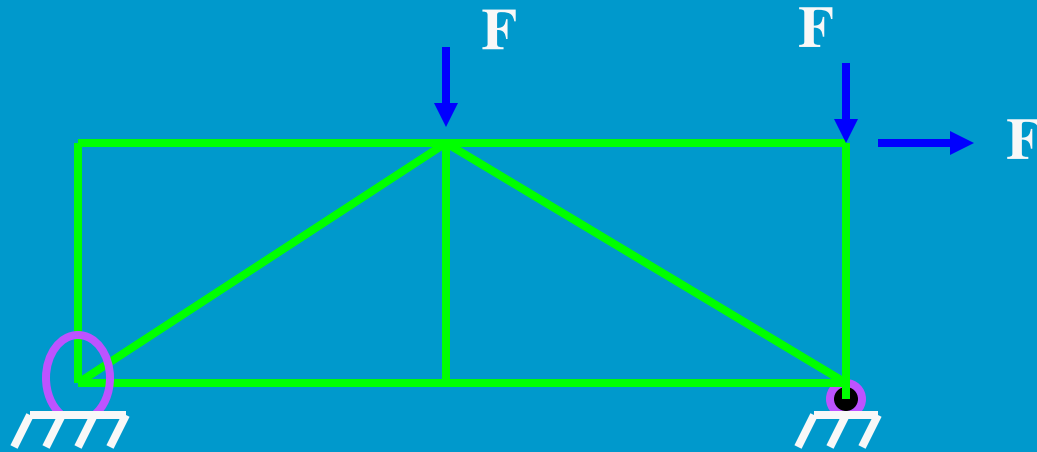
## KAVRAM SINAVI

1. Truss ABC makas kirişinin yüksekliği  $H$ 'dan  $0,9 H$ 'a azaltılarak değiştirilmiştir.  $W$  genişliği ve yerel  $P$  yükü aynı tutulmuştur. Orijinal makas kirişe nazaran değiştirilmiş makas kiriş için aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) Tüm elemanlarındaki kuvvet azalmıştır.
- B) Tüm elemanlarındaki kuvvet artmıştır.
- C) Tüm elemanlarındaki kuvvet aynı kalmıştır.
- D) Yukarıdakilerden hiçbiri.



## KAVRAM SINAVI (devam ediyor)



2. Bu makas-kiriş için, sıfır kuvvet elemanlarını bulun.

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4



## ÇÖZÜM (devam ediyor)

### D piminin FBD'si

D piminin analizi:

$$- + \sum F_Y = -100 - (5 / 13) F_{DB} = 0$$

$$\underline{F_{DB} = -260 \text{ kN (C)}}$$

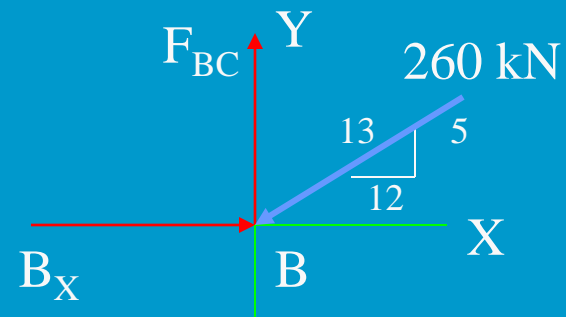
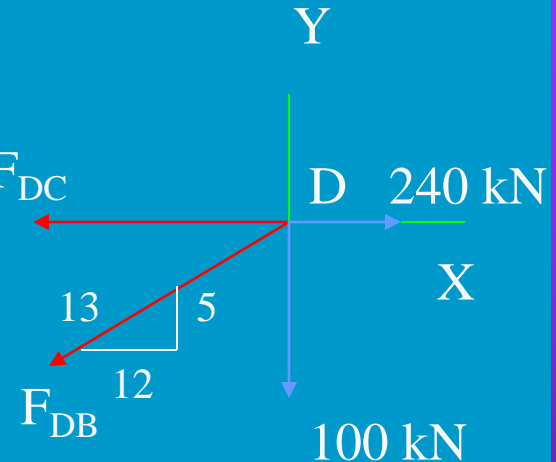
$$\rightarrow + \sum F_X = 240 - F_{DC} - (12 / 13) (-260) = 0$$

$$\underline{F_{DC} = 480 \text{ kN (T)}}$$

B piminin analizi :

$$- + \sum F_Y = F_{BC} - (5 / 13) 260 = 0$$

$$\underline{F_{BC} = 100 \text{ kN (T)}}$$



### B piminin FBD'si



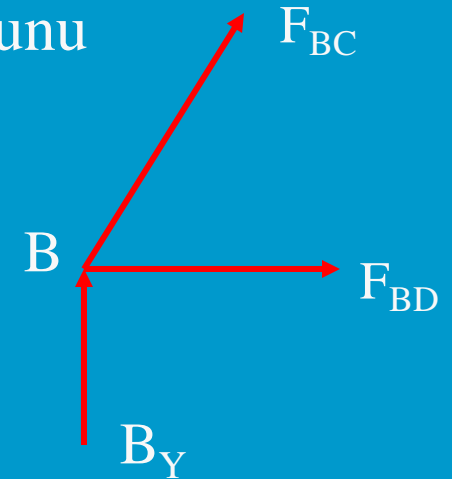
## DİKKAT SINAVI

1. Bu FBD'ı kullanarak,  $F_{BC} = -500 \text{ N}$  sonucunu bulursunuz.

BC elemanı \_\_\_\_\_ olmalıdır.

