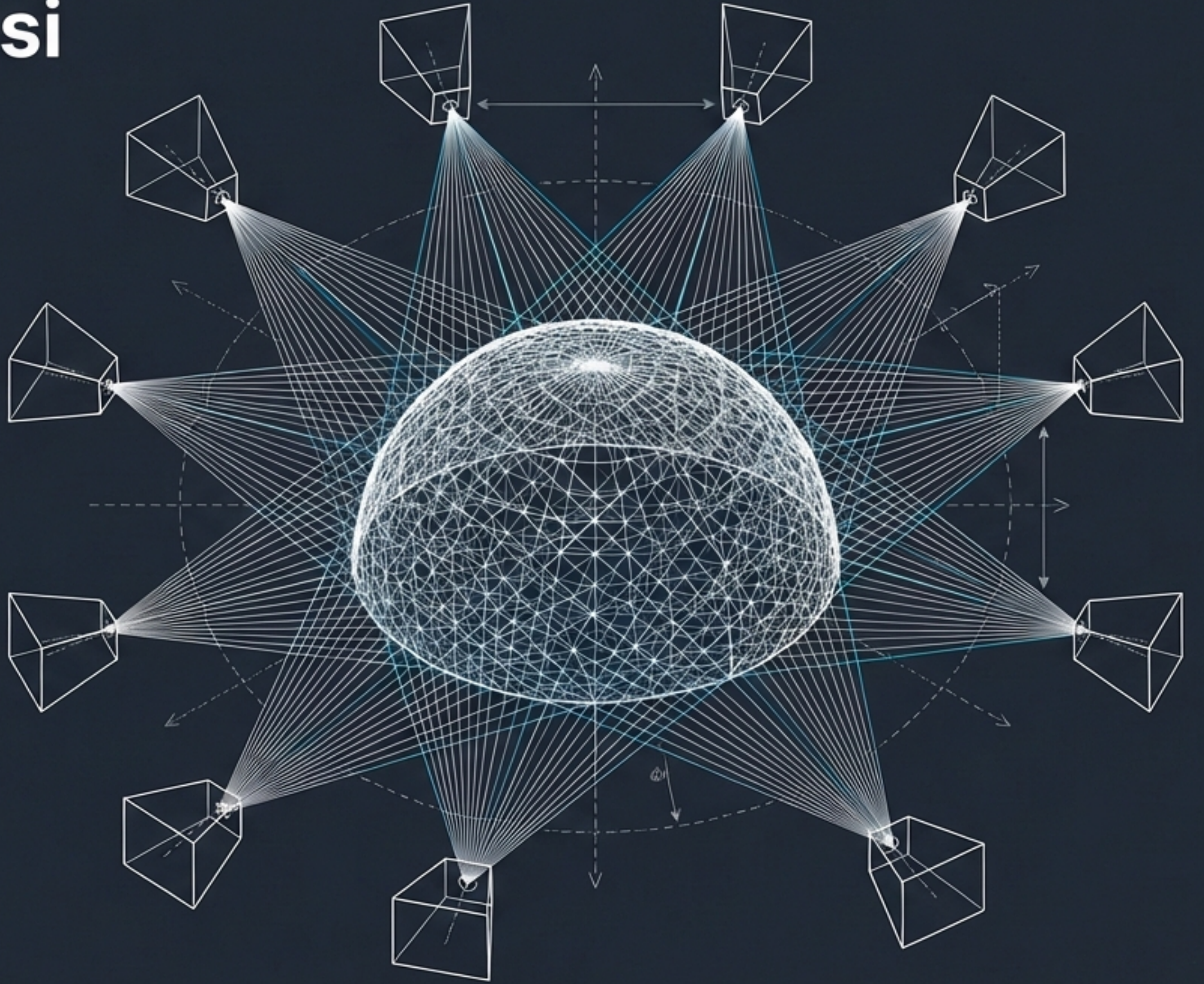


Demet Dengelemesi Kaostan Düzene Matematiksel Bir Yolculuk

Thomas Luhmann Yaklaşımı ile
