

İlkokulda Temel Matematik

6. Konu:

En küçük ortak kat EKOK

En büyük ortak bölen EBÖB

EKOK

- İki veya daha fazla tam sayının pozitif ortak katlarının en küçüğüne bu sayıların en küçük ortak katı kısaca «EKOK»u denir.
- a ve b tam sayılarının en küçük ortak katı $EKOK(a,b)$ veya $(a,b)_{ekok}$ şeklinde gösterilir.

- ÖRNEK: 12 ve 18 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.
- Çözüm:
- Öncelikle 12 ve 18 sayılarının pozitif katlarını yazalım ve ortak olanları işaretleyelim.
- 12'nin pozitif tam katları:
12, 24, 36, 48, 60, ...
- 18'in pozitif tam katları:
18, 36, 54, 72, ...
- Ortak katların en küçüğü olan 36 bu iki sayının EKOK'udur.
- $EKOK(12,18) = 36$ veya $(12,18)ekok = 36$ şeklinde gösterilir.

EBOB

- İki veya daha fazla tam sayının pozitif ortak bölenlerinin en büyüğüne bu sayıların en büyük ortak böleni kısaca «EBOB»u denir.
- a ve b tam sayılarının en büyük ortak böleni $EBOB(a,b)$ veya $(a,b)_{ebob}$ şeklinde gösterilir.

- ÖRNEK: 12 ve 18 sayılarının en büyük ortak bölenini bulalım.
- Çözüm:
- Öncelikle 12 ve 18 sayılarının pozitif bölenlerini yazalım ve ortak olanları işaretleyelim.
- 12'nin pozitif tam sayı bölenleri:
1, 2, 3, 4, 6, 12
- 18'in pozitif tam sayı bölenleri:
1, 2, 3, 6, 9, 18
- Ortak bölenlerin en büyüğü olan 6 bu iki sayının EBOB'udur.
- $EBOB(12, 18) = 6$ veya $(12, 18)_{\text{ebob}} = 6$ şeklinde gösterilir.

- ÖRNEK: 12 ve 18 sayılarının EKOK ve EBOB'unu bulunuz.

- Çözüm:

•	12	18		2*
•	6	9		2
•	3	9		3*
•	1	3		3
•		1		

- EKOK (12,18) = $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$
- EBOB (12,18) = $2 \cdot 3 = 6$

EBOB ve EKOK'un özellikleri

- İki pozitif tam sayının çarpımı, bu sayıların EBOB'u ile EKOK'unun çarpımına eşittir.
- a ve b pozitif tam sayıları için, $a \cdot b = \text{EBOB}(a,b) \cdot \text{EKOK}(a,b)$

• ÖRNEK: 15 ve 36 sayılarını inceleyelim.

• 15	36		2
• 15	18		2
• 15	9		3*
• 5	3		3
• 5	1		5
• 1			

$$\text{EKOK}(15,36) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$$

$$\text{EBOB}(15,36) = 3$$

ise

$$15 \cdot 36 = \text{EKOK}(15,36) \cdot \text{EBOB}(15,36) = 180 \cdot 3 = 540$$

- Birbirinin tam katı olan iki pozitif tam sayının EBOB'u küçük sayıya, EKOK'u büyük sayıya eşittir.
- a sayısı b'nin tam katı ise, $EBOB(a,b) = b$ ve $EKOK(a,b) = a$

• ÖRNEK: 4 ve 12 sayılarını inceleyelim.

• 4	12		2*
• 2	6		2*
• 1	3		3
•	1		

$$EKOK(4,12) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$EBOB(4,12) = 4$$

- Aralarında asal iki pozitif tam sayının EBOB'u 1'e, EKOK'u ise bu sayıların çarpımına eşittir.
- a ve b aralarında asal ise, $EBOB(a,b) = 1$ ve $EKOK(a,b) = a.b$ olur.
- ÖRNEK:
- 3 ve 7 sayılarının her ikisi de asaldır, aralarında asaldır ve $EKOK(3,7) = 3.7=21$; $EBOB(3,7) = 1$ olur.
- 3 ve 16 sayılarından 3 asal sayıdır, 16 asal sayı değildir ancak iki sayı aralarında asaldır, bu nedenle $EKOK(3,16) = 3.16=48$; $EBOB(3,16) = 1$ olur.
- 10 ve 21 sayılarının her ikisi de asal sayı değildir ancak iki sayı aralarında asaldır, bu nedenle $EKOK(10,21) = 10.21= 210$; $EBOB(10,21) = 1$ olur.

- Asal çarpanlarına ayrılmış olan pozitif tam sayıların EBOB ve EKOK'u şu şekilde bulunur:
- EBOB = Ortak olan asal çarpanlardan üssü küçük olanların çarpımı
EKOK = Ortak olan asal çarpanlardan üssü büyük olanlar ile ortak olmayan asal çarpanların çarpımı

- ÖRNEK: $A = 2 \cdot 3 \cdot 5^3$ ve $B = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$ sayılarını inceleyelim:
- Ortak olan asal çarpanlardan üssü küçük olanlar EBOB'a, diğerleri EKOK'a yazılır ve çarpılır.
- $A = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^3$
 $B = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2 \cdot 7$
- EBOB (A,B) = $2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2$
EKOK (A,B) = $2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^3 \cdot 7$

► 20, 30 ve 50 sayılarının EBOB ve EKOK'larını bulalım.

20	30	50		2*
10	15	25		2
5	15	25		3
5	5	25		5*
1	1	5		5
		1		

$$\text{EBOB}(20, 30, 50) = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\text{EKOK}(20, 30, 50) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 300$$

EBOB – EKOK Problemleri: