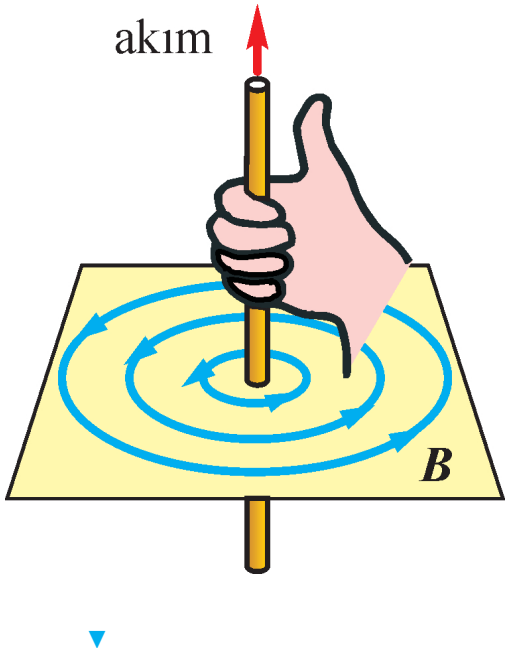
20. MANYETİK ALAN KAYNAKLARI

Daha iyi sonuç almak için, Adobe Reader programını **Tam Ekran** modunda çalıştırınız.
Sayfa çevirmek/Aşağısını görmek için, farenin sol/sağ tuşlarını veya PageUp/PageDown tuşlarını kullanınız.

20.1 BİR AKIMIN MANYETİK ALANI – BİOT-SAVART YASASI

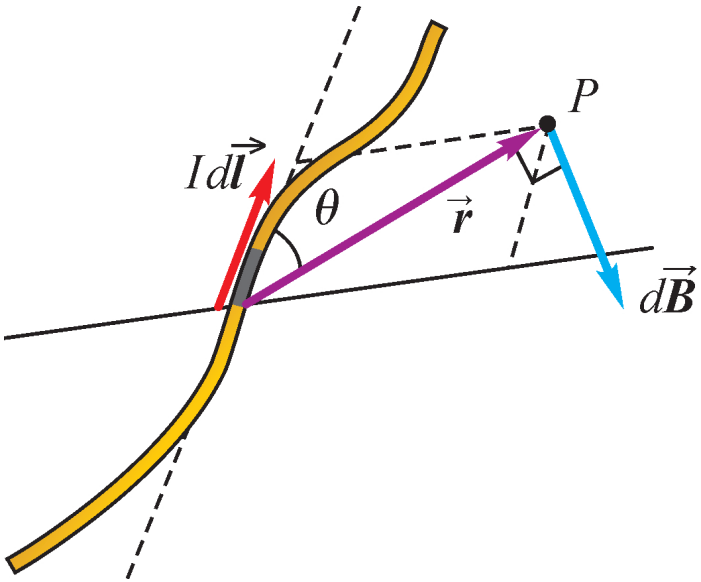
I akımı geçen doğrusal bir telin manyetik alanı.



Gözlenen özellikler:

- Manyetik alan çizgileri tele dik düzlemde, merkezi tel olan çemberler.
- Yönü, sağ-el kuralına göre, başparmak akım yönündeyken, dört parmağın kıvrıldığı yönde.
- Manyetik alan şiddeti r uzaklığıyla ters orantılı.

Bu özellikleri ilk kez gözleyen Jean-Baptiste Biot ve Felix Savart, her türlü akım için manyetik alan ifadesini keşfettiler.



Biot-Savart Yasası

I akımı geçen bir telin $d\ell$ uzunlukta bir parçasının r uzaklıktaki bir noktadaki manyetik alana katkısı,

$$dB = k' \frac{I\, d\ell\, \sin\theta}{r^2}$$

olur. Burada θ açısı $\vec{r}$ konum vektörünün $d\ell$ doğrultusuyla yaptığı açıdır.

k' sabiti: $k' = 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$

Diğer bir sabit:

Boşluğun manyetik geçirgenliği: $\mu_0 = 4\pi k' = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$

