

## ORAN

$b \neq 0$  olmak üzere,  $\frac{a}{b}$  ifadesine a'nın b'ye oranı denir.

- a ve b aynı birimde olmalıdır.  
3 elmanın 4 portakala oranı olmaz.
- Oran, birimsizdir.  
3 elmanın 4 elmaya oranı  $\frac{3}{4}$  tür.
- $\frac{a}{b}$  ifadesi a:b olarak da gösterilebilir.

## ORANTI

İki veya daha fazla oranın eşitliğine **orantı** denir.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \rightarrow \text{Üçlü orantı} \quad k: \text{Orantı sabitidir.}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ orantısı } a:b=c:d \text{ şeklinde de gösterilebilir.}$$

## ÖZELLİKLER

★ İçler dışlar çarpımı ile  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$  olur.

★  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \rightarrow a = b \cdot k$  ve  $c = d \cdot k$  olur.

★  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} = \frac{1}{k}$  olur.

★  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \rightarrow \frac{a+c}{b+d} = k$  olur.

★  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = k^2$  olur.

★  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \rightarrow \frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n} = k^n$  olur.

**ÖRNEK:**

$\frac{a}{b} = \frac{3}{8}$  olduğuna göre,  $\frac{2a+b}{3a-b}$  oranını bulalım.

**Çözüm:**

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{8} \Rightarrow a = 3k \text{ ve } b = 8k \text{ olur.}$$

$$\text{O halde, } \frac{2a+b}{3a-b} = \frac{2.3k+8k}{3.3k-8k} = \frac{14k}{k} = 14 \text{ tür.}$$

Burada sonuç k ya bağılı olmadığı için  $a = 3$  ve  $b = 8$  alınarak da oran bulunabilir.

$$\text{Buna göre, } \frac{2a+b}{3a-b} = \frac{2.3+8}{3.3-8} = \frac{14}{1} = 14 \text{ olur.}$$

**ÖRNEK:**

$2x = 3y$  ise  $\frac{x+2y}{x-2y}$  oranı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$x = 3k$  olsun.

$$2x = 3y \Rightarrow 6k = 3y \Rightarrow y = 2k \text{ olur.}$$

Sorulan ifadede bunları kullanırsak,

$$\frac{x+2y}{x-2y} = \frac{3k+4k}{3k-4k} = \frac{7k}{-k} = -7 \text{ buluruz.}$$

**ÖRNEK:**

$\frac{a-3b}{2a+b} = \frac{1}{4}$  olduğuna göre,  $\frac{a-b}{a+b}$  oranını bulalım.

**Çözüm:**

$$\frac{a-3b}{2a+b} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4(a-3b) = 1.(2a+b)$$

$$\Rightarrow 4a - 12b = 2a + b$$

$$\Rightarrow 2a = 13b \text{ dir.}$$

O halde, istenen oranı bulmak için a yerine 13, b yerine 2 yazılırsa

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{13-2}{13+2} = \frac{11}{15} \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK:**

$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{8}$  olduğuna göre,  $\frac{a.c+b^2}{a.(b+c)}$  oranını bulalım.

**Çözüm:**

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{8} = k \text{ olsun.}$$

$a = 3k$ ,  $b = 4k$  ve  $c = 8k$  olur.

$$\begin{aligned} \text{O halde, } \frac{a.c+b^2}{a.(b+c)} &= \frac{3k.8k+(4k)^2}{3k(4k+8k)} \\ &= \frac{24k^2+16k^2}{3k.12k} \\ &= \frac{40k^2}{36k^2} \\ &= \frac{10}{9} \text{ dur.} \end{aligned}$$

Yine burada da sonuç  $k$  ya bağılı olmayacağından  $a = 3$ ,  $b = 4$  ve  $c = 8$  değerleri seçilerek oran bulunabilirdi.

**ÖRNEK:**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{5}$$

$$2a + 3c = 15$$

ise  $2b + 3d$  ifadesinin değerini bulalım.

