



I.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ

MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

MAK 317 ÖLÇME TEKNİĞİ

Ölçme Hataları ve Belirsizlik Analizi

3. Hafta

BÖLÜM 2

DENEYSEL YÖNTEM

Deney, bir değişkenin etkilerinin gözlemlemek üzere kontrollü koşullar altında yapılan gözlem olarak tanımlanabilir.

2.1 Deneysel Yöntem Aşamaları

Deneysel yöntem temel olarak altı aşamadan oluşur.

1. Kavramsal hazırlık
2. Fiziksel hazırlık
3. Veri toplama
4. Veri işleme (Sonuçların elde edilmesi)
5. Sonuçların analiz edilmesi
6. Sonuçların aktarımı

Kavramsal Hazırlık: İncelenecek fiziksel olayın ne olduğu fiziksel anlamı anlaşılır. Neyin, nasıl ölçüleceği ve fiziksel olarak sistemin davranışına karar verilir.

Fiziksel Hazırlık: Alet ve cihaz temini yapılır. Alet ve cihazların doğru çalışıp çalışmadığı kontrol edilir ve gerekli ise kalibrasyon yapılır. Deney yapılacak test parçası veya deney düzeneği hazırlanır. Çevre koşulları deney için uygun hale getirilir.

Veri Toplama: Deneylerin başlamasından sonra veriler toplanmaya başlanır. Gözle veya bir cihaz yardımıyla periyodik olarak kayıt altına alınır.

Veri İşleme (Sonuçların Elde Edilmesi): Toplanan ham verinin fiziksel olarak anlamlı hale getirilmesi işlemidir. Uygun değişkenlerle verilerin ifade edilmesi ile tablo ve grafikler yardımıyla verinin gösterilmesi. (Sonuçlar)

Sonuçların Analiz Edilmesi: Sonuçların fiziksel olarak mantıklı olup olmadığı kontrol edilir. Hata miktarları ve bunların etkileri analiz edilir.

Sonuçların Aktarımı: Yazılı deney raporunun hazırlanması. Deney düzeneği, ölçü aletleri ve hata-belirsizlik analizi verilir. Deney koşullarının ve değişkenler verilir. Sonuçlar grafik ve tablo olarak verilir ve değerlendirilir. Son olarak hangi sonuca varıldığı ve yapılan tavsiyeler verilir.

2.2 Ölçme Hataları

Deney yapılırken, deney ne kadar kusursuz olursa olsun muhakkak deney sonuçlarında bir miktar hata bulunmaktadır. Önemli olan oluşan hata miktarının kabul edilebilir düzeyde olmasıdır.

2.2.1 Ölçme hatalarını etkileyen faktörler

1. Ölçme ortamı:
 - Ortamın sıcaklığı
 - Ortamın basıncı
 - Ortamın nem oranı
 - Ortamın gürültü
 - Titreşim
2. Ölçme aleti:
 - Üretim hataları
 - Deformasyon
3. Ölçülen özellik:
 - Yüzeydeki geometrik özellikler (yüzey pürüzlülüğü, dairesellik vb.)
 - Büyüklüğün sabit-stabil olmaması
 - İşletme anında oluşan yapısal değişiklikler

4. Ölçümü yapan kişi:

- Okuma hatası
- Tecrübesi
- Dikkati
- Yeteneği

2.2.2 Ölçme hatasının çeşitleri

Genel olarak ölçme hataları üç grupta ifade edilebilir:

1. **Sistem veya cihaz içi hatalar:** Sistem veya cihaz içi hataları, tekrarlı ölçmelerde sabit olan ve değişmeyen hatalardır. Bu hatalar; imalat esnasında fabrika yapım hataları, referans, ayar ve kalibrasyon hatalarıdır. Sistem veya cihaz içi hataları, cihazın mekanik ve elektriksel karakteristiklerinden de meydana gelir. Bunlar sürtünme, histeresis ve çeşitli lineersizliklerdir. Bu hataların olmaması veya azaltılması için; cihazın uygun standartları ile sık sık kalibrasyonunun yapılması gerekir. Bunlardan bazıları aşağıda belirtilmiştir.
2. **Sistem veya cihaz dışı hatalar:** İnsan ve dış kaynaklı hatalar olmak üzere iki grup halinde toplanabilir. İnsan kaynaklı olanlar; yanlış okuma, yanlış skala seçimi, cihaz ayarının yanlış yapılması, yanlış uygulama ve hatalı hesaplama şeklinde özetlenebilir. Bunların nedeni; insanın bilgisizliği, psikolojik veya fiziksel yorgunluğu ve dikkatsizliği olabilir. Bu hatalar insandan insana değişir. Yüksek sıcaklık, rutubet elektrik ve manyetik alan gibi dış etkilerden oluşan hatalar da bu sınıfa girer. Cihazın yanlış ve hatalı kullanılmasında doğan hatalarda bu sınıfta değerlendirilebilir. Bunları önlemek için; operatörün bilgili ve dikkatli olması, sonuçların kontrol edilmesi, dış etkilerden korunması ve cihazın uygun yerde kullanılması gerekir.
3. **Rastlantı hataları:** Belirsiz nedenlerden dolayı ortaya çıkan hatalardır. Genlik ve polaritesinin ne zaman, nasıl ve ne kadar değişeceği belli olmayan durumlarda söz konusudur. Rastlantı hataları özellikle tekrarlı ölçme yapılması durumunda ortaya çıkar. Bunların belirlenmesi oldukça zordur. Bunlar, istatistik yolla belirlenir.