A) gerilimde      B) sıkıştırırmada

C) belirlenemez



2. Taşınacak kuvvetin aynı büyüklüğü için, sıkıştırırmadaki makas-kiriş elemanları; gerilimdeki elemanlara nazaran genellikle \_\_\_\_\_ yapılır.

A) Daha kalın

B) Daha ince

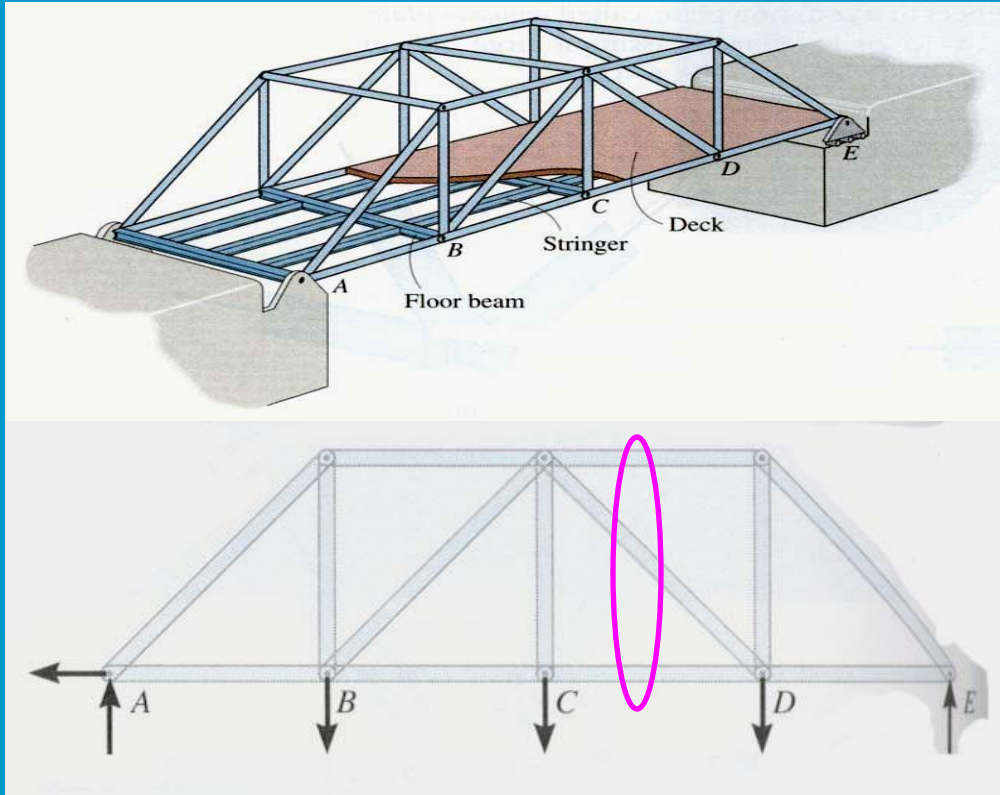
C) Aynı boyutta



# MAKAS KİRİŞLER-PROFİLLER METODU (Bölüm 6.4)

## Bugünün Hedefleri:

Öğrenciler profiller metodunu kullanarak makas kiriş elemanlarındaki kuvvetleri belirleyebileceklerdir.



## Sınıf-içi Aktiviteleri:

- Varsa ev ödevinin kontrolü
- Okuma Sınavı
- Uygulamalar
- Profiller Metodu
- Kavram Sınavı
- Grup Problemi Çözümü
- Dikkat Sınavı





## OKUMA SINAVI

1. Profiller metodunda, genellikle bir “ kesim” içindeki kuvvetlerin bilinmediği \_\_\_\_\_ elemanın içinden geçer.

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

2. Eğer basit bir makas-kiriş elemanı uzunluğu boyunca bir T çekme kuvvetini taşıyorsa, bu takdirde eleman içindeki dahili kuvvet \_\_\_\_\_ dir.

