

## 5.2. Cebirin Tarihsel Gelişimi

Cebirin tarihsel gelişimi üç dönemden oluşmakla birlikte bu dönemler arasındaki geçişleri değişken kavramındaki gelişim belirlemiştir (Boyer, 1991; Kieran, 1992). Değişkenlerin sembol ile gösterilmediği, metin olarak anlatıldığı ilk dönem antik Mısır ve Babiller dönemine dayanır. Mısır'da bir ve iki değişkenli ve birinci ve ikinci dereceden denklem çözümleri ile uğraşıldığı görülmüştür. Mısır ve Babil'de sembol kullanılmaksızın ifade edilen denklemlerin çözümlerinde ise genellikle orantısal muhakeme yolu ile çözüme ulaşıldığı görülür (Baki & Bütüner, 2011). Cebirin ikinci gelişim dönemine geçişinin sinyalin Diophantus vermiştir (Boyer, 1991). Yunan matematiğinde cebirin öncüsü olan Euclid cebiri geometrik inşaaalar üzerine kurarken, Diophantus ise sembolleştirmeye çalışmıştır (Baki & Bütüner, 2011). Baki'nin (2008) vurguladığı gibi Diophantus ilk kullandığı sembollerde toplama yerine boşluk, çıkarma için  $-$ , eşitlik için ise  $=$  harfini kullanmış ve  $x^4 + y^4 + z^4 = u^4$  şeklindeki eşitliği sağlayan dört tamsayı bulmuş olmasına karşın Diophantus'un  $x^4 + y^4 = u^4$  şeklindeki denklemlerin çözümlerini araştırmamış olması yüzyıllar sonra Fermat'a ilham kaynağı olmuştur. Bir kısım matematikçi Diophantus'u cebirin babası kabul eder (Derbyshire, J., 2006). Cebirin üçüncü tarihsel gelişim sürecinin başlangıcı on altıncı yüzyılın sonlarında ilk kez harflerin sayı kümelerini temsil eden semboller olarak kullanılmasına denk gelir. Değişken kavramının gelişiminde ise önemli değişiklik 1950'lerin sonu 1960'ların başındaki matematik reform hareketi ile olmuş ve tüm harfli semboller değişken olarak adlandırılmıştır (Philipp, 1992).

Cebirin tarihsel gelişimine "cebir" kelimesinin kaynağı açısından bakıldığında ise cebir sözcüğünün kökü Arapça restorasyon anlamına gelen el-jabru sözcüğüdür. Tarihte cebir kelimesinin ilk ortaya çıkışı 9.yy'da Harezmi'nin problemleri denklemlerle çözmek için geliştirdiği yöntemleri ele aldığı Cebir ve Mukayese Hesabı (El'Kitab'ül-Muhtasar fi Hısab'il Cebri ve'lMukabele) isimli eseriyle olmuştur. Bu yönü ile cebirin mucidinin Harezmi olduğu da söylenir (Baki & Bütüner, 2011). Harezmi bu eserde "el-cebr" kelimesini her iki tarafa aynı şeyi ekleme, "el-mukamebele" yi ise her iki taraftan aynı şeyi çıkarma anlamında kullanmıştır. Harezmi bilinmeyen niceliğe "şey" demiş ancak Arapların bilinmeyen için kullandıkları "şey" kelimesi İspanyolca kaynaklarda "Xay" olarak yazılmış ve günümüze kadar bu yazım "x" biçimini alarak bilinmeyen niceliği göstermede en yaygın olarak kullanılan gösterim olmuştur.

### 5.3. Cebir Nedir?

Matematikte en temel matematiksel nesnelerden itibaren soyutlama sürecinin sonu matematiksel temsilin atanması ile devam eder. Öncelikle en temel özellik nesne topluluklarının miktarıdır ki bu en temel ölçme olan saymaya karşılık gelir. Aynı miktarda nesneye sahip toplulukların miktarlarının ölçüm sonuçları aynıdır. Bu sonucu temsil eden sayı, sonsuz farklı şekilde seçilebilecek bu nesnelerden bağımsız hale gelerek soyutlanır. Örneğin “3” gösterimi herhangi üç tane nesne içeren nesne topluluğunun miktarının ölçüm sonucudur ve üç olarak ifade ettiğimizde bize verdiği anlam budur. Nesnelerin olabilen diğer özelliklerinin uygun birimler ile ölçüm sonuçları da yine sayılar ile temsil edilir. Örneğin herhangi bir nesnenin ağırlığı 3 kg olabilir ya da boy uzunluğu 3 metre olabilir. Burada örneklendirildiği gibi çeşitli özelliklerin (niteliklerin) ölçüm sonuçları sayılardır (niceliktir) ve bunlar aritmetiğin konularıdır. Cebir öncesi dönem olan aritmetik, sayılar ve sayılar üzerine koyulan matematiksel ilişkileri inceler. Bu matematiksel ilişkilere en temel örneklendirme dört işlem ile yapılabilir. Örneğin “+” sembolü ile gösterilen toplama işlemi, iki nesne topluluğunun bir araya getirilmesi sonucu oluşan topluluktaki nesne miktarının ölçüm sonucunun, baştaki nesne topluluklarının nesne miktarlarından yararlanarak elde edilmesidir. Toplama gibi sayılar arası ilişki olan matematiksel işlemler, sayı olarak ifade edilen matematiksel nesneler üzerine konulan işlemlerdir. Cebirsel döneme geçildiğinde gerçekleşen soyutlama ise temelde aynı matematiksel soyutlama süreci olmasının yanı sıra bir açıdan şekil değiştirir. Cebirde artık matematiksel nesne topluluklarının soyutlanması söz konusudur. Bu soyutlama öncelikle sayı kümelerini matematiksel nesne olarak algılamayı gerektiren ve bir sayı kümesindeki elemanları temsil eden değişken kavramı ile başlar. Yani artık temel matematiksel nesnelerin soyutlanması ile ikinci düzey matematiksel nesnelere geçiş yapılarak cebire ve dolayısıyla cebir diline adım atılmış olur. Cebirin matematik dünyasındaki önemi işte tam da burada yatar. Zihnin aritmetikten geçişini sağlayan soyutlama, yani matematiksel nesneler üzerinden soyutlama yapılarak yeni matematiksel nesnelere ulaşılmasından oluşan zihinsel süreç matematik dünyasında sürekli olarak tekrarlanır ve matematiksel düşünmenin en temel zihinsel aktivitesidir. Cebir diline matematik dili olarak bakılmasının nedeni de budur. Bu doğrultuda cebire matematiğin bekçisi olarak bakıldığı da olur (Cai, Ng ve Moyer, 2011). Cebirin, matematiksel düşünmedeki, matematik öğrenme sürecindeki ya da matematik dilindeki yeri gibi farklı açılardan bakıldığında Usiskin’in (1988) de vurguladığı gibi okul matematiğinde öğretilen cebir, matematik otoritelerinin algıladığı cebirden farklı olduğundan cebiri tanımlamak kolay değildir. Bu nedenle matematik eğitimcilerinin de cebiri doğal olarak cebirdeki kendi çalışma konuları bağlamında açıkladıkları görül-