**Çözüm:**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2a+3c}{2b+3d} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{2b+3d} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 3(2b + 3d) = 75$$

$$\Rightarrow 2b + 3d = 25 \text{ olur.}$$

**ÖRNEK:**

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$$

$$5x - 2y + z = 56$$

olduğuna göre,  $y$  değerini bulalım.

**Çözüm:**

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = k \text{ olsun.}$$

$$x = 2k, y = 3k \text{ ve } z = 4k \text{ dir.}$$

$$5x - 2y + z = 56$$

$$\Rightarrow 5.2k - 2.3k + 4k = 56$$

$$\Rightarrow 10k - 6k + 4k = 56$$

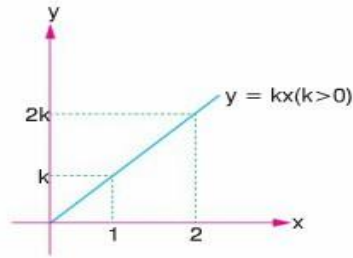
$$\Rightarrow 8k = 56 \Rightarrow k = 7$$

$$y = 3k \text{ olduğundan } y = 3.7 = 21 \text{ bulunur.}$$

## ORANTI ÇEŞİTLERİ

### 1.) DOĞRU ORANTI:

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu çokluklar **doğru orantılıdır**. Eğer iki çokluk orantılıdır deniliyorsa burada doğru orantıyı anlamalıyız.



Doğru orantılı iki çokluğun oranı sabittir.

y ile x doğru orantılı ise  $\frac{y}{x} = k \Rightarrow y = kx$  tir.

x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayılarıyla doğru orantılı ise

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k \text{ dir.}$$

### ÖRNEK:

Bir işçi 108 m<sup>2</sup> duvarı 4 günde örebilirse 270 m<sup>2</sup> duvarı kaç günde örebilir?

### ÇÖZÜM:

108 m<sup>2</sup> duvarı  $\swarrow$  4 günde örerse  
270 m<sup>2</sup> duvarı  $\searrow$  x günde örer

D.O

$$108.x = 270.4$$

$$x = 10 \text{ günde örer.}$$

### ÖRNEK:

Bir araba 12 lt yakıt ile 200 km gitmektedir. 300 km uzunluğundaki bir yol için ne kadar yakıt gerekir?

### ÇÖZÜM:

$$\begin{array}{r} 12 \text{ lt} \searrow \nearrow 200 \text{ km} \\ x \text{ lt} \nearrow \searrow 300 \text{ km} \\ \hline \end{array}$$

$$\text{D.O: } 12 \cdot \overset{3}{\cancel{300}} = x \cdot \overset{2}{\cancel{200}} \text{ dir.}$$

$$36 = 2x \Rightarrow x = 18 \text{ lt dir.}$$

### ÖRNEK:

x, y ve z sayıları sırasıyla 2, 3 ve 5 ile orantılıdır.

$x + 2y - z = 24$  ise  $x - y$  kaçtır?

### ÇÖZÜM:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k \text{ dir.}$$

$$x + 2y - z = 24 \text{ ise}$$

$$2k + 2 \cdot 3k - 5z = 24$$

$$2k + 6k - 5k = 24$$

$$3k = 24 \Rightarrow k = 8 \text{ dir.}$$

$$x - y = 2k - 3k = -k = -8 \text{ dir.}$$

### ÖRNEK:

500 tl yaşları 7,8 ve 10 olan üç kardeşe yaşları ile orantılı olarak paylaşılacaktır. En büyük kardeş kaç lira alır?

### ÇÖZÜM:

Kardeşler a, b ve c lira alsın dersek.

a, b ve c sayıları 7,8 ve 10 ile orantılıdır deriz ve

$$\frac{a}{7} = \frac{b}{8} = \frac{c}{10} = k$$

$a=7k$ ,  $b=8k$ ,  $c=10k$  yazabiliriz.