2.2.3 Ölçme ile ilgili bazı tanımlar

Aritmetik ortalama (X_o): Ölçüm sonucu elde edilen değerlerin toplamının değer sayısına oranıdır.

$$X_o = \frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n}$$

Sapma (S): Ölçülen her bir değer aritmetik ortalama değeri ile olan farkıdır. Sapmaların toplamı sıfırdır.

$$D_i = X_i - X_o$$

Ortalama sapma (D_o): Sapmaların mutlak değerlerinin toplamının ölçüm sayısına bölümüdür.

$$D_o = \frac{(|D_1| + |D_2| + \dots + |D_n|)}{n}$$

Standart sapma (S): Ölçüm sonuçlarının değerlendirilmesinde standart sapma daha çok kullanılmaktadır. Pratik olarak; herhangi bir ölçü grubunda elde edilen ortalamanın yakınlığı, bulunan standart sapmanın yüzde değerinin elde edilen ortalamanın %10 dan küçük olmasıyla anlaşılır.

$$S = \sqrt{\frac{D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2}{n}}$$

Ölçüm sayısı ($n < 20$) ise paydadaki değer ($n-1$) olur.

$$S = \sqrt{\frac{D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2}{n - 1}}$$

Değişim katsayısı: Standart sapmanın aritmetik ortalamaya göre % kaç olduğunun göstergesidir.

Chauvenet Kriteri: Yapılan ölçüm değerleri tamamen doğru olmayabilir. Chauvenet Kriterine göre doğru olmayan bu ölçümlerdeki sapma miktarının standart sapmaya oranının, sapmanın standart sapmaya oranının kabul edilebilir maksimum değerinin altında olması gerekmektedir. Bu kriteri uymayan deneysel veriler elimine edilir. Chauvenet kriterine göre kabul edilebilir oranların ölçme sayısına göre değişimi Tablo 2.1'de verilmiştir.

Tablo 2.1: Chauvenet kriterine göre kabul edilebilir oranların ölçme sayısına göre değişimi

Ölçme Sayısı	Kabul edilebilir maksimum sapmanın standart sapmaya oranı (D_{max}/S)
3	1.38
4	1.54
5	1.65
6	1.73
7	1.80
10	1.96
15	2.13
25	2.33
50	2.57
100	2.81

Örnek 2.1: Bir cismin uzunluğu dört kez ölçülmüştür. Bu büyüklükler için; **a)** Aritmetik ortalamayı, **b)** her değer için sapmasını, **c)** sapmaların cebrik toplamını **d)** ortalama sapma değerini **e)** standart sapma değerini **f)** değişim katsayısını **g)** Chauvenet kriterine göre ölçüm sonuçlarını değerlendiriniz.

$$X_1 = 50.1 \text{ mm} , X_2 = 49.7 \text{ mm} , X_3 = 49.6 \text{ mm} , X_4 = 50.2 \text{ mm}$$

Çözüm:

a)

$$X_0 = (50.1+49.7+49.6+50.2) / 4 = 49.9 \text{ mm}$$

b)

$$D_1 = 50.1-49.9 = 0.2 \text{ mm}$$

$$D_2 = 49.7-49.9 = -0.2 \text{ mm}$$

$$D_3 = 49.6-49.9 = -0.3 \text{ mm}$$

$$D_4 = 50.2-49.9 = 0.3 \text{ mm}$$

c)

$$D_1 = 0.2-0.2-0.3+0.3 = 0$$

d)

$$D_0 = (|0.2|+|-0.2|+|-0.3|+|0.3|) / 4 = 2.5 \text{ mm}$$

e)

Eleman sayısı 20 den az olduğu için;

$$S = \sqrt{\frac{(0.2)^2 + (-0.2)^2 + (-0.3)^2 + (0.3)^2}{4 - 1}} = 0.29$$

f)

$$DK = \frac{S}{X_0} 100 = \frac{0.29}{49.9} 100 = \%0.58$$

g)

Dört adet ölçüm yapıldığı için Chauvenet kriterine göre $D_{max}/S < 1.54$ olması gerekmektedir. Aşağıdaki tabloya bakıldığında tüm ölçümlerin bu değerleri sağladığı görülmektedir. Yani yapılan tüm ölçümler Chauvenet kriterine göre kabul edilebilirdir.

Ölçme No	Uzunluk[mm]	$D_i = X_i - X_0$	D_i/S
1	50.1	0.2	0.689
2	49.7	-0.2	0.689
3	49.6	-0.3	1.034
4	50.2	0.3	1.034

2.2.4 Hata analizinde akılcı yaklaşım

Bu yaklaşımda, ölçme sisteminde bulunan bütün aletlerin aynı anda maksimum hatayı yapmış olduğu kabul edilir. Bu tip ölçümlerde belki de hiçbir zaman böyle maksimum hataya ulaşılmayacaktır.

Örnek 2.2: Bir elektrik devresinde ölçülen potansiyel ve akım aşağıdaki gibi olduğuna göre hesaplanacak elektriksel güçteki en hatalı değerler nelerdir?

$$E = 100 \text{ V} \mp 2 \text{ V}$$

$$I = 10 \text{ A} \mp 0.2 \text{ A}$$

Çözüm: Bu ölçümde nominal güç $100 \cdot 10 = 1000 \text{ W}$ değerindedir. Güç için hesaplanacak en hatalı iki değer:

$$P_{\max} = (100 + 2) * (10 + 0.2) = 1040.4 \text{ W}$$

$$P_{\min} = (100 - 2) * (10 - 0.2) = 960.4 \text{ W}$$

Akılcı yaklaşım metodu kullanılarak hesaplanan hata yüzdesi 4.04 ile -3.96 değerleridir.