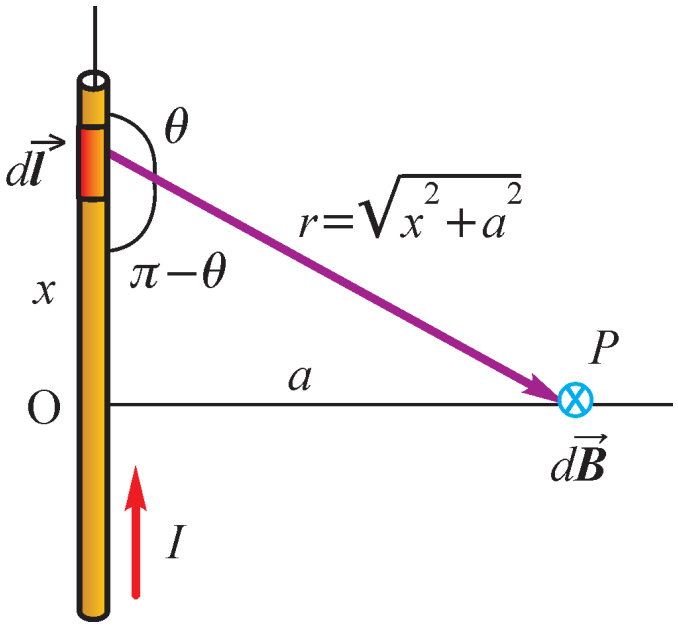
Vektörel Çarpım İfadesi:

$$d\vec{\boldsymbol{B}} = k' \frac{I\, d\vec{\boldsymbol{\ell}} \times \hat{\boldsymbol{r}}}{r^2} \qquad \text{(Biot-Savart: vektörel ifade)}$$

Sonlu bir tel için: İntegral alınır:

$$\vec{\boldsymbol{B}} = k' \int \frac{I\, d\vec{\boldsymbol{\ell}} \times \hat{\boldsymbol{r}}}{r^2}$$

Sonsuz Doğrusal Akımın Manyetik Alanı



x-ekseni boyunca I akımı taşıyan telden a uzaklığında P noktası.

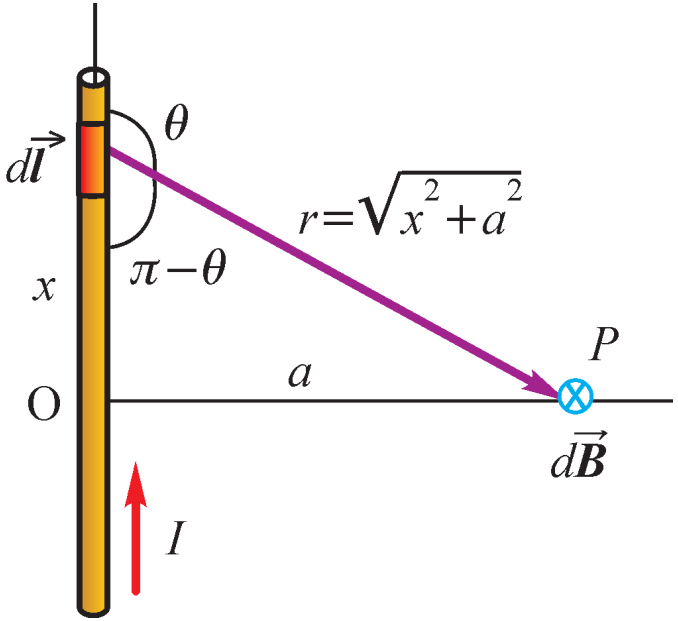
Tel üzerinde, orijinden x uzaklıkta bir dx elemanı $d\ell$ olarak alınır.

Bu akım elemanının r uzaklıktaki P noktasındaki manyetik alana katkısı:

$$dB = k' \frac{I\, dx\, \sin\theta}{r^2}$$

$d\vec{\boldsymbol{B}}$ nin yönü, sağ-el kuralına göre, ekran düzlemi içine doğru.
Tüm dx parçalarının katkıları hep aynı yönde olduğu için, dB katkılarının integrali doğrudan alınabilir:

$$B = k'\, I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx\, \sin\theta}{r^2}$$



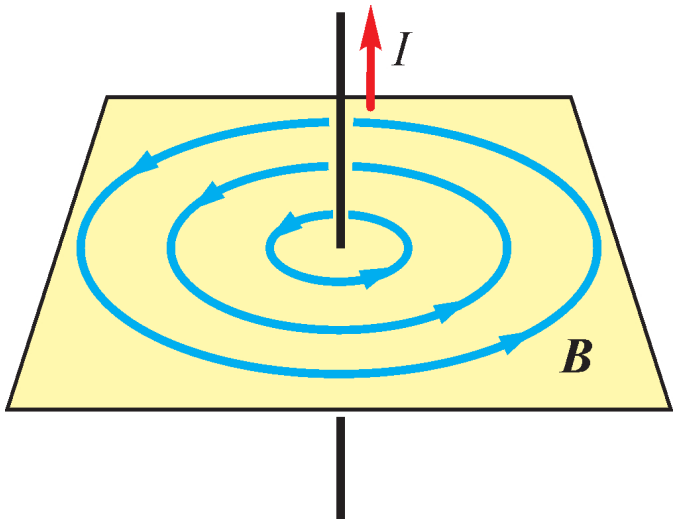
$$B = k' I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx \, \sin\theta}{r^2}$$