'Close Range Photogrammetry'
Bölüm 4.4 Analizi

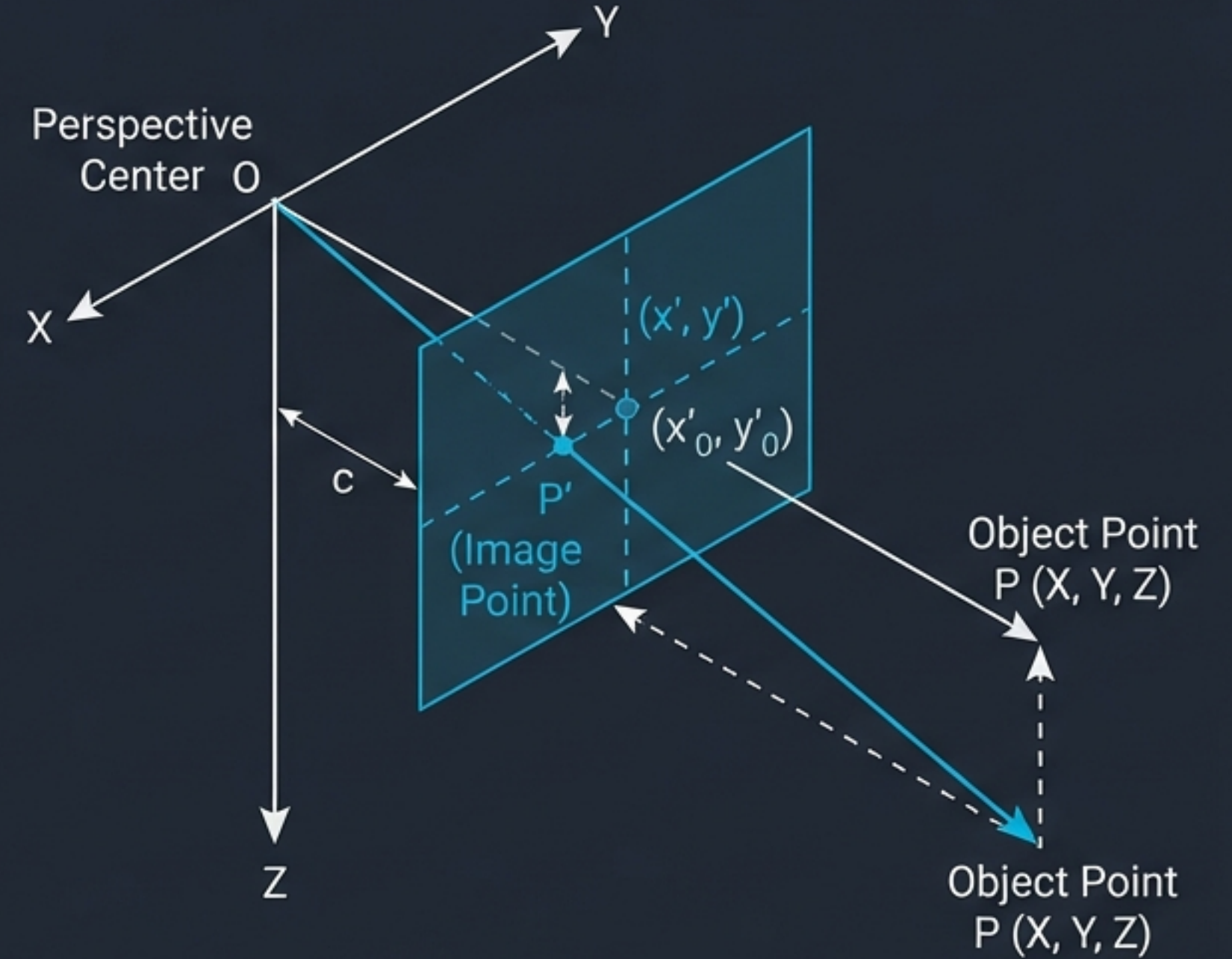


Temel Yapı Taşı: Eşdoğrusallık (The Atomic Unit: Collinearity)