2.2.5 Belirsizlik analizi

Bu yöntem sayesinde en çok hataya neden olan değişken kolay bir şekilde tespit edilir. Sistemde ölçülen büyüklük R, ve bu büyüklüğe etki eden n adet bağımsız değişkenler ise x_1, x_2, \dots, x_n olsun. Bu durumda Ölçülen büyüklük matematiksel olarak aşağıdaki eşitlikteki gibi ifade edilebilir.

$$R = R(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Her bir bağımsız değişkene göre hata oranı w_i (w_1, w_2, \dots, w_n) ise R büyüklüğünün hata oranı w_R aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanabilir.

$$w_R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} w_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} w_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_n} w_n \right)^2 \right]^{1/2}$$

Örnek 2.3: Örnek 2.2 deki hatayı belirsizlik analizine göre hesaplayınız.

Çözüm: Nominal güç değeri aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$P = EI$$

$$\frac{\partial P}{\partial E} = I = 10 \text{ A}$$

$$\frac{\partial P}{\partial I} = E = 100 \text{ V}$$

$$w_E = 2 \text{ V}$$

$$w_I = 0.2 \text{ A}$$

$$w_P = \left[\left(\frac{\partial P}{\partial E} w_E \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial I} w_I \right)^2 \right]^{1/2} = [(10 * 2)^2 + (100 * 0.2)^2]^{1/2}$$

$$w_P = 28.3 \text{ W} = \% \pm 2.83$$

Örnek 2.4: Yüksekliği $h=100 \text{ mm} \pm 0.1 \text{ mm}$ ve çapı $d=20 \text{ mm} \pm 0.1 \text{ mm}$ olan silindirin nominal hacmini ve belirsizliğini hesaplayınız.

Çözüm: Nominal hacim değeri aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$V = h \frac{\pi d^2}{4}$$

$$V = 100 * \frac{\pi * 20^2}{4} = 31416 \text{ mm}^3$$

$$w_V = \left[\left(\frac{\partial V}{\partial h} w_h \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial d} w_d \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi * 20^2}{4} = 314.16 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial d} = h \frac{\pi d}{2} = 100 \frac{\pi * 20}{2} = 3141.6 \text{ mm}^2$$

$$w_h = w_d = 0.1 \text{ mm}$$

$$w_V = [(314.16 * 0.1)^2 + (3141.6 * 0.1)^2]^{1/2}$$

$$w_V = [986.96 + 98696.50]^{1/2} = 315.72 \text{ mm}^3 \text{ veya } \% 1$$

Örnek 2.5: Bir telin elektrik direncinin sıcaklıkla değişimi aşağıdaki bağıntı yardımıyla hesaplanmaktadır. Bu telin 30 ± 1 °C sıcaklığındaki elektrik direncini belirsizlik analizine göre hata oranını bulunuz. Hata oranını azaltmak için hangi ölçü aleti iyileştirilmelidir?

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - 20)]$$

Eşitlikte;

$$R_0 = 6 \Omega \mp \%0.3 \quad (20 \text{ °C'deki referans direnci})$$

$$\alpha = 0.004 \text{ °C}^{-1} \mp \%1 \quad (\text{Direncin sıcaklıkla değişim katsayısı})$$

Çözüm: 30 °C sıcaklığı için nominal direnç;

$$R = 6[1 + 0.004(30 - 20)] = 6.24 \Omega$$

değerindedir. Belirsizlik analizi için hata miktarı aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$w_R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial R_0} w_{R_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial \alpha} w_{\alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial T} w_T \right)^2 \right]^{1/2}$$

Eşitlikteki terimler:

$$\frac{\partial R}{\partial R_0} = 1 * [1 + \alpha(T - 20)] = 1 + 0.004 * (30 - 20) = 1.04$$

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha} = R_0(T - 20) = 6 * (30 - 20) = 60$$

$$\frac{\partial R}{\partial T} = R_0 \alpha = 6 * 0.004 = 0.024$$

$$w_{R_0} = 6 * 0.003 = 0.018 \Omega$$

$$w_{\alpha} = 0.004 * 0.01 = 0.00004 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

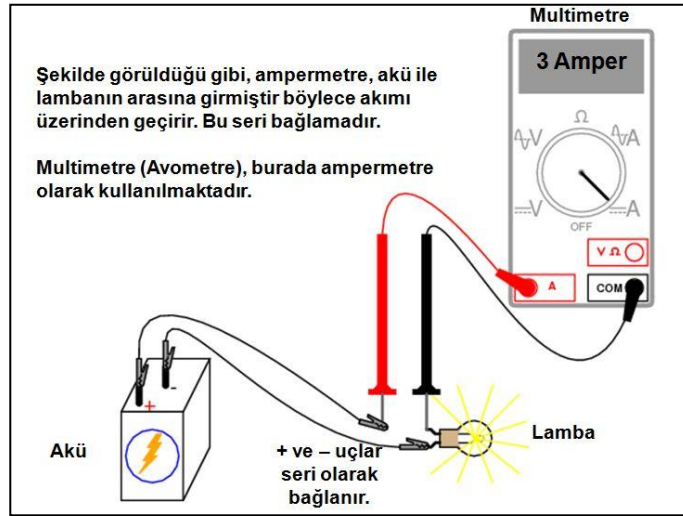
$$w_T = 1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$w_R = [(1.04 * 0.018)^2 + (60 * 0.00004)^2 + (0.024 * 1)^2]^{1/2}$$