Tüm değişkenler x cinsinden yazılır:

$$r = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$\sin\theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

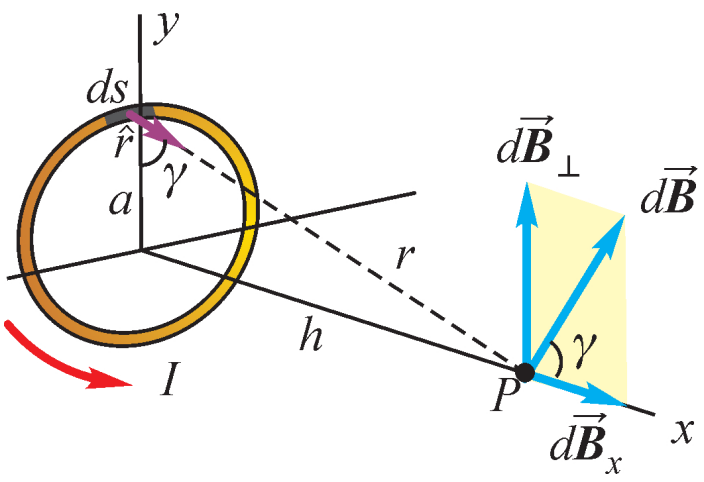
$$B = k' I \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx \, (a/\sqrt{x^2 + a^2})}{x^2 + a^2} = k' I a \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}}_{2/a^2}$$



$$\boxed{B = \frac{2k' I}{a} \qquad \text{(Doğrusal tel)}}$$

Manyetik alan çizgileri, teli eksen kabul eden çemberler oluştururlar.

Akım Çemberinin Manyetik Alanı



I akımı geçen a yarıçaplı çemberin ekseni üzerinde h uzaklıkta bir P noktası.

Tel üzerinde küçük bir $d\ell$ parçası ds yayı olarak seçilir.

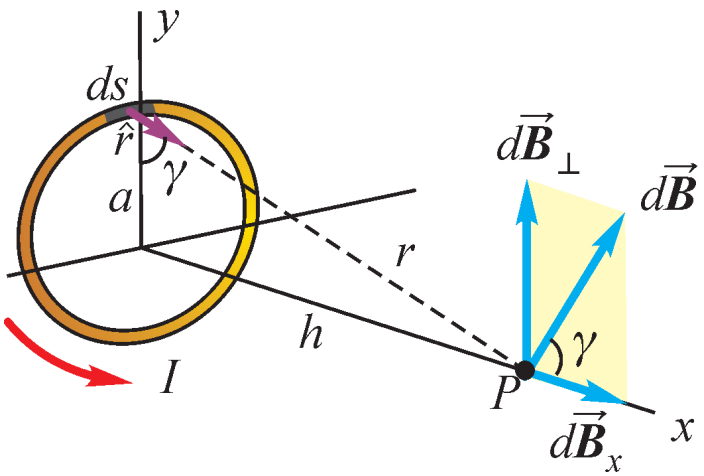
ds yay parçası y-ekseni üzerinde ve $+z$ yönünde seçilir.

$I\,ds$ akım elemanının P noktasındaki dB manyetik alanı, hem ds ve hem de $\hat{\boldsymbol{r}}$ birim vektörüne dik olacağından, xy-düzlemindedir.

Ayrıca, ds ile $\hat{\boldsymbol{r}}$ arasındaki açı $\theta = 90^\circ$ olur.

Bu parçanın dB katkısı Biot-Savart yasasına göre yazılır:

$$dB = k' \frac{I\,ds\,\sin 90^\circ}{r^2} = k'\,I\,\frac{ds}{a^2 + h^2}$$



$$dB = k' \frac{I\, ds\, \sin 90^\circ}{r^2} = k'\, I\, \frac{ds}{a^2 + h^2}$$

$d\vec{\boldsymbol{B}}$ vektörü iki bileşene ayrılır:

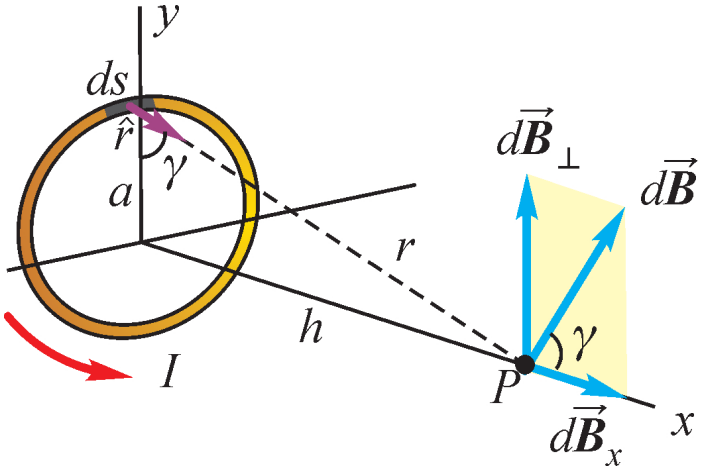
$$dB_x = dB \cos\gamma \quad \text{ve} \quad dB_\perp = dB \sin\gamma$$

ds yayını çember çevresinde gezdirerek, herbir $d\vec{\boldsymbol{B}}$ katkısını topladığımızda, $dB_\perp$ katkıları P noktası etrafında bir çember çizecek ve simetriden dolayı sıfır katkı verecektir:

$$\int dB_\perp = 0 \qquad \text{(simetriden dolayı)}$$

Bu durumda, sadece x-ekseni yönündeki katkılar x-yönünde bir toplam manyetik alan vereceklerdir:

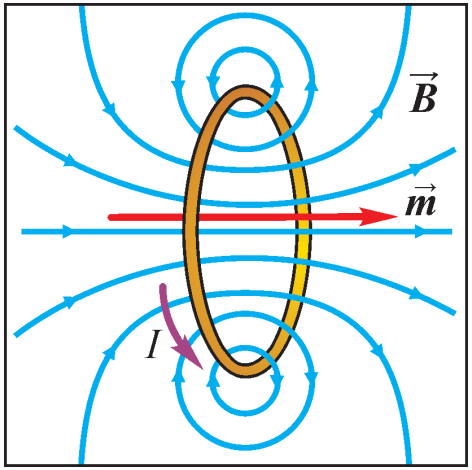
$$B = \int dB_x = \int dB \cos\gamma$$



Şekilde iki yerde gösterilen γ açıları eşit. (Kenarları birbirine dik.)

$$\cos\gamma = a/r = a/\sqrt{h^2 + a^2}$$

$$B = \int dB\cos\gamma = k'\,I\int \frac{ds}{a^2+h^2}\,\frac{a}{\sqrt{h^2+a^2}} = \frac{k'\,I\,a}{(h^2+a^2)^{3/2}}\underbrace{\oint ds}_{2\pi a}$$



$$B = \frac{2\pi k'\,I\,a^2}{(h^2+a^2)^{3/2}} \qquad \text{(Çemberin m. alanı)}$$

Çember merkezinde manyetik alan, bu formülde $h = 0$ alınarak bulunur:

$$\boxed{B = \frac{2\pi k'\,I}{a} \qquad \text{(Çember merkezinde m. alan)}}$$

Manyetik Dipol ile İlişki

Hatırlatma: I akımı geçen ve yüzölçümü A olan bir çerçevenin manyetik dipol momenti $m = I\,A$ olarak tanımlanmıştı:

Çember akımın manyetik alan ifadesi: $B = \dfrac{2\pi k' I\, a^2}{(h^2 + a^2)^{3/2}}$

Bu ifadede bir manyetik dipol momenti var (çemberin yüzölçümü πa^2)

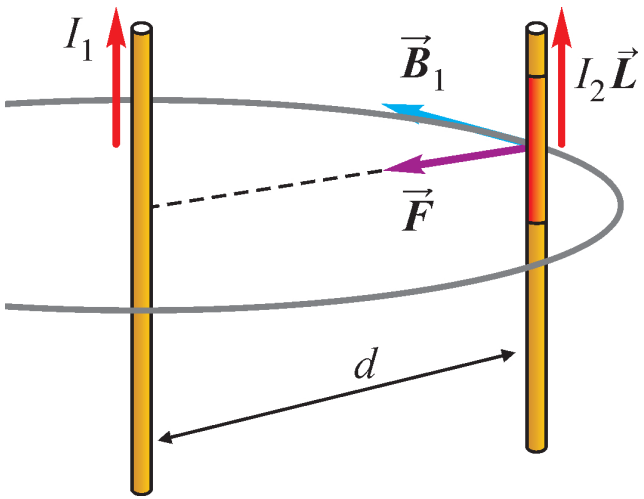
$$B = \frac{2k'(I\,\pi a^2)}{(h^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{2k'\,m}{(h^2 + a^2)^{3/2}}$$

Manyetik dipolden çok uzaklarda ($h \gg a$):

$$B \approx \frac{2k'\,m}{h^3} \qquad (h \gg a \text{ için manyetik dipolün alanı})$$

Maddenin mıknatıslık özellikleri, atomları çok küçük birer manyetik dipol gibi kabul ederek açıklanabilir.

20.3 PARALEL AKIMLAR ARASINDAKİ KUVVET



Aralarında d uzaklığı bulunan paralel iki doğrusal telde, aynı yönde I_1 ve I_2 akımları.