A)  $T/2$  büyüklüğünde bir çekme

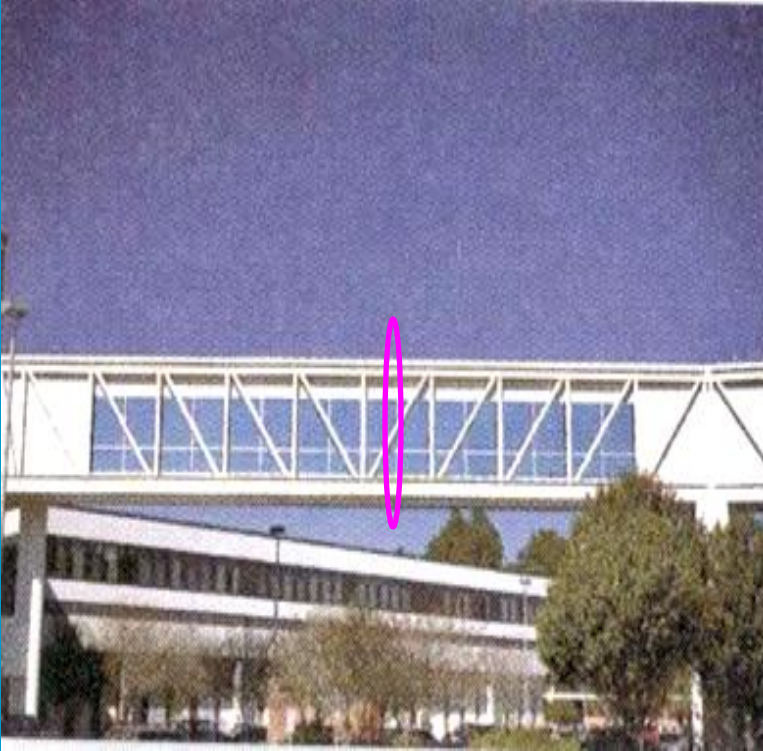
B)  $T/2$  büyüklüğünde bir sıkıştırma

C) T büyüklüğünde bir sıkıştırma

D) T büyüklüğünde çekme



## UYGULAMALAR



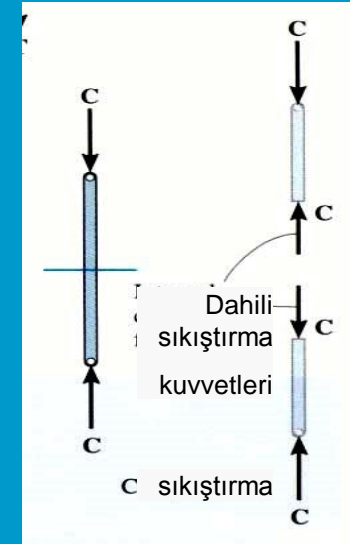
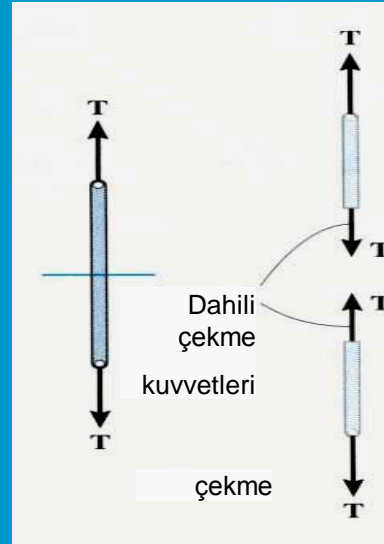
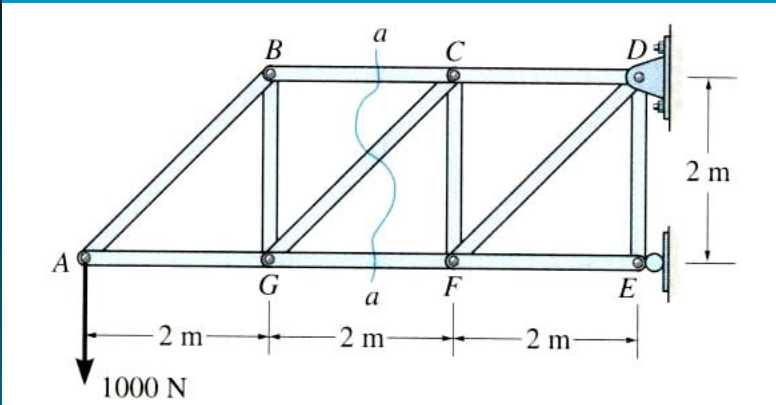
Uzun makas kirişler genellikle köprü yapımında kullanılır.

Mafsallar metodu makas kirişin orta kısmındaki kuvvetleri belirlemeden önce birçok mafsalın analiz edilmesini gerektirir.

Bu kuvvetleri doğrudan belirlemek için bir başka metot mevcut mudur?



# BÖLÜMLER METODU

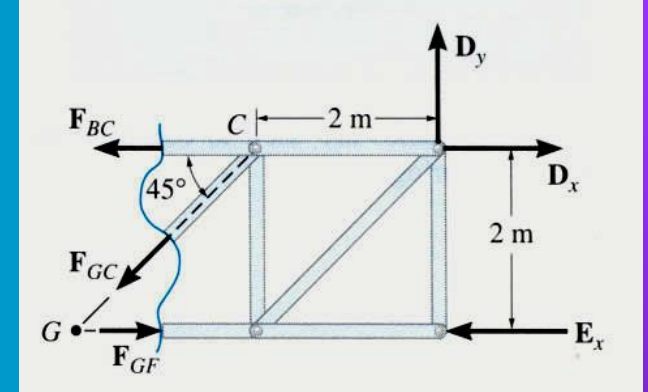
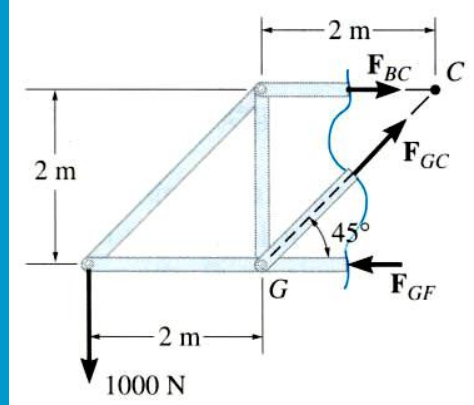
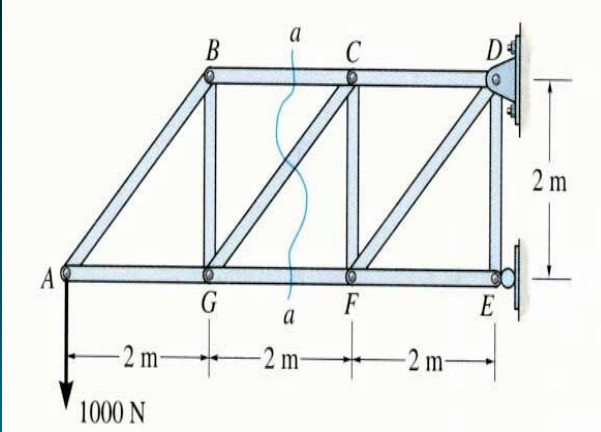


Bölmeler metodunda, makas kiriş içinden geçen hayali bir “kesim” işlemi (burada a-a olarak gösterilmiştir) yapılarak bir makas-kiriş iki parçaya bölünür.