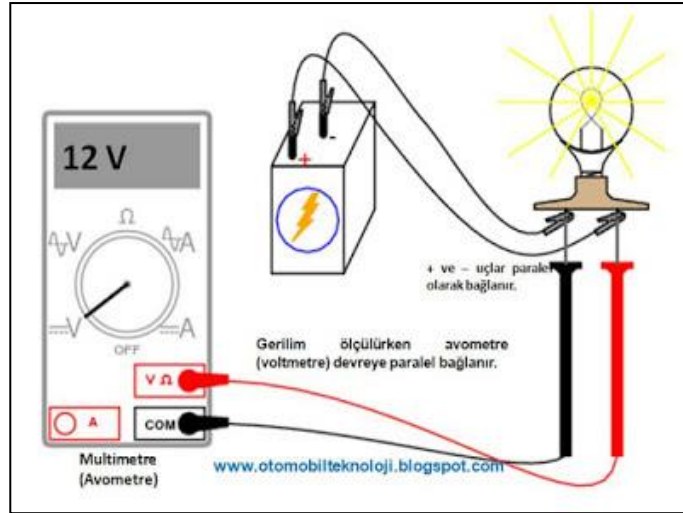
$$w_R = [3.5 * 10^{-4} + 5.76 * 10^{-6} + 5.76 * 10^{-4}]^{1/2} = \mp 0.0305 \Omega \text{ veya } \mp \%0.72$$

$5.76 * 10^{-4}$, lik en yüksek değerli hata sıcaklığın hata miktarına etkisinden dolayı sıcaklık ölçüm cihazının iyileştirmesi gerekmektedir.

Multimetre ile akım ölçümü Şekil 2.1'de potansiyel ölçümü ise Şekil 2.2'de verilmiştir. Multimetre kullanımıyla ilgili videonun internet adresi Ek-1'de verilmiştir.



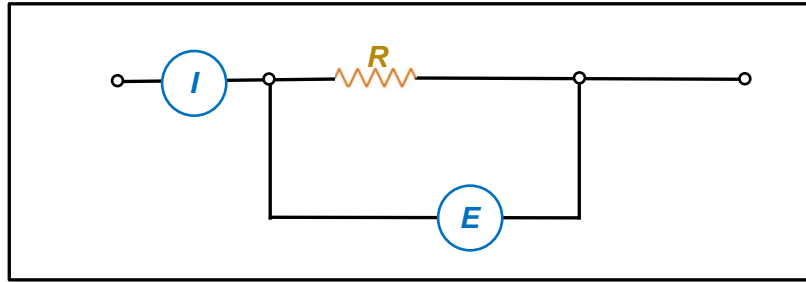
Şekil 2.1: Akım ölçümü



Şekil 2.2: Potansiyel ölçümü

Örnek 2.6: Bir elektrik devresinde R elektrik direncinin gücü $P=E^2/R$ şeklinde gerilim ve direnç ölçülerek ve $P=E*I$ şeklinde gerilim ve akım ölçülerek (Şekil 2.3) bulunmaktadır. Her iki durum için belirsizlik analiziyle hata oranını bulunuz. Ölçme cihazıyla okunan değerler:

$$R = 10 \Omega \mp \%1, \quad E = 100 V \mp \%1, \quad I = 10 A \mp \%1$$



Şekil 2.3: Elektrik direncinde güç ölçümü

Çözüm:

Nominal güç değeri aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$P = \frac{E^2}{R} = E * I = 1000 W$$

Belirsizlik analizi için hata miktarı hesaplanacak olursa;

Durum 1 için:

$$w_P = \left[\left(\frac{\partial P}{\partial E} w_E \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial R} w_R \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial E} = 2 \frac{E}{R} = 2 * \frac{100}{10} = 20$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = -\frac{E^2}{R^2} = \frac{(-100)^2}{10^2} = 100$$

$$w_E = 100 * 0.01 = 1V$$

$$w_R = 10 * 0.01 = 0.1 \Omega$$

$$w_P = [(20 * 1)^2 + (100 * 0.1)^2]^{1/2} = \mp 22.36 W = \mp \%2.236$$

Durum 2 için:

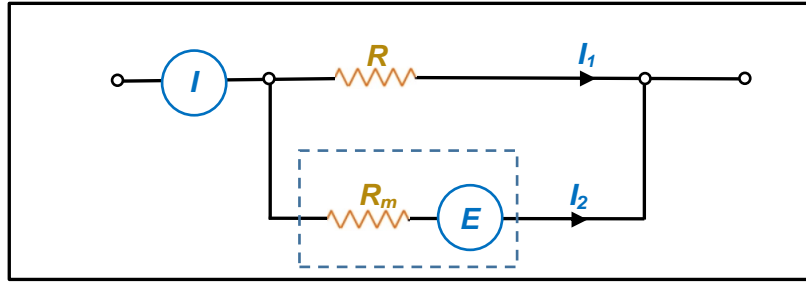
$$w_P = \left[\left(\frac{\partial P}{\partial E} w_E \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial I} w_I \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial E} = I = 2 * \frac{100}{10} = 10 A$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial I} &= E = 100 \text{ V} \\ w_E &= 100 * 0.01 = 1 \text{ V} \\ w_I &= 10 * 0.01 = 0.1 \text{ A} \\ w_P &= [(10 * 1)^2 + (100 * 0.1)^2]^{1/2} = \mp 14.14 \text{ W} = \mp \%1.414\end{aligned}$$

Örnek 2.7: Direncin değeri yaklaşık 100Ω olarak bilinen bir telin elektrik gücü, iç direnci R_m olarak olan bir voltmetreyle Şekil 2.4'teki gibi ölçülürse belirsizlik hata analizini hesaplayınız.