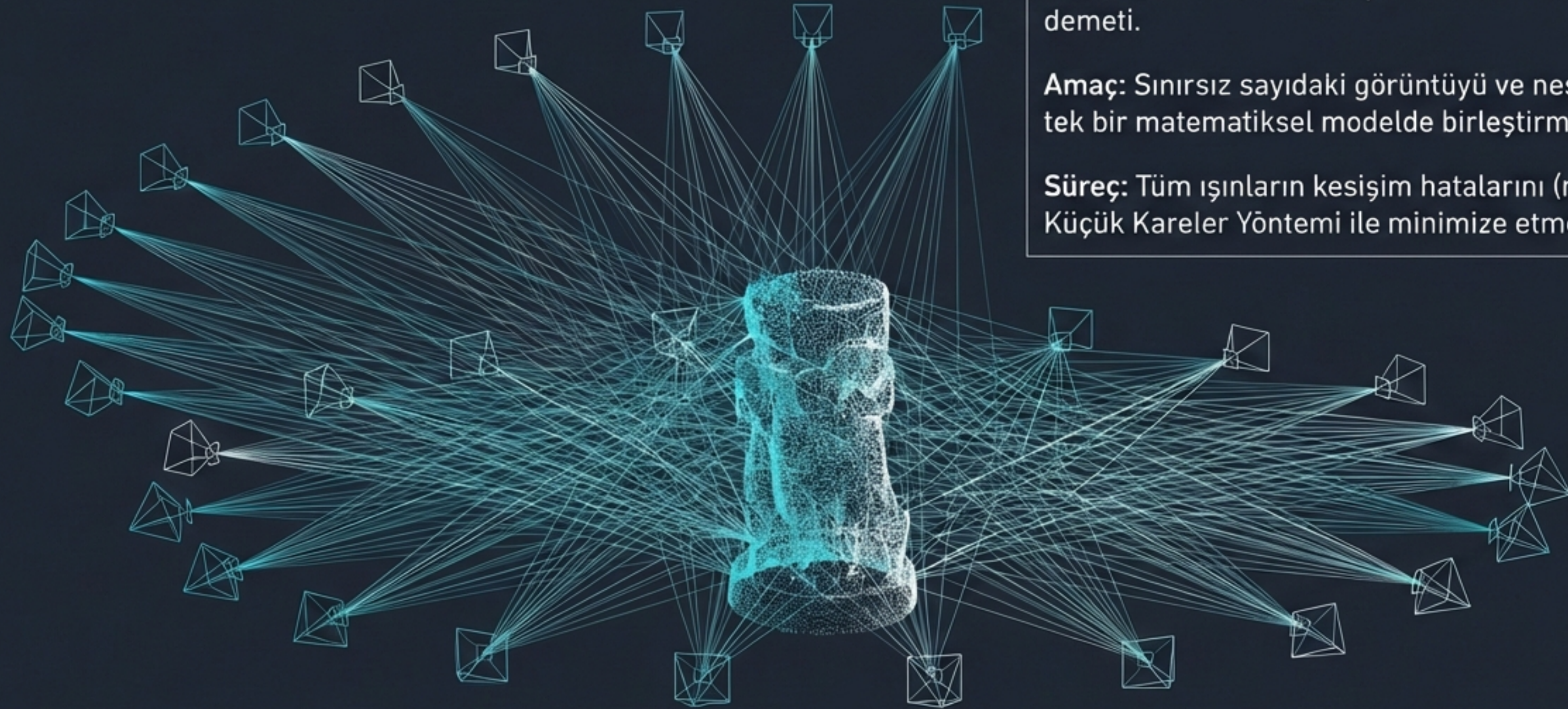
Temel Prensi: İzdüşüm merkezi (O), Görüntü noktası (P') ve Nesne noktası (P) aynı doğru üzerindedir.

Bu ilişki, analitik fotogrametrinin temelini oluşturan Kolinerarite Denklemleri ile ifade edilir.

$$x' = x'_0 - c \frac{r_{11}(X-X_0) + r_{21}(Y-Y_0) + r_{31}(Z-Z_0)}{r_{13}(X-X_0) + r_{23}(Y-Y_0) + r_{33}(Z-Z_0)} + \Delta x'$$



Amaç: Eşzamanlı Sayısal Uyum (The Objective: Simultaneous Numerical Fit)



Demet (Bundle): Bir izdüşüm merkezinden geçen ışınlar demeti.

Amaç: Sınırsız sayıdaki görüntüyü ve nesne noktasını tek bir matematiksel modelde birleştirmek.

Süreç: Tüm ışınların kesişim hatalarını (residuals) En Küçük Kareler Yöntemi ile minimize etmek.

The bundle triangulation represents the most powerful and accurate method of image orientation and point determination. — Luhmann

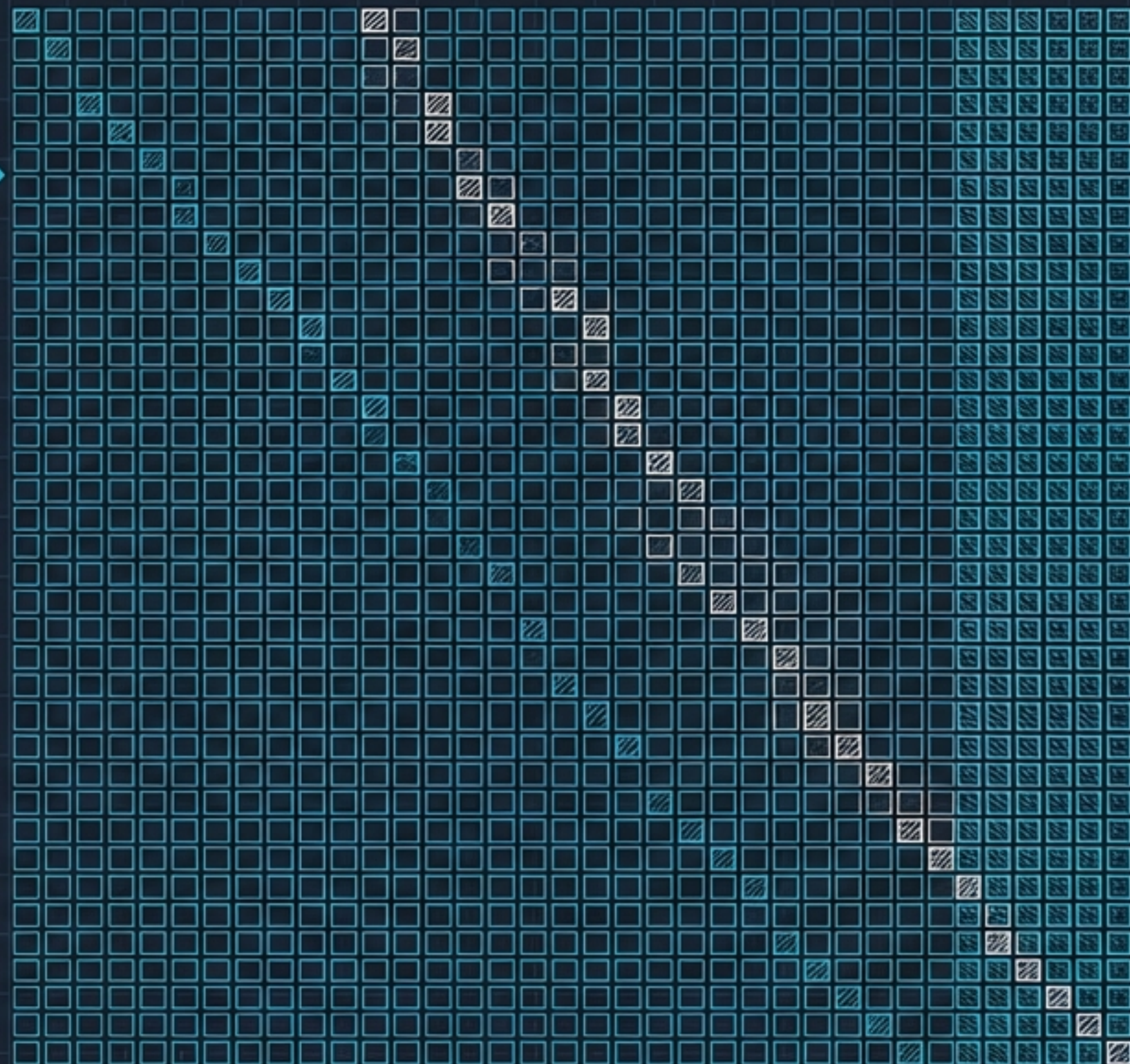
Matematiksel Model ve Matris Yapısı

$$Ax = l + v$$

Gözlemler (l):
Görüntü koordinatları (x', y').

Bilinmeyenler (x):
Dış Yöneltilme,
Nesne Koordinatları,
İç Yöneltilme.

Hiper-seyrek
(Hyper-sparse)
yapı: Binlerce
bilinmeyenin
verimli çözümü.