Makas-kiriş elemanları uzunlukları boyunca sadece çekme veya sıkıştırma kuvvetlerine maruz kaldığından, kesilen elemandaki dahili kuvvetler de aynı büyüklükte çekme veya sıkıştırma olacaktır. Bu sonuç denge prensibine ve Newton'un üçüncü kanununa dayanmaktadır.



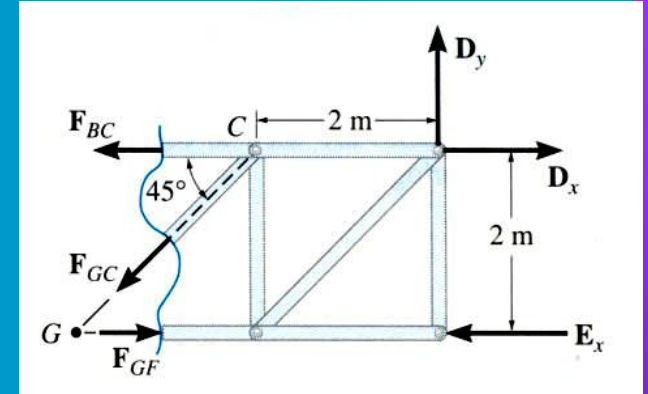
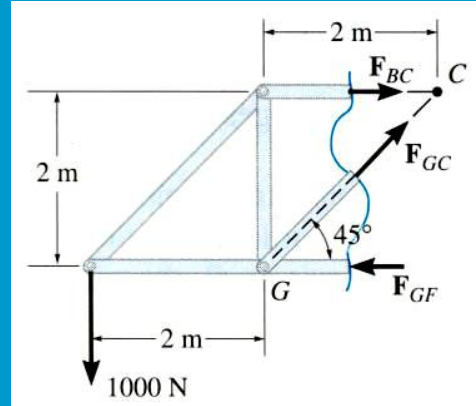
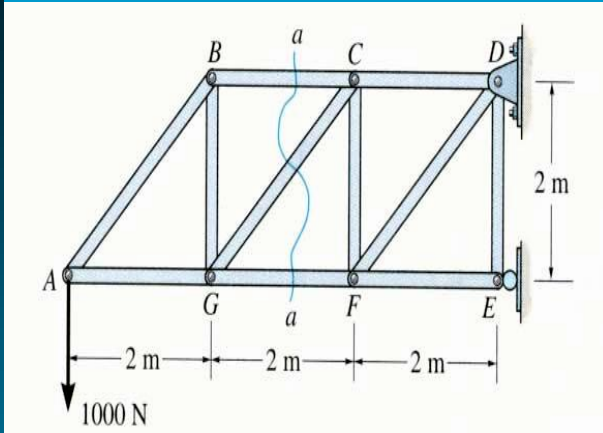
# ANALİZ İÇİN ADIMLAR



1. Makas-kirişı nasıl "kesmeniz" gerektiğini belirleyin. Bu işlem aşağıdakileri temel alır :
  - a) kuvvetleri belirlemeniz gereken yerler ve, b) toplam bilinmeyen sayısının üçü aşmadığı yerler (genel olarak).
2. Makas kirişin hangi tarafı ile çalışmanın daha kolay olduğunu belirleyin (bulmak zorunda olduğunuz reaksiyon sayısını en aza indiren taraf).
3. Gerekirse, tüm makas kirişin FBD'sini çizerek ve EofE'i uygulayarak gereken destek reaksiyonlarını bulun.



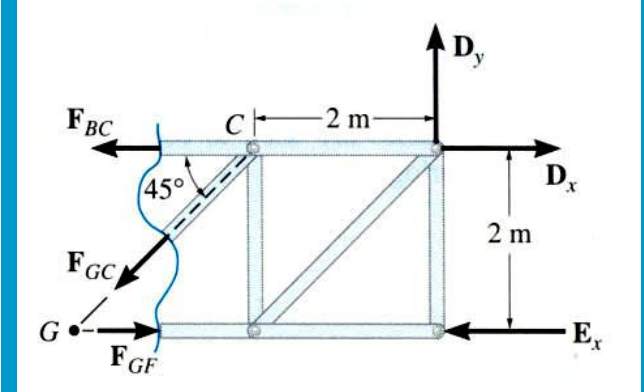
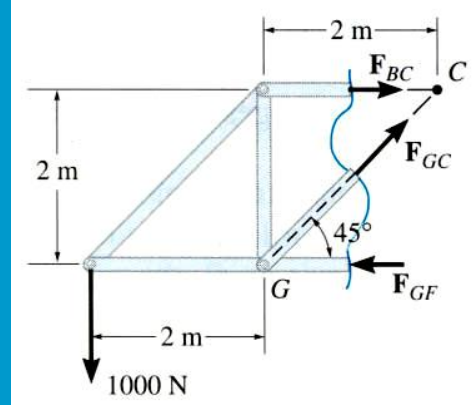
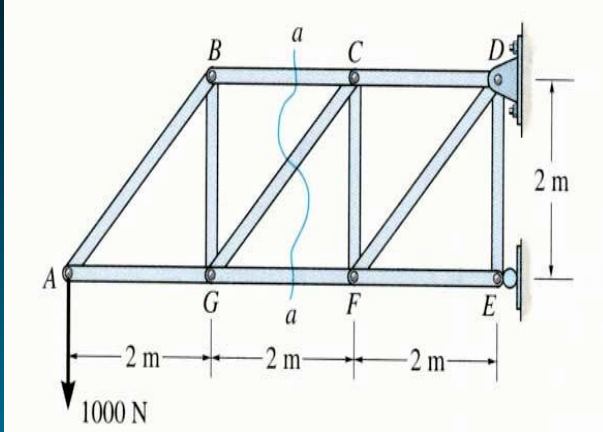
## PROSEDÜR (devam ediyor)