$R_m = 100 \Omega \mp \%5$, $E = 500 \text{ V} \mp \%1$, $I = 5 \text{ A} \mp \%1$ değerleri



Şekil 2.4: İç direncin etkisi

Çözüm:

Devredeki akım dengesi için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$I = I_1 + I_2, \quad \frac{E}{R} + \frac{E}{R_m} = I, \quad I_1 = I - \frac{E}{R_m}$$

Dirençteki nominal güç;

$$P = EI_1 = EI - \frac{E^2}{R_m} = 500 * 5 - \frac{500^2}{1000} = 2250 \text{ W}$$

Belirsizlik analizi için hesaplanan güç değerindeki hata miktarı aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$w_P = \left[\left(\frac{\partial P}{\partial E} w_E \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial I} w_I \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial R_m} w_{R_m} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial E} = I - \frac{2E}{R_m} = 5 - \frac{2 * 500}{1000} = 4$$

$$\frac{\partial P}{\partial I} = E = 500$$

$$\frac{\partial P}{\partial R_m} = 2 \frac{E^2}{R_m^2} = \frac{500^2}{1000^2} = 0.25$$

$$w_E = 5, \quad w_I = 0.05, \quad w_{R_m} = 50$$

$$w_P = [(4 * 5)^2 + (500 * 0.05)^2 + (0.25 * 50)^2]^{1/2} = \mp 34.4 \text{ W} = \mp \%1.53$$

Örnek 2.8: Şekil 2.5'te görüldüğü gibi diyafram, lüle veya ventüri tipi cihazla debi ölçümü yapılmaktadır. Bu tip cihazlarda debiyi veren bağıntı aşağıdaki gibidir.

$$\dot{m} = CA \left[\frac{2P_1}{RT_1} (P_1 - P_2) \right]^{1/2}$$

Burada

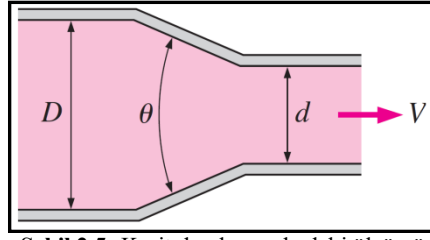
C, Lüle katsayısı = 0.92 ∓ 0.005

P_1 , Giriş basıncı = $2.5 \text{ bar} \mp 0.05 \text{ bar}$

T_1 , Giriş sıcaklığı = $293 \text{ K} \mp 1 \text{ K}$

ΔP , Basınç kaybı = $P_1 - P_2 = 300 \text{ Pa} \mp 10 \text{ Pa}$

A, Lüle kesiti = $1 \text{ cm}^2 \mp 0.001 \text{ cm}^2$



Şekil 2.5: Kesit daralmasıyla debi ölçümü

Çözüm:

$$\dot{m} = CA \left[\frac{2P_1}{RT_1} \Delta P \right]^{1/2}$$

$$w_m = \left[\left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial C} w_C \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial P_1} w_{P_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial T_1} w_{T_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial \Delta P} w_{\Delta P} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial A} w_A \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial C} = A \left[\frac{2P_1}{RT_1} \Delta P \right]^{1/2}$$

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial P_1} = 0.5CA \left[\frac{2}{RT_1} \Delta P \right]^{1/2} P_1^{-1/2}$$

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial T_1} = -0.5CA \left[\frac{2P_1}{R} \Delta P \right]^{1/2} T_1^{-3/2}$$

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial \Delta P} = 0.5CA \left[\frac{2P_1}{RT_1} \right]^{1/2} \Delta P^{-1/2}$$

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial A} = C \left[\frac{2P_1}{RT_1} \Delta P \right]^{1/2}$$

$$w_C = 0.005, \quad w_{P_1} = 0.05 * 100000 = 5000 \text{ Pa}, \quad w_{T_1} = 1 \text{ K}, \quad w_{\Delta P} = 10 \text{ Pa},$$

$$w_A = 0.001 \text{ cm}^2 = 1 * 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\frac{w_m}{\dot{m}} = \left[\left(\frac{w_C}{C} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{w_{P_1}}{P_1} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{w_{T_1}}{T_1} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{w_{\Delta P}}{\Delta P} \right)^2 + \left(\frac{w_A}{A} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{w_m}{\dot{m}} = [29.5 * 10^{-6} + 2.7 * 10^{-6} + 2.9 * 10^{-6} + 100 * 10^{-6} + 1 * 10^{-6}]^{1/2} = \mp \%1.16$$