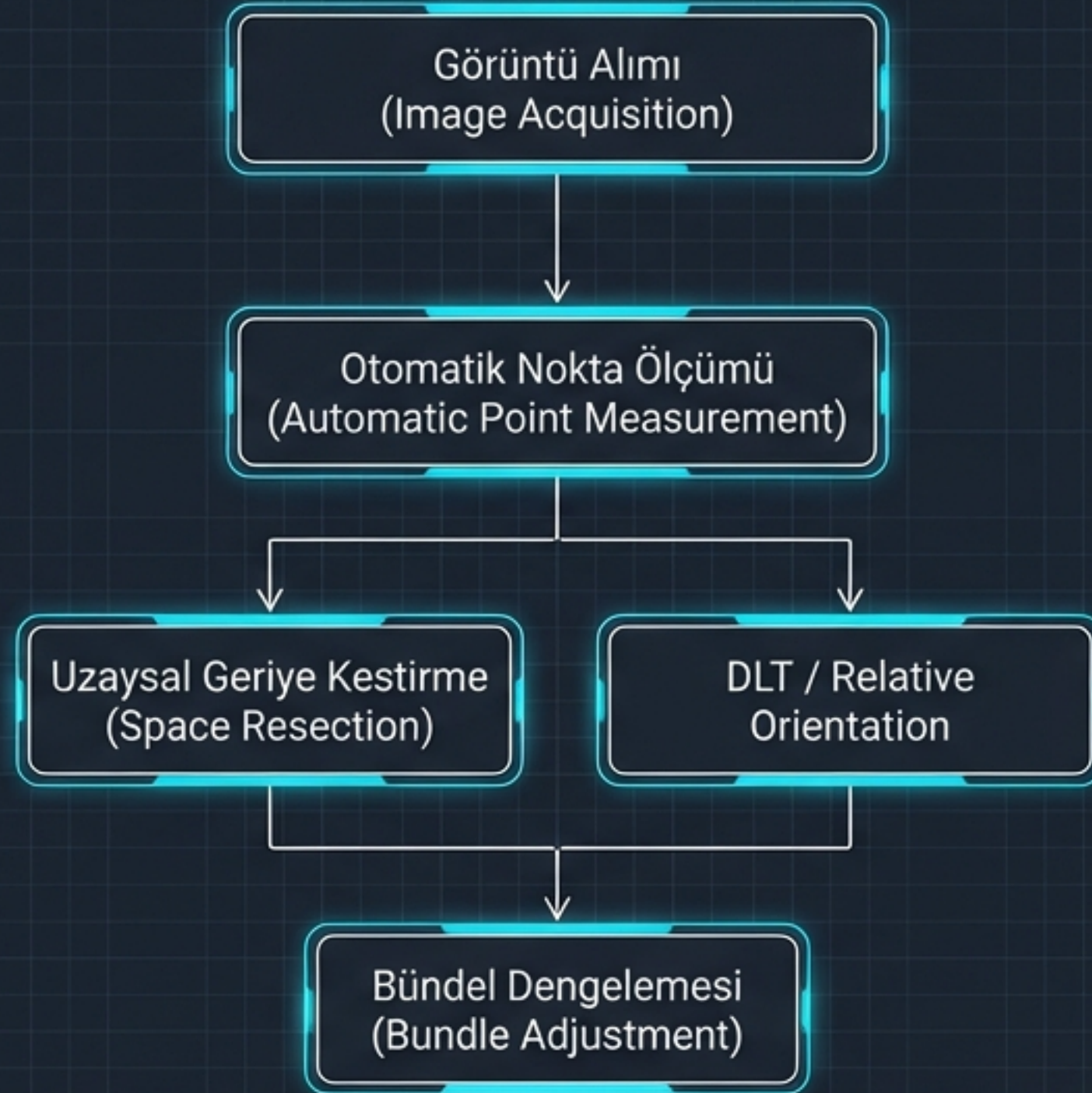


Başlangıç Değerleri Stratejisi (Initialization Strategies)