4. Kesilmiş makas kirişin seçilen parçasının FBD'sini çizin. Kesilen elemanda bilinmeyen kuvvetleri göstermemiz gerekir. Başlangıçta, mafsallar metodunda yaptığımız gibi tüm elemanların çekmede olduğunu kabul ederiz. Çözdükten sonra, cevap pozitif ise eleman kabulümüzde olduğu gibi çekme durumundadır. Cevap negatif ise, elemanın sıkıştırma durumunda olması gerekir. (Lütfen, yukarıdaki şekillerde yapıldığı gibi muayene sonunda kuvvetlerin çekme veya sıkıştırma durumunda olduğu kabulünü yapabileceğinizi unutmayın.)



## PROSEDÜR (devam ediyor)

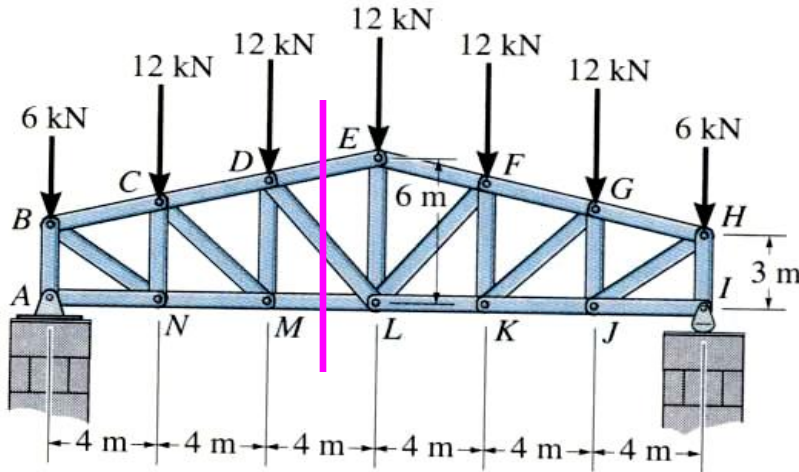


5. Bilinmeyen eleman kuvvetlerini bulmak için denge eşitliklerini (EofE) makas kirişin seçilen kesilmiş parçasına uygulayın. Lütfen, pek çok olayda doğrudan bir bilinmeyeni bulmak için bir eşitlik yazmanın mümkün olduğunu unutmayın.





## ÖRNEK



**Verilen:** Çatı makas kirişlerinde görüldüğü gibi yükler .

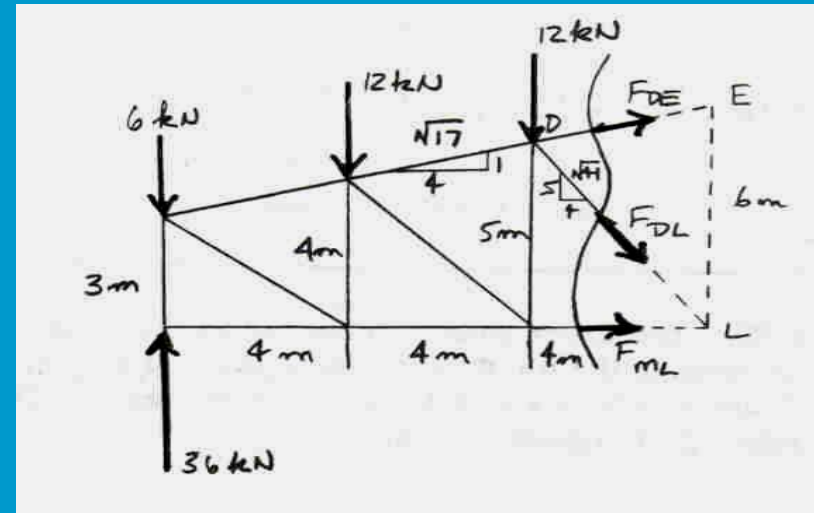
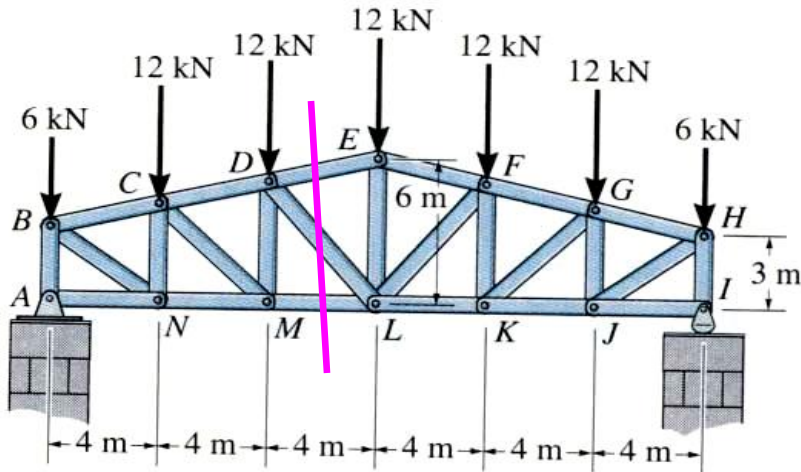
**İstenen:** DE, DL ve ML elemanlarında kuvvetler.

**Plan:**

- DE, DL ve ML elemanlarından bir kesme işlemi yapın.
- Kesilen bölümün sol parçası ile çalışın. Neden ?
- A noktasında destek reaksiyonlarını tespit edin. Bunlar nelerdir?
- DE, DL ve ML elemanlarında kuvvetleri bulmak için EıfE'i uygulayın.



**ÖRNEK** (devam ediyor)



Tüm makas kirişi analiz ettiğimizde,  $\Sigma F_x = A_x = 0$ . Simetrik olarak, dikey destek reaksiyonları şunlardır:

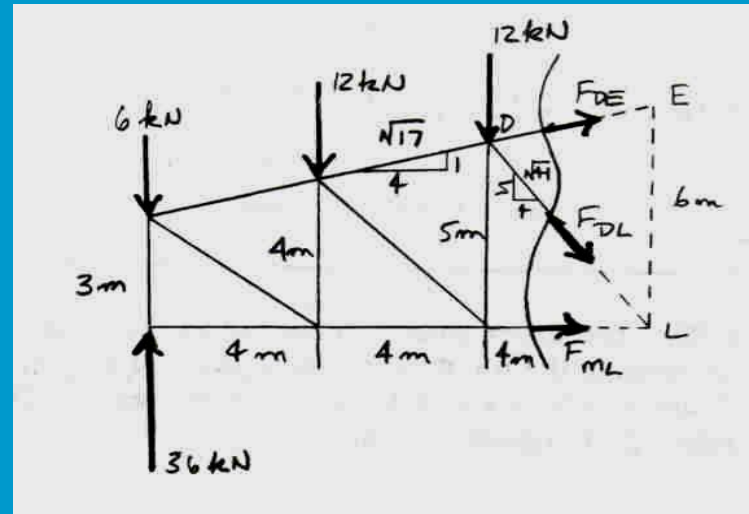
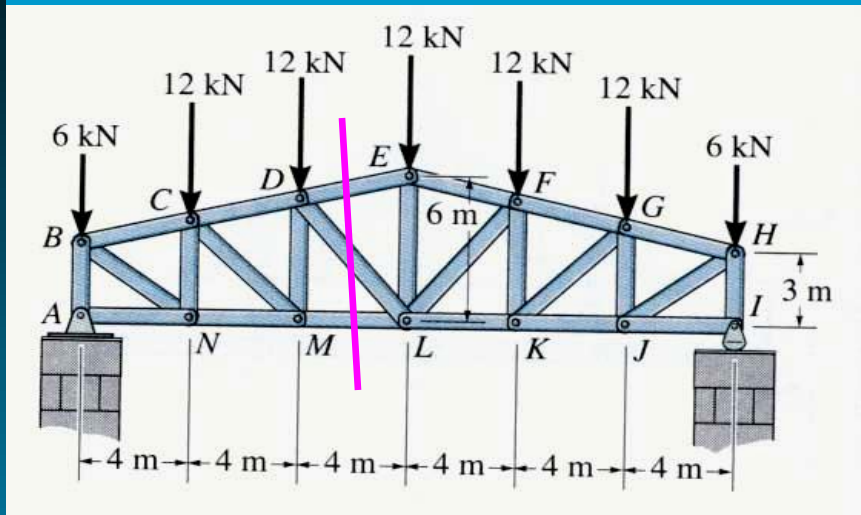
$$A_Y = I_Y = 36 \text{ kN}$$

$$\left( + M_D = -36 (8) + 6 (8) + 12 (4) + F_{ML} (5) = 0 \right.$$

$$\underline{F_{ML} = 38,4 \text{ kN (T)}}$$



## ÖRNEK (devam ediyor)



$$\left( +\sum M_L = -36(12) + 6(12) + 12(8) + 12(4) - F_{DE} \left( \frac{4}{\sqrt{17}} \right) (6) = 0 \right.$$

$$F_{DE} = -37,11 \text{ kN veya } 37,1 \text{ kN (C)}$$

$$\rightarrow +\sum F_X = 38,4 + \left( \frac{4}{\sqrt{17}} \right) (-37,11) + \left( \frac{4}{\sqrt{41}} \right) F_{DL} = 0$$