$a + b + c = 500$  olduğundan,

$$7k + 8k + 10k = 500$$

$$25k = 500$$

$k=20$  çıkar. en büyük kardeş  $10k=10 \cdot 20=200$  tl alır.

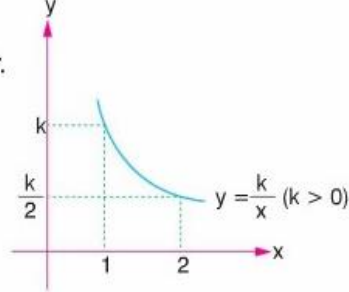
## 2-) TERS ORANTI

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda azalıyor ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda artıyorsa bu çokluklar **ters orantılıdır**.

Ters orantılı iki çokluğun çarpımı sabittir.

y ile x ters orantılı ise

$$y \cdot x = k \Rightarrow y = \frac{k}{x} \text{ tir.}$$



x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayıları ile ters orantılı ise  
 $a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = k$  dır.

### ÖRNEK:

Bir işçi bir işi tek başına 12 günde tamamlıyor. Aynı koşullarda aynı işi 6 işçi kaç günde tamamlar?

### ÇÖZÜM:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ işçi} \quad \longleftrightarrow \quad 12 \text{ günde} \\ (+) 6 \text{ işçi} \quad \longleftrightarrow \quad x \text{ günde} \quad (-) \\ \text{T. O.} \end{array}$$

$$6 \cdot x = 1 \cdot 12 \rightarrow \frac{6}{6} x = \frac{12}{6} 2$$

$$x = \frac{1 \cdot 12}{6} = 2 \text{ günde tamamlar.}$$

### ÖRNEK:

Özdeş 8 musluk bir depoyu 15 saatte doldurabildiğine göre, bu musluklardan 3 tanesinin aynı depoyu kaç saatte doldurabileceğini bulalım.

### Çözüm:

Musluk sayısı azaldıkça deponun dolma süresi aynı oranda artacağından, musluk sayısı ile deponun dolma süresi ters orantılıdır.

$$8 \text{ musluk} \rightarrow 15 \text{ saatte doldurursa}$$

$$3 \text{ musluk} \rightarrow x \text{ saatte doldurursun}$$

$$\text{T.O} : 8 \cdot 15 = 3 \cdot x \Rightarrow x = 40 \text{ saat}$$

### ÖRNEK:

x, y, z sayıları sırasıyla 4, 5, 6 sayılarıyla ters orantılıdır.

$$x - y + z = 26$$

olduğuna göre,  $x + y - z$  ifadesinin değerini bulalım.

### ÇÖZÜM:

x, y, z sayıları sırasıyla 4, 5, 6 ile ters orantılı ise  $4.x = 5.y = 6.z$

EKOK(4, 5, 6) = 60 olduğundan orantı sabitini 60.k seçersek

$$4.x = 5.y = 6.z = 60.k \Rightarrow x = 15k, y = 12k, z = 10k \text{ olur.}$$

$$x - y + z = 26 \Rightarrow 15k - 12k + 10k = 26 \Rightarrow 13k = 26$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ bulunur.}$$

Buna göre,  $x + y - z = 15k + 12k - 10k = 17k = 17.2 = 34$  tür.

### ÖRNEK:

x,y,z sayıları sırası ile 2,3 ve 4 ile ters orantılıdır.  $x+y+z=65$  ise  $x=?$

### ÇÖZÜM:

$x.2=y.3=z.4$  şeklinde yazılır

$$x.2=y.3=z.4=12k \text{ olsun.}$$

Buradan  $x=6k, y=4k, z=3k$  olur.

$$x+y+z=65 \text{ ise } 6k+4k+3k=65$$

$$13k=65$$

$$k=5 \text{ çıkar.}$$

$x=6k$  olduğundan,  $x=6.5=30$  bulunur.