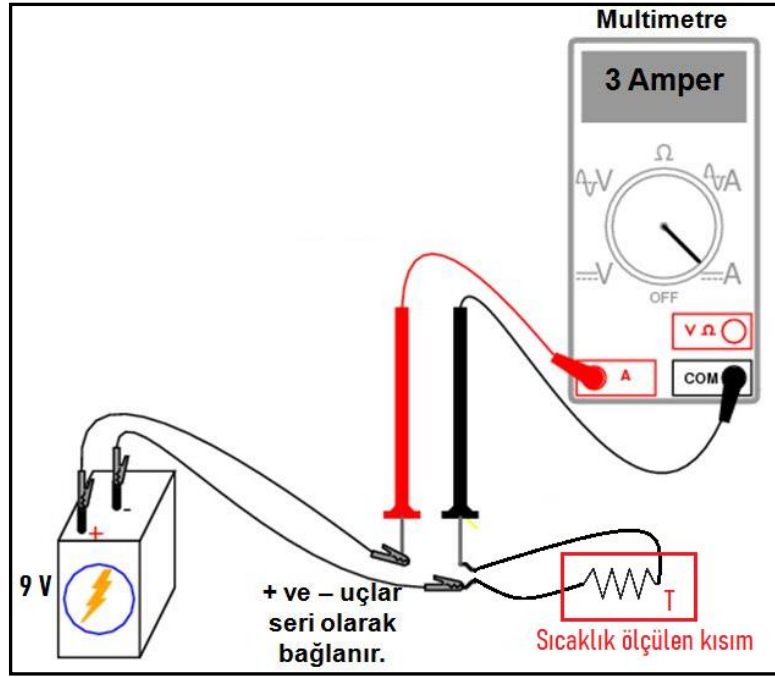
2.3 Regresyon Analizi Eğri Uydurma

Regresyon analizi, iki ya da daha çok değişken arasındaki ilişkiyi ölçmek için kullanılan analiz metodudur. Değişkenler arasındaki bağıntının (ilişkinin) matematiksel ifadesini tespit etmek için yapılan analizdir. Regresyon analizinde, y bağımlı değişkeninin x bağımsız değişkenine göre değişiminin matematiksel olarak $y=f(x)$ şeklinde ifadesi elde edilir. Regresyon analizinde ilk olarak y'nin x'e göre değişiminin ne tür (lineer, polinom, logaritmik, üstel, vb.) bir fonksiyon olduğu kararlaştırılır ve ardından bu fonksiyonun sabitleri bulunur.

Korelasyon Katsayısı: Regresyon analizinde elde edilen denklemin ölçülen büyüklüklerle ne kadar uyumlu olduğunun göstergesidir. Korelasyon katsayısı 1 değerine ne kadar yakın olursa oluşturulan denklemin o kadar doğru olduğu anlamına gelir.

Örnek 2.9:

Sıcaklık ölçmek için tasarlanan bir ölçme cihazında sıcaklıkla elektrik direncinin değişmesinden yararlanılmaktadır (Şekil 2.6). Sıcaklık ölçümü sırasında voltaj sabit (9V) tutulmaktadır. Tasarlanan cihazda sıcaklığın değişmesiyle direnç değeri de değiştiğinden akım devreden geçen akım miktarı da değişmektedir. Tasarlanan cihazla değişen akım miktarı ölçülmektedir. Cihaz direncin sıcaklığına göre bir akım miktarı ölçecek ve cihazın ölçtüğü akım değerinden direncin (ortamın) sıcaklığı bulunacaktır. Bunun olabilmesi için Sıcaklığın (T), Akımın (I) bir fonksiyonu olarak $T=f(I)$ ifade edilmesi gerekmektedir. Bu fonksiyonun elde edilebilmesi için dokuz farklı sıcaklık değerinde sıcaklık ve akım değerleri ölçülmüştür. Ölçülen akım miktarına göre ortamın sıcaklığının bilinmesi için yapılan ölçümler sonucunda elde edilen akım ve sıcaklık değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Bu durumda sıcaklığın akımın fonksiyonu olan bağıntısını bulunuz.



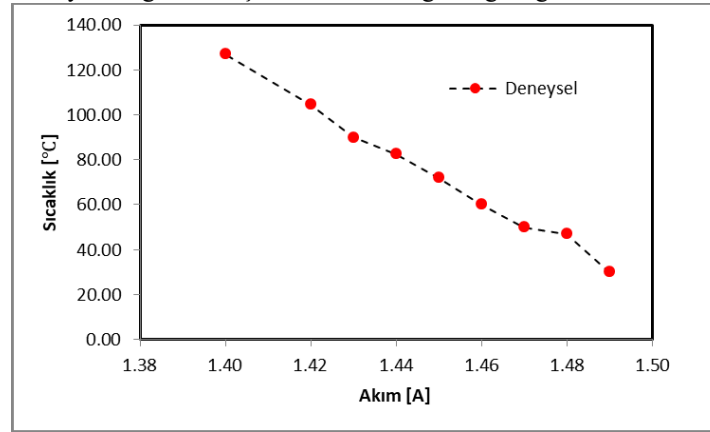
Şekil 2.6: Akım ile sıcaklık ölçümü

Tablo 2.2: Ölçülen akım ve sıcaklık değerleri.

Akım (A)	Ölçülen Değerler								
	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.40
Sıcaklık (°C)	30.00	47.00	50.00	60.00	72.00	82.50	90.00	104.50	127.00

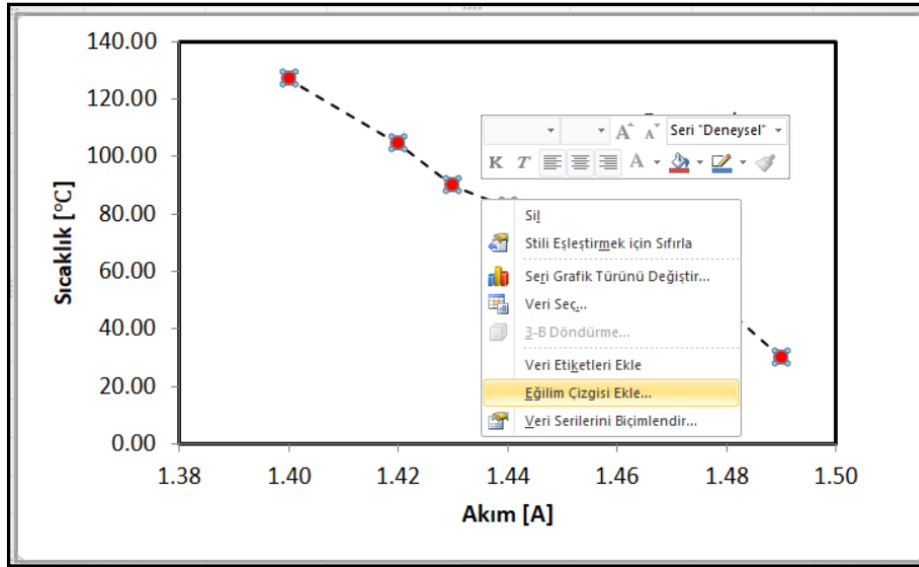
Çözüm:

Regrasyon analizi Excel programı kullanılarak yapılmıştır. Akıma göre sıcaklık değişim eğrisi Şekli 2.7 de verilmiştir. Tablo 2.1'deki değerler Excel dosyasına girilir ve Şekil 2.7'deki dağılım grafiği eklenir.