$$F_{DL} = -3,84 \text{ kN veya } 3,84 \text{ kN (C)}$$



# KAVRAM SINAVI

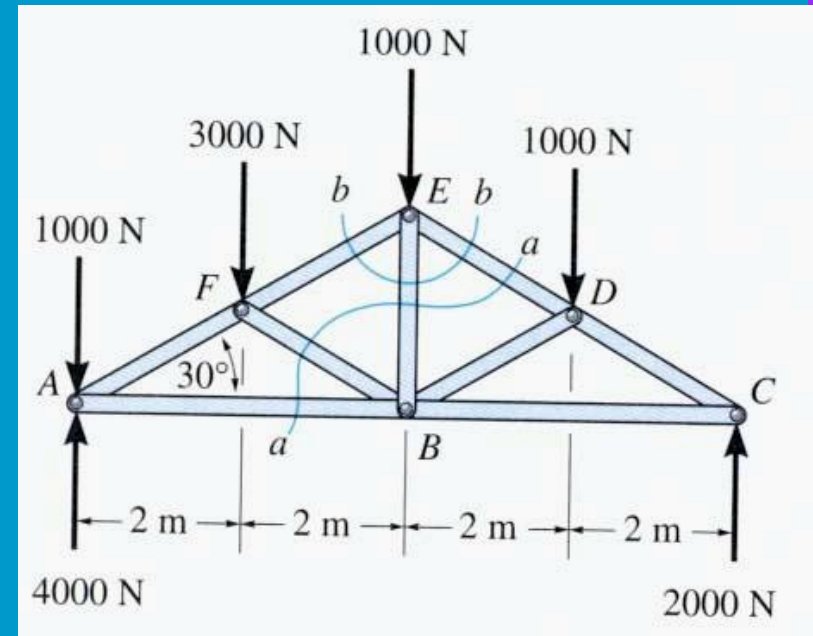
1. a-a bölmesinde kesme işlemi yaparak ED elemanındaki kuvveti belirleyebilir misiniz? Cevabınızı açıklayın.

A) Hayır, 4 bilinmeyen vardır.

B) Evet,  $\Sigma M_D = 0$  eşitliğini kullanarak.

C) Evet,  $\Sigma M_E = 0$  eşitliğini kullanarak.

D) Evet,  $\Sigma M_B = 0$  eşitliğini kullanarak.



## KAVRAM SINAVI

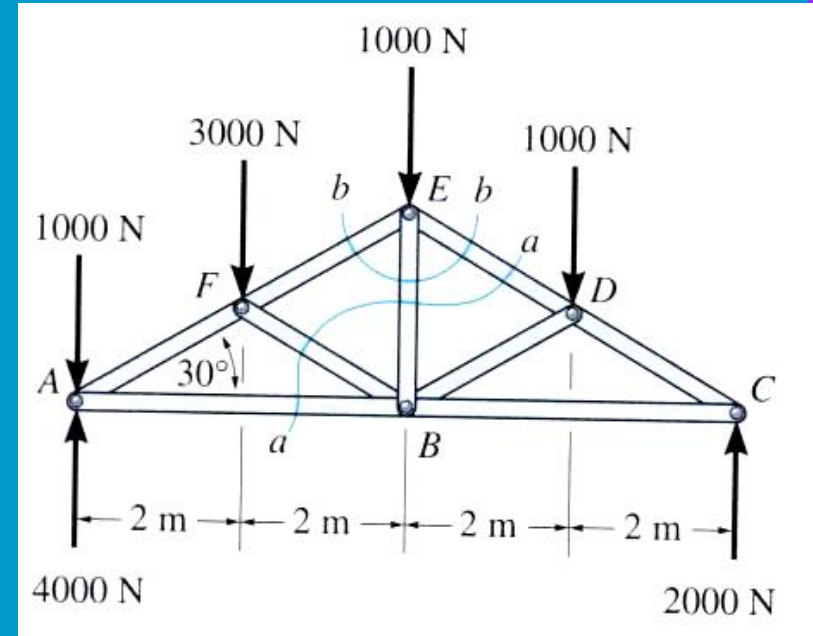
2.  $F_{ED}$ 'i biliyorsanız,  $F_{EB}$ 'i nasıl tespit edeceksiniz?

A) b-b kesitini alarak ve  $\Sigma M_E = 0$  eşitliğini kullanarak

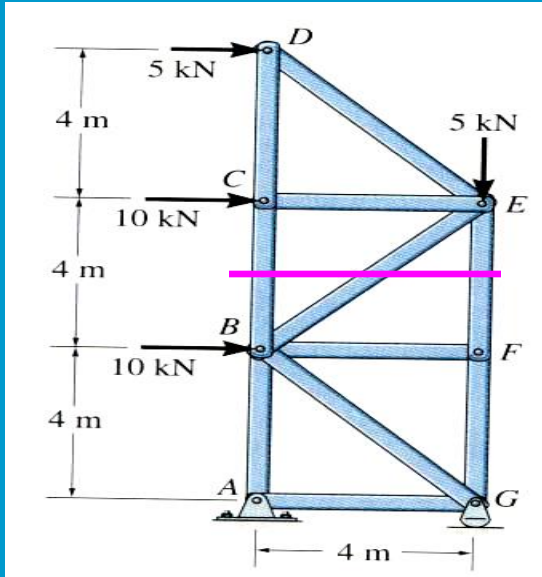
B) b-b kesitini alarak ve  $\Sigma F_X = 0$  ve  $\Sigma F_Y = 0$  eşitliklerini kullanarak