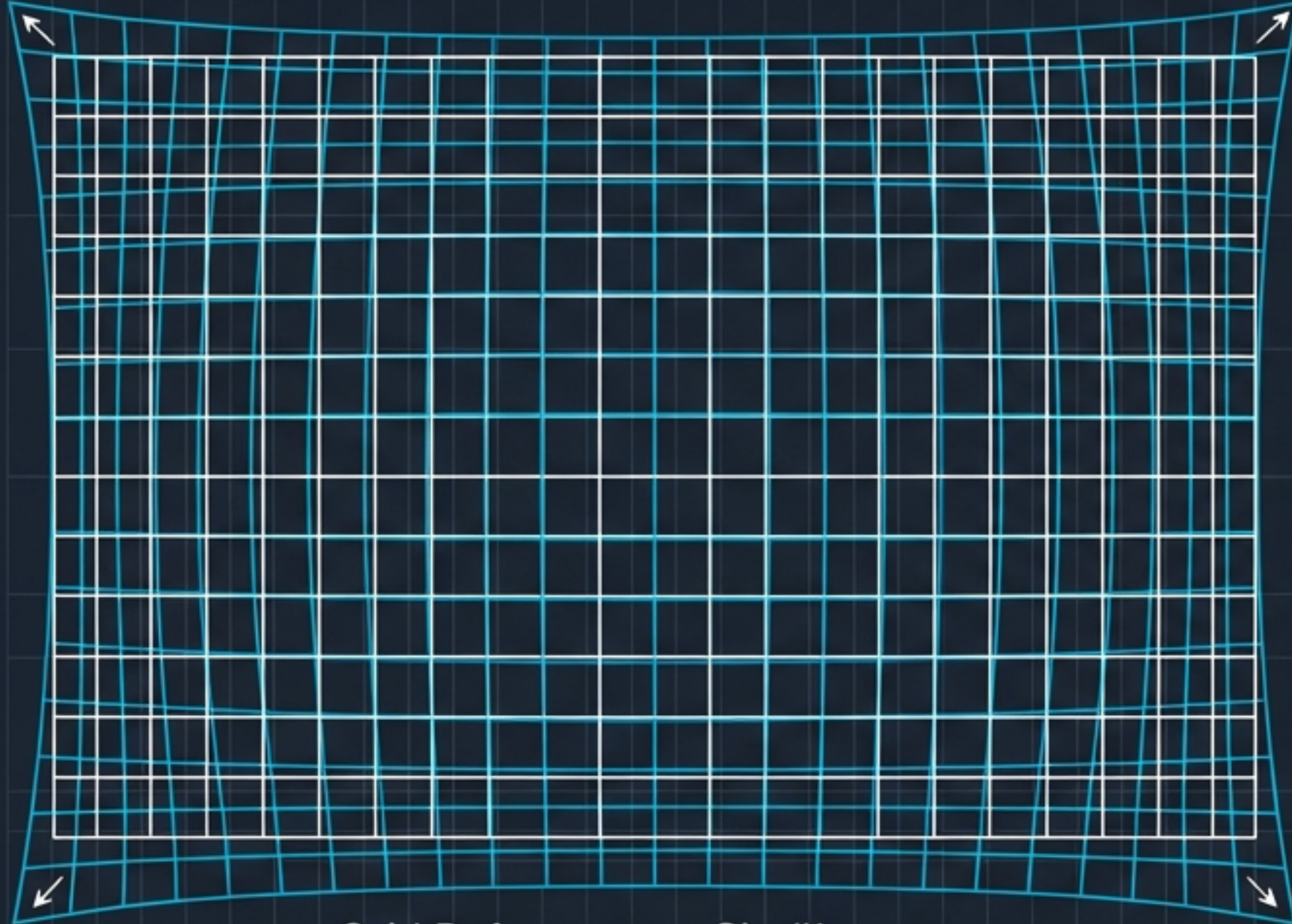
Sorun: Denklem sistemi doğrusal değildir (**non-linear**). Yaklaşık değerler olmadan çözüm ıraksar (divergence).

Luhmann Stratejileri:

- 1. **Uzaysal Geriye Kestirme:** Bilinen noktalarla tekil çözüm.
- 2. **DLT:** Doğrusal ilk tahmin.
- 3. **Ardışık Model:** Adım adım ağ büyütme.