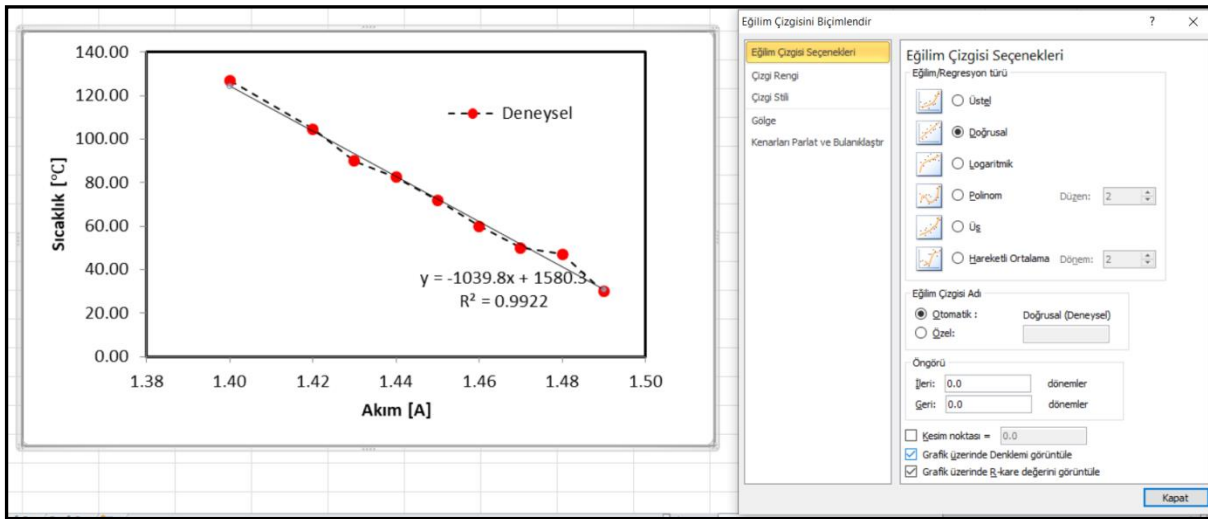
Şekil 2.7: Akıma göre sıcaklık değişim eğrisi

Grafik üzerindeki eğri fare ile sağ tıklanarak Eğilim çizgisi eklenir (Şekil 2.8).