C) a-a kesitini alarak ve  $\Sigma M_B = 0$  eşitliğini kullanarak

D) a-a kesitini alarak ve  $\Sigma M_D = 0$  eşitliğini kullanarak



# GRUP PROBLEMİ ÇÖZÜMÜ



**Verilen:** görüldüğü gibi makas kiriş üzerindeki yükler.

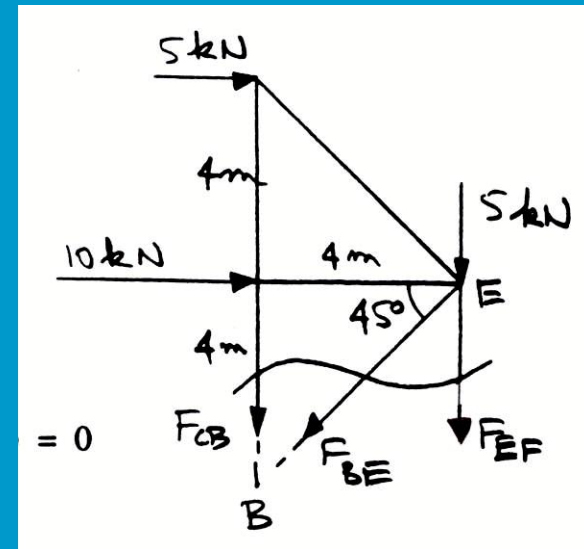
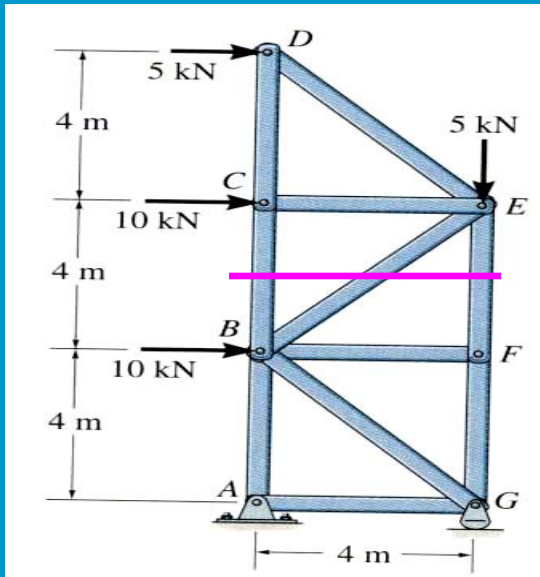
**İstenen:** BC, BE ve EF elemanlarındaki kuvvet.

**Plan:**

- BC, BE ve EF elemanlarından geçen bir kesme işlemi yapın.
- Üst bölmeyi analiz edin! (hiçbir destek reaksiyonu yoktur).
- Üst bölmenin FBD'sini çizin.
- Her eşitlik bir bilinmeyeni bulacak şekilde denge eşitliklerini uygulayın.



# ÇÖZÜM



$$+ \rightarrow \Sigma F_X = 5 + 10 - F_{BE} \cos 45^\circ = 0$$

$$F_{BE} = 21,2 \text{ kN (T)}$$

$$\curvearrowleft + \Sigma M_E = -5(4) + F_{CB}(4) = 0$$

$$F_{CB} = 5 \text{ kN (T)}$$

$$\curvearrowleft + \Sigma M_B = -5(8) - 10(4) - 5(4) - F_{EF}(4) = 0$$

$$F_{EF} = -25 \text{ kN or } 25 \text{ kN (C)}$$



## DİKKAT SINAVI

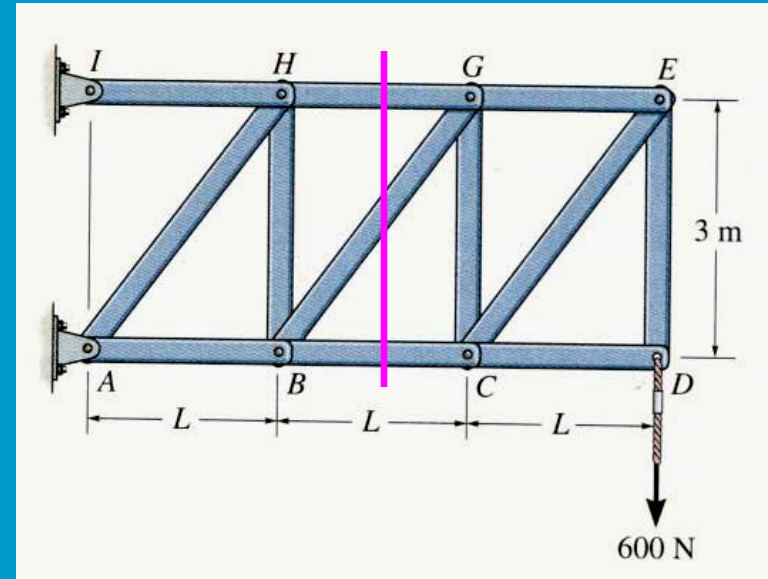
1. Görüldüğü gibi, GH, BG ve BC elemanlarının içindeki kuvvetleri bulmak için bu elemanlardan bir kesme işlemi yapılmıştır. Analiz için hangi bölmeyi seçeceksiniz ve neden?

A) Sağdakini, daha az hesaplama.

B) Soldakini, daha az hesaplama.

C) Sağdaki veya soldaki, aynı derecede çalışma gerektirir.

D) Yukarıdakilerden hiçbirisi, çok fazla bilinmeyen.





## DİKKAT SINAVI

2. Bir önceki soruda, HG elemanı içindeki kuvveti bulurken, hangi denge eşitliği kullanmak için en iyisidir?

A)  $\Sigma M_H = 0$

B)  $\Sigma M_G = 0$

C)  $\Sigma M_B = 0$

D)  $\Sigma M_C = 0$