I_1 akımının d uzaklığında manyetik alanı:

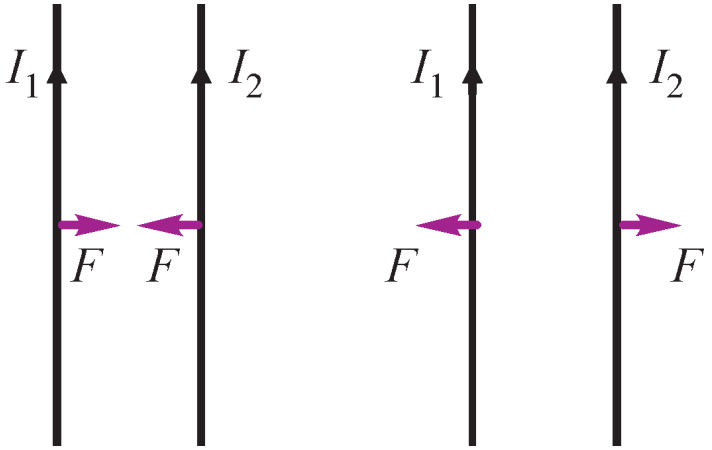
$$B_1 = \frac{2k' I_1}{d}$$

B_1 manyetik alanında, ikinci telin L kadar uzunluğuna etkiyen kuvvet:

$$\vec{F} = I_2 \left(\vec{L} \times \vec{B}_1\right)$$

Kuvvetin yönü:

Sağ-el kuralı: Kuvvet hem $\vec{B}_1$ alanına hem de I_2 teline dik ve I_1 teline yönelik: $\rightarrow$ İki tel birbirini çeker.



Akımlar birbirine zıt yönde (anti-paralel) ise, teller birbirini iter.

Her iki durumda, kuvvetin şiddeti:

$$\boxed{F = \frac{2k'\, I_1\, I_2}{d}\, L}$$

Sonuç: **Paralel akımlar birbirini çeker, anti-paralel akımlar iter.**

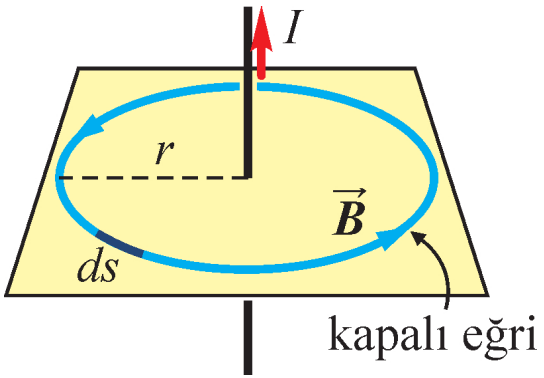
Ampere Biriminin Tanımı:

Telin birim uzunluğuna etkiyen kuvvet: $\dfrac{F}{L} = \dfrac{2k' I_1 I_2}{d}$

Aralarında 1 m mesafe bulunan ve özdeş akımlar taşıyan paralel iki uzun tel arasında, birim uzunluğa etkiyen kuvvet 2×10^{-7} N/m **olduğunda, tellerden geçen akım 1 ampere (A) olur.**

20.4 AMPERE YASASI

Basit bir örnek: Sonsuz doğrusal tel.



I akımlı telden r uzaklıkta manyetik alan:

$$B = \frac{2k' I}{r}$$

Manyetik alanın r yarıçaplı çembere teğet olan bileşeninin, çember boyunca integralini alalım.

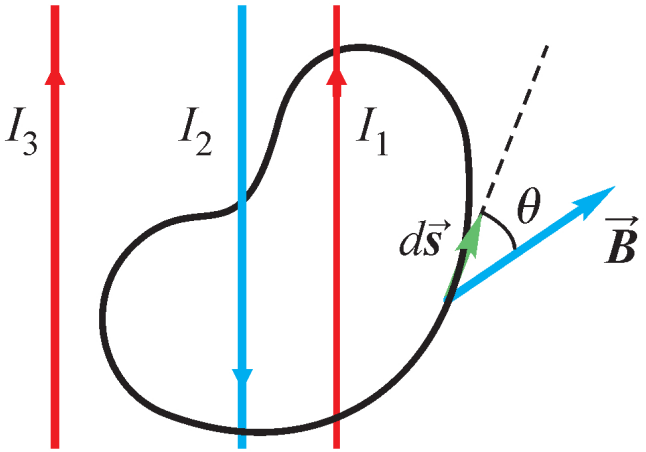
Her noktada B nin teğet bileşenini küçük ds yay parçası ile çarpıp, çember üzerinden toplayalım.

$$\oint B\, ds = B \underbrace{\oint ds}_{2\pi r} = \frac{2k' I}{\cancel{r}} 2\pi \cancel{r} = \underbrace{4\pi k'}_{\mu_0} I = \mu_0 I$$

Sonuç r yarıçapından bağımsızdır!