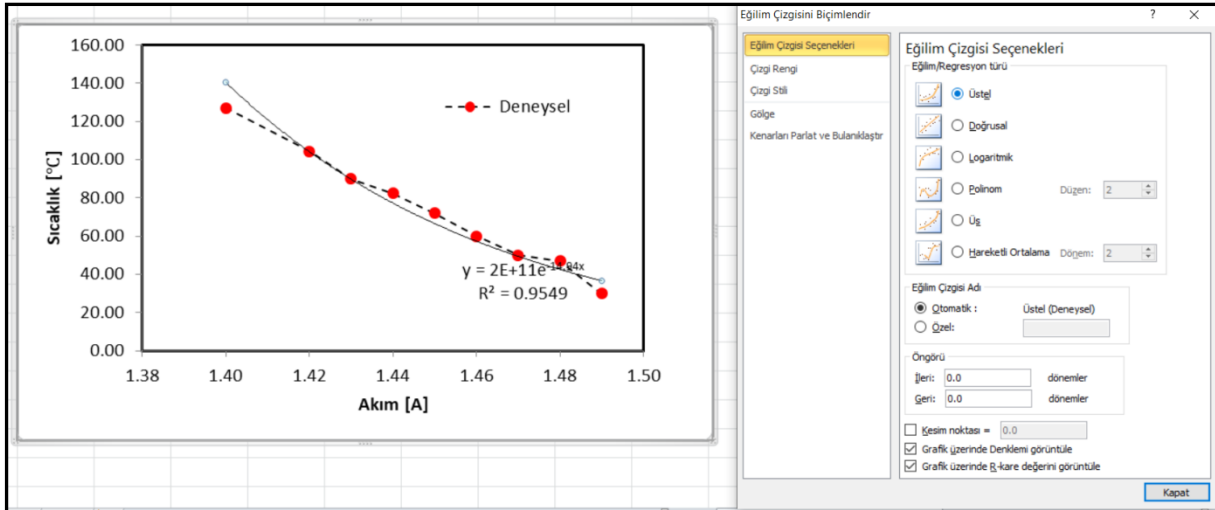


Şekil 2.8: Eğilim çizgisi ekleme

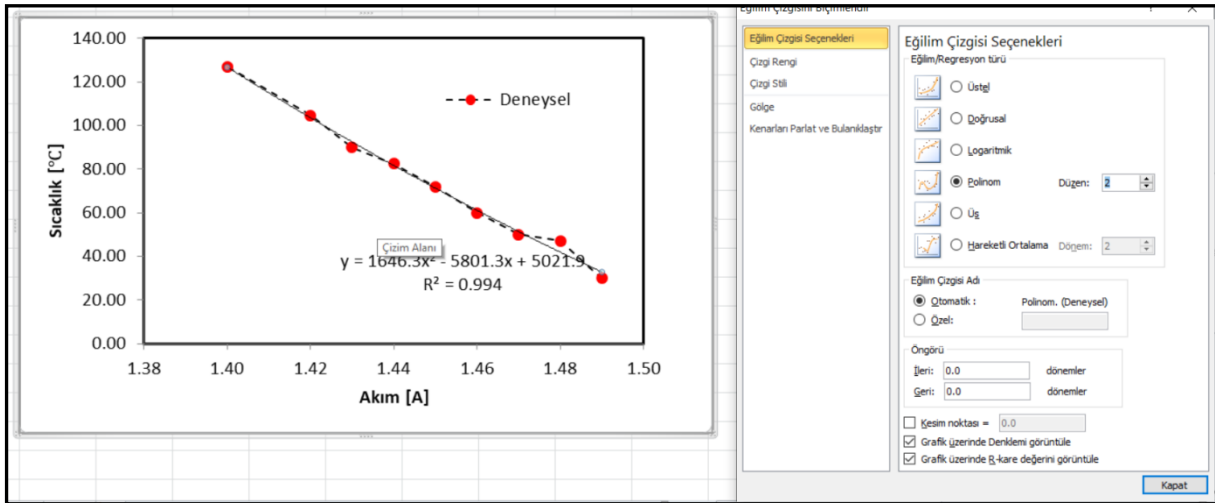
Eğilim çizgisi eklenirken, Eğilim çizgisi seçeneklerinden Regresyon türü seçilir. Burada üstel, doğrusal, logaritmik polinom, üs, hareketli ortalama türleri seçilebilir. Polinom seçeneğinde polinomun derecesi de seçilebilir (Şekil 2.9). Grafik üzerinde denklemini görüntüle ve grafiğin üzerinde R-kare değerini görüntüle tercih edilirse Şekil 2.9-11 deki gibi denklemler ve kolerasyon katsayıları grafik üzerinde gözükür. Doğrusal, üstel ve polinom olarak elde edilen regresyon eğrileri ile denklemleri ve kolerasyon katsayıları sırasıyla Şekil 2.9, Şekil 2.10 ve Şekil 2.11’de verilmiştir.



Şekil 2.9: Doğrusal eğilim çizgisi, regresyon denklemi ve kolerasyon katsayısı ekleme.



Şekil 2.10: Üstel eğilim çizgisi, regresyon denklemi ve kolerasyon katsayısı ekleme.



Şekil 2.11: Polinom eğilim çizgisi, regresyon denklemi ve kolerasyon katsayısı ekleme.

Şekil 2.9-11 incelendiğinde polinom eğilim çizgilerinin deneysel verilerle en uyumlu olduğu görülmektedir. Kolerasyon katsayılarına bakıldığında da 0.994'lük değerle polinom denkleminin en iyi sonucu verdiği söylenebilir.

Tel direncinin sıcaklıkla değişiminin teorik olarak aşağıdaki gibi olduğu kabul edilirse;

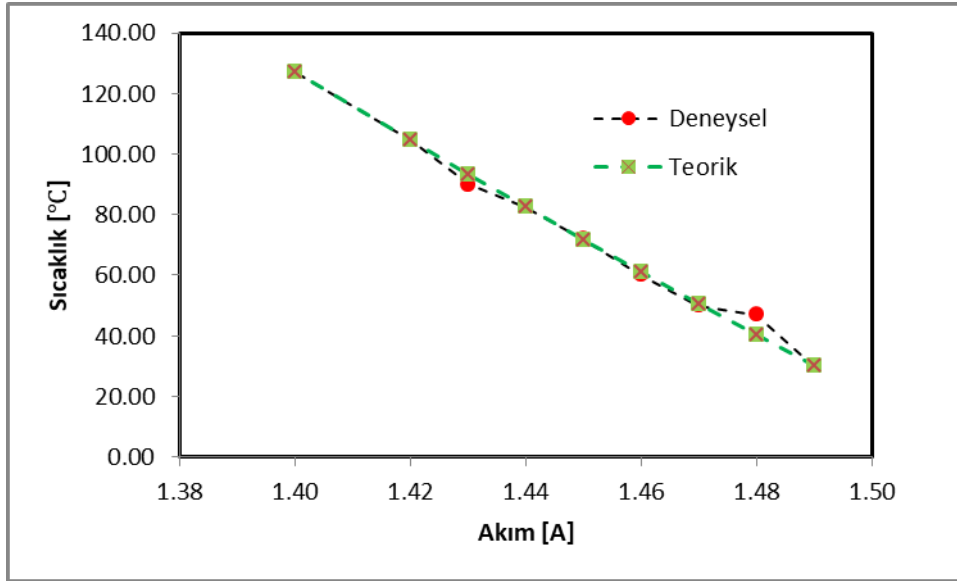
$$R = 0.004T + 5.92$$

$$T = \frac{R - 5.92}{0.004} = \frac{9/1 - 5.92}{0.004} \text{ } ^\circ\text{C}$$

Bu eşitlik kullanılarak elde edilen sıcaklık değerleri Tablo 2.3'te verilmiştir. Teorik sonuçlar ile deneysel sonuçların karşılaştırılması Şekil 2.12'de verilmiştir.

Tablo 2.3: Örnek 2.5'teki eşitlik yardımıyla hesaplanan değerler.

	Değer								
Akım (A)	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.40
Sıcaklık (°C)	30.07	40.27	50.61	61.10	71.72	82.50	93.43	104.51	127.14



Şekil 2.11: Teorik sonuçlar ile deneysel sonuçların karşılaştırılması

Ekler

Ek-1: https://www.youtube.com/watch?v=R_YmQpuYc8s (Multimetrenin kullanımıyla ilgili videonun internet adresi)