### ÖRNEK:

Bir baba 360 tl yi yaşları 12,15,10 olan olan üç çocuğuna yaşları ile ters orantılı olacak şekilde paylaşmak istiyor. En az para alan çocuk kaç tl almıştır?

### ÇÖZÜM:

Kardeşler a,b,c kadar para alsınlar. a,b,c sırasıyla 12,15 ve 10 ile ters orantılıdır deriz.

$$a \cdot 12 = b \cdot 15 = c \cdot 10 = 180k$$

$$a = 15k, b = 12k, c = 18k \text{ olur.}$$

$$a + b + c = 360$$

$$15k + 12k + 18k = 360,$$

$45k = 360$  buradan  $k = 8$  çıkar. En az parayı alan da  $12k = 12 \cdot 8 = 96$  tl almıştır.

### 3.) BİLEŞİK ORANTI:

En az iki doğru veya ters orantıdan oluşan orantılardır.

- y sayısı; x ile doğru, z ile ters orantılı ise  $y \cdot z / x = k$  dır.
- Bileşik orantı problemlerinde kapasite, zaman, işçi sayısı gibi değişkenler yapılan iş ile doğru orantılı olduğundan yapılan işin diğer değişkenlerin çarpımına oranı sabittir.

### ÖRNEK:

Aynı kapasitedeki 6 işçi günde 10 saat çalışarak 3 günde  $30 \text{ m}^2$  halı dokursa, aynı kapasitedeki 5 işçi günde 6 saat çalışarak  $20 \text{ m}^2$  halıyı kaç günde dokurlar?

### ÇÖZÜM:

6 işçi	→ 10 ar saat	→ 3 günde	30 m <sup>2</sup> dokursa
5 işçi	→ 6 şar saat	→ x günde	20 m <sup>2</sup> dokur.
Ters Orantı		Ters Orantı	Doğru Orantı
$6 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 20 = 5 \cdot 6 \cdot x \cdot 30$			
$\Rightarrow x = 4$ gündür.			

### II.YOL

$$\frac{1. \text{ grubun yaptığı iş miktarı}}{\text{diğer verilenler}} = \frac{2. \text{ grubun yaptığı iş miktarı}}{\text{diğer verilenler}}$$

$$\frac{30}{6 \cdot 10 \cdot 3} = \frac{20}{5 \cdot 6 \cdot x}$$

$$30 \cdot 5 \cdot 6 \cdot x = 20 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 3$$

$$x = 4$$



**ÖRNEK:**

16 işçi günde 8 saat çalışarak 24 parça işi 15 günde bitirebildiklerine göre, 20 işçi günde 5 saat çalışarak 25 parça işi kaç günde bitirebilir?

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{1. \text{ grubun yaptığı iş miktarı}}{\text{diğer verilenler}} = \frac{2. \text{ grubun yaptığı iş miktarı}}{\text{diğer verilenler}}$$

$$\frac{24}{16 \cdot 8 \cdot 15} = \frac{25}{20 \cdot 5 \cdot X}$$

$$X = 20$$

**ÖRNEK:**

a ve b sayıları sırasıyla 3 ve 4 ile doğru, c sayısı ise 2 ile ters orantılıdır.

$3a - 2b + c = 12$  ise b kaçtır?

**ÇÖZÜM:**

$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = 2c$  şeklinde eşitlik kurabiliriz.

$a = 6c$  ve  $b = 8c$  dir.

$3a - 2b + c = 12$  ise

$$18c - 16c + c = 12$$

$$3c = 12 \Rightarrow c = 4 \text{ tür.}$$

$$b = 8c = 8 \cdot 4 = 32 \text{ dir.}$$

**Aritmetik Ortalama:** n tane sayının toplamının n ye bölünmesiyle elde edilen değere bu sayıların **aritmetik ortalaması** (ortalaması) denir.