Eğer I akımını dışarda bırakan bir eğri seçilseydi, sonuç sıfır olurdu.

Ampere Yasası denilen bu sonuç en genel akım dağılımı ve seçilen eğrisel yol için de geçerlidir. (İspat ileri düzeyde.)



Ampere Yasası

Kapalı bir eğri boyunca manyetik alanın izdüşümünün integrali, bu eğrinin çevrelediği herhangi bir yüzeyi kesen net akım ile orantılıdır:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{iç}} \qquad \text{(Ampere Yasası)}$$

- $I_{\text{iç}}$ kapalı eğri içinde kalan net akımdır. Bir yöndeki akım pozitif ise zıt yöndeki akım negatif alınır.
- Eğri dışında kalan akımlar hesaba katılmaz.
- Problemin simetrisine uygun bir eğri seçilirse, integral almaya gerek kalmaz.

20.5 MADDENİN MANYETİK ÖZELLİKLERİ

Gözlemler:

- **Kalıcı mıknatıslar**:

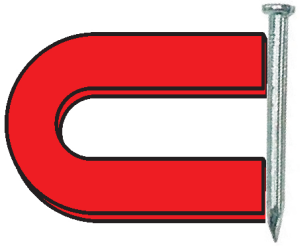
  4 metal (Demir, Nikel, Kobalt, Gadolinyum)

- **Etkiyle mıknatıslananlar**:

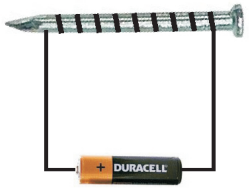
  Mıknatısla temas ettirmek

  Solenoidin içinde tutmak

(a)



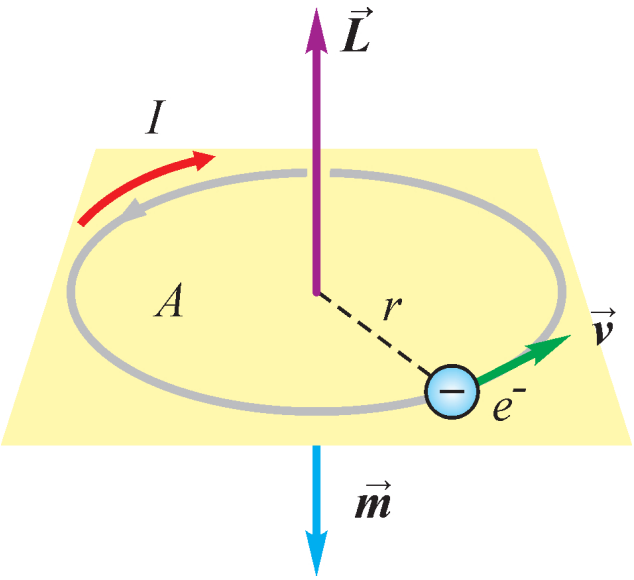
(b)



İki soru:

- Mıknatıslığın atomik kaynağı nedir?
- Neden bazı cisimler kalıcı mıknatıs?

Atomların Manyetik Dipol Momenti: 2 tür olabilir:



1. Yörünge dipol momenti

Pozitif yüklü çekirdek etrafında yörüngede dönen $(-e)$ yüklü elektronlar.

r yarıçaplı dairesel yörüngede v hızıyla dönen elektronun oluşturduğu akım:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{e}{T} = \frac{e}{2\pi r/v} = \frac{ev}{2\pi r}$$

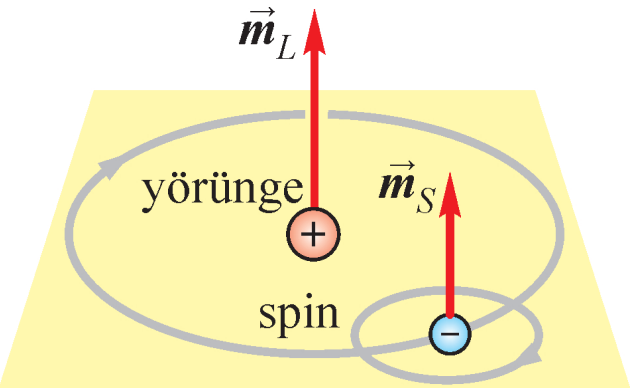
O halde, elektronların yörünge hareketinin manyetik dipol momenti:

$$m = I\,A = \left(\frac{ev}{2\pi r}\right)\pi r^2 = \tfrac{1}{2}\,evr$$

Noktasal cismin açısal momentumunu $L = mvr$ cinsinden:

$$m_L = \frac{e}{2m_e}\,L \qquad \text{(Açısal momentumla manyetik dipol momenti ilişkisi)}$$

1. Spin dipol momenti



Elektronların kendi özünde olan ve **spin** denilen bir açısal momenti daha var.

Spinin klasik açıklaması yok. Elektron kendi ekseni etrafında dönen bir topaca benzetilebilir.

Spin manyetik momenti benzer şekilde tanımlanır:

$$m_S = 2.0023 \times \frac{e}{2m_e} S \qquad \text{(Spin manyetik momenti)}$$

O halde, atomun toplam manyetik momenti: $\vec{m} = \vec{m}_L + \vec{m}_s$

Hatırlatma: Bir B manyetik alanında m momentine etkiyen tork:

$$\tau = mB \sin\theta$$

Mıknatıslanmanın kaynağı budur: Bir dış manyetik alana konulan cisimlere etkiyen tork, manyetik momentleri döndürmeye çalışır.

Manyetizasyon ($\vec{M}$)

Birim hacımdaki net manyetik momente **manyetizasyon** denir:

$$\vec{M} = \frac{\sum_i \vec{m}_i}{V}$$

Bu ortalama momentin kendi oluşturduğu manyetik alan: $\vec{B}' = \mu_0 \vec{M}$

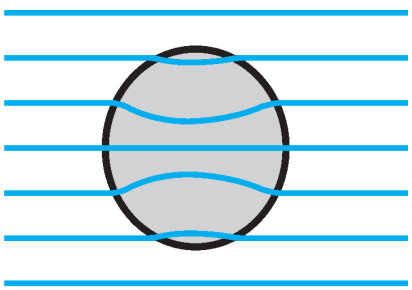
Bir $\vec{B}_0$ dış manyetik alanına konulan madde içindeki net manyetik alan:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \left(\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} + \vec{M} \right)$$

Tanım: $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}_0}{\mu_0}$ **manyetik şiddet vektörü**

Buna göre, madde içindeki manyetik alan: $\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M} \right)$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}$$

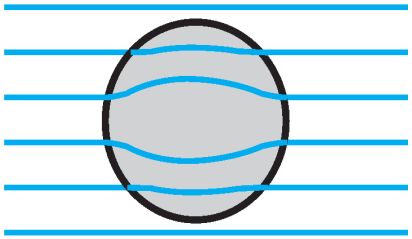


Paramanyetizma

- Ortamda mıknatıslanma yoksa ($M = 0$) $\rightarrow$ $\vec{B} = \vec{B}_0$
- Ortamın mıknatıslanması dış alanla aynı yönde ise:

  $M > 0 \quad \rightarrow \quad B > B_0 \quad \rightarrow$ **Paramanyetizma**

  (Aluminyum, platin, kalsiyum, sodyum...)



Diamanyetizma

- Ortamın mıknatıslanması dış alana zıt yönde ise:

  $M < 0 \quad \rightarrow \quad B > B_0 \quad \rightarrow$ **Diamanyetizma**

  (Altın, gümüş, bakır, kurşun...)

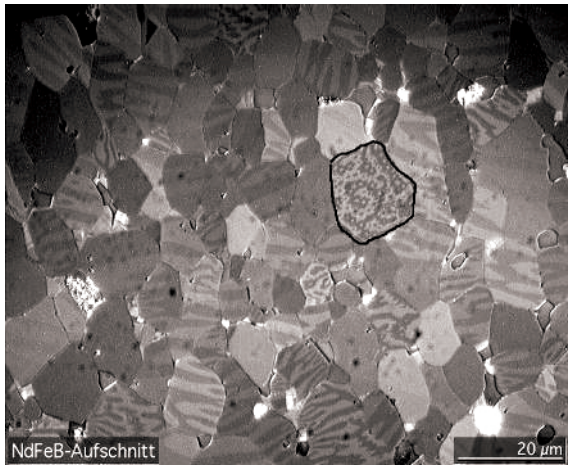
Her iki tür maddenin mıknatıslığı, dış manyetik alan kaldırıldığında yokolur.

Ferromanyetizma

Dört metal (demir, nikel, kobalt, gadolinyum) dış manyetik alan kaldırıldığında mıknatıslık özelliklerini kaybetmezler.

Bu kalıcı manyetizasyon özelliğine **ferromanyetizma** denir.

Ferromanyetik maddelerin mıknatıslığı çok güçlüdür. Paramanyetik maddelere kıyasla 1000 kat daha büyük M manyetizasyona çıkabilir.



NdFeB kristalinde domenler.

Mikroskopik yapılarında, net mıknatıslığa sahip **domen** denilen bölgeler gözlenir.