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  sayılarının ortalaması

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \text{ dir.}$$

**Örneğin;**

- a ve b nin aritmetik ortalaması:  $\frac{a+b}{2}$  dir.
- 2, 8, 11 sayılarının aritmetik ortalaması:  $\frac{2+8+11}{3} = 7$  dir.

**ÖRNEK:**

Üç öğrenci bir sınavda 100, 104, 111 net yapmışlardır. O halde ortalama kaç net yapmışlardır?

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{100 + 104 + 111}{3} = \frac{315}{3} = 105$$

**ÖRNEK:**

**Altı tane sayının ortalaması 15 ise bu sayıların toplamını bulalım.**

**Çözüm:**

Sayıların toplamı, sayıların adedi ile sayıların ortalamasının çarpımına eşittir.

Buna göre, 6 sayının toplamı  $6 \cdot 15 = 90$  dir.

**ÖRNEK:**

**Ortalaması 8 olan üç tane sayıya toplamları 36 olan iki sayı ilave edilirse yeni ortalamanın kaç olacağını bulalım.**

**Çözüm:**

Ortalaması 8 olan üç tane sayının toplamı,  $8 \cdot 3 = 24$  tür.

Bu sayılara toplamları 36 olan iki sayı ilave edildiğinde toplamları

$24 + 36 = 60$  olur. Bu beş sayının ortalaması:  $\frac{60}{5} = 12$  bulunur.

**ÖRNEK:**

**Aritmetik ortalaması 18 olan 11 tane sayıdan aritmetik ortalaması 12 olan kaç tane sayı çıkarılırsa kalan sayıların aritmetik ortalaması 34 olur?**

**Çözüm:**

Ortalaması 18 olan 11 sayının toplamı  $18 \cdot 11 = 198$  dir. Bu sayılardan ortalaması 12 olan  $x$  tane sayıyı çıkarırsak, geriye kalan  $11 - x$  tane sayının toplamı  $198 - 12 \cdot x$  olur. Kalan sayıların ortalaması 34 olduğuna göre,

$$\frac{198 - 12 \cdot x}{11 - x} = 34 \Rightarrow 198 - 12x = 374 - 34x$$

$$\Rightarrow 22x = 176 \Rightarrow x = 8 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK:**

Bir gruptaki öğrencilerin yaş ortalaması 16, öğretmenlerin yaş ortalaması 30 dur.

**Öğrencilerin sayısı, öğretmenlerin sayısının 3 katı olduğuna göre, grubun yaş ortalamasını bulalım.**

**Çözüm:**

Öğrencilerin sayısı, öğretmenlerin sayısının 3 katı olduğuna göre, öğretmenlerin sayısına  $x$  dersek öğrencilerin sayısı  $3x$  olur. Öğretmenlerin yaş ortalaması 30 ise öğretmenlerin yaşları toplamı  $30x$  dir. Öğrencilerin yaş ortalamaları 16 ise öğrencilerin yaşları toplamı,

$16 \cdot 3x = 48x$  dir.

$$\text{Grubun yaş toplamı} = 30x + 48x = 78x$$

$$\begin{aligned} \text{Grubun yaş ortalaması} &= \frac{\text{Gruptakilerin yaşları toplamı}}{\text{Gruptakilerin sayısı}} \\ &= \frac{78x}{4x} = 19,5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK:**

5 kişilik bir grubun yaş ortalaması 22 dir. Bu gruba yaş ortalaması 29 olan iki kişi katılırsa yeni yaş ortalaması kaç olur?

**ÇÖZÜM:**

5 kişinin yaşları toplamı  $= 5 \cdot 22 = 110$  dur.

Sonradan gelen 2 kişinin yaşları toplamı  $= 2 \cdot 29 = 58$

O halde 7 kişinin yaşları toplamı  $= 110 + 58 = 168$  dir.

Yeni Ortalama  $= \frac{168}{7} = 24$  tür.