Domenler başlangıçta herbiri rasgele yönde olduğundan, net bir mıknatıslanma oluşmaz.

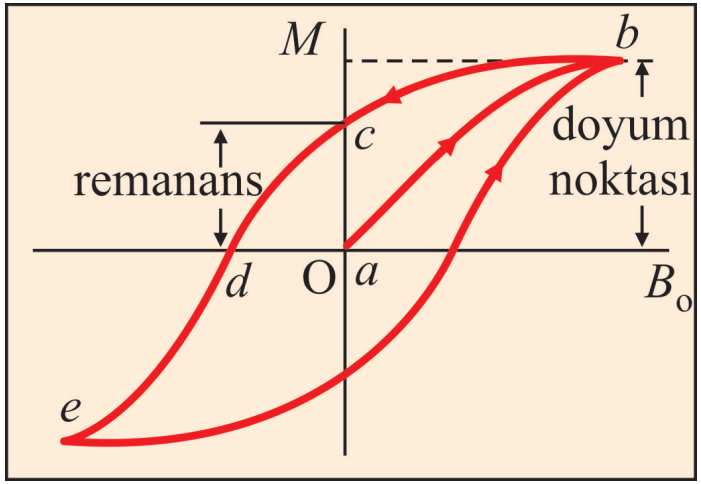
Bir dış manyetik alan içine konulduğunda, alan yönündeki domenlerin büyüdüğü, diğer yöndekilerin küçüldüğü gözlenir.

Fakat, ferromanyetizma kritik bir sıcaklığa (Curie sıcaklığı) kadar sürer.

Bu sıcaklığın üzerine çıkıldığında madde, ani bir faz geçişiyle, tekrar paramanyetik özelliğine geri döner. (Demir için kritik sıcaklık 770 °C.)

Histerezis eğrisi

Bir B_0 dış manyetik alanı içine konulan ferromanyetik malzemenin M manyetizasonundaki değişimi gösteren eğri.



B_0 arttıkça M manyetizasyonu da artar (ab)

Bu artış, sonunda bir **doyum manyetizasonu** denilen değere kadar sürer (b noktası). Bu noktada tüm atomların manyetik momentleri dış alana paralel hale gelmiştir.

Sonra, B_0 azaltılır, ama M değeri aynı yolu izleyerek geri dönmez (bc eğrisi).

c noktasında $B_0 = 0$ olduğu halde kalıcı bir M_r oluşur (remanans).

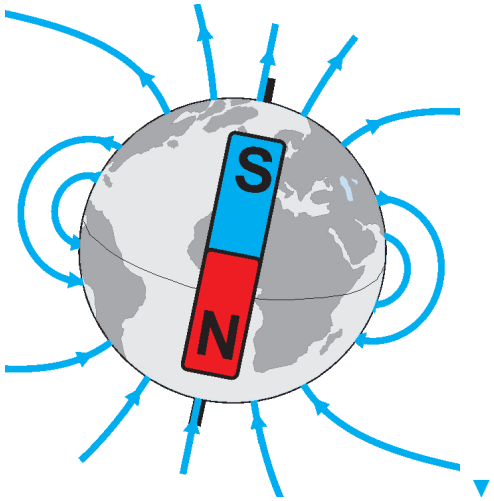
Dış manyetik alan ters yöne çevrilirse (cde yolu), mıknatıslanma da azalır ve benzer davranış tekrarlanır.

Buradan ferromanyetik maddelerin niçin hafıza çiplerinde kullanıldığı anlaşılır. Manyetik alan bir yönde sıfırlandığında, manyetizasyon M_r, diğer yönde sıfırlandığında $-M_r$ değerinde kalmaktadır.

Dünyanın Manyetik Alanı

Mıknatıslı pusulayı Dünya'nın kuzey kutbuna yönlendiren şey dünyanın manyetik alanıdır.

Ortalama değeri 10^{-4} T, tam yüzeye paralel değil, yüzeye dik küçük bir bileşeni daha var.



Dikkat: Dünya mıknatısının güney kutbu (S) coğrafi kuzey kutbunda. (Bu yüzden pusulanın kuzey kutbunu coğrafi kuzey yönünde çekiyor.)

Bu mıknatısın kutupları coğrafi kuzey ve güney kutuplarıyla tam çakışmıyor.

Manyetik kutup zaman içinde yerdeğiştiriyor (Halen Kuzey Kanada'da Ellesmere adası civarında, Rusya'ya doğru kaymakta).

Kaynağı tam bilinmiyor. Bugün, elektrik yüklü erimiş lavların konveksiyon akımlarından kaynaklandığı düşünülmekte.

$* * *$ 20. Bölümün Sonu $* * *$