Kendi Kendine Kalibrasyon (Self-Calibration)



Grid Deformasyon Simülasyonu

Brown Modeli (Ek Parametreler - APs):

- Radyal Distorsiyon (A_1, A_2, A_3)
- Teğetsel Distorsiyon (B_1, B_2)
- Afinite ve Ölçek (C_1, C_2)

$$\Delta r' = r' \left(A_1 (r'^2 - r_0^2) + A_2 (r'^4 - r_0^4) + \dots \right)$$

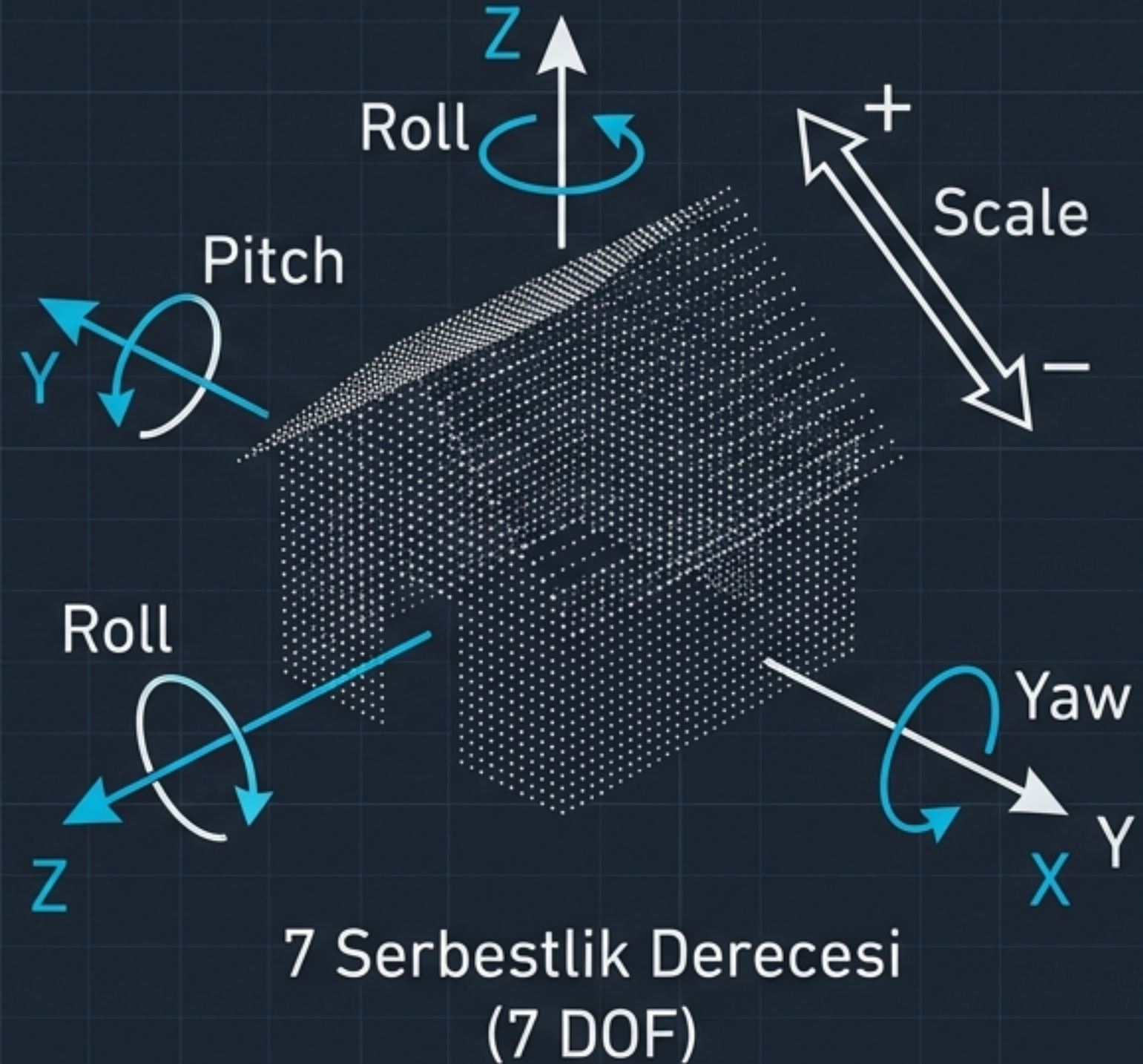
Rank Defekti ve Datum Sorunu

Datum Defect: Ağın řekli bellidir, ancak uzaydaki mutlak konumu belirsizdir.

Rank Defect ($d^{\$}$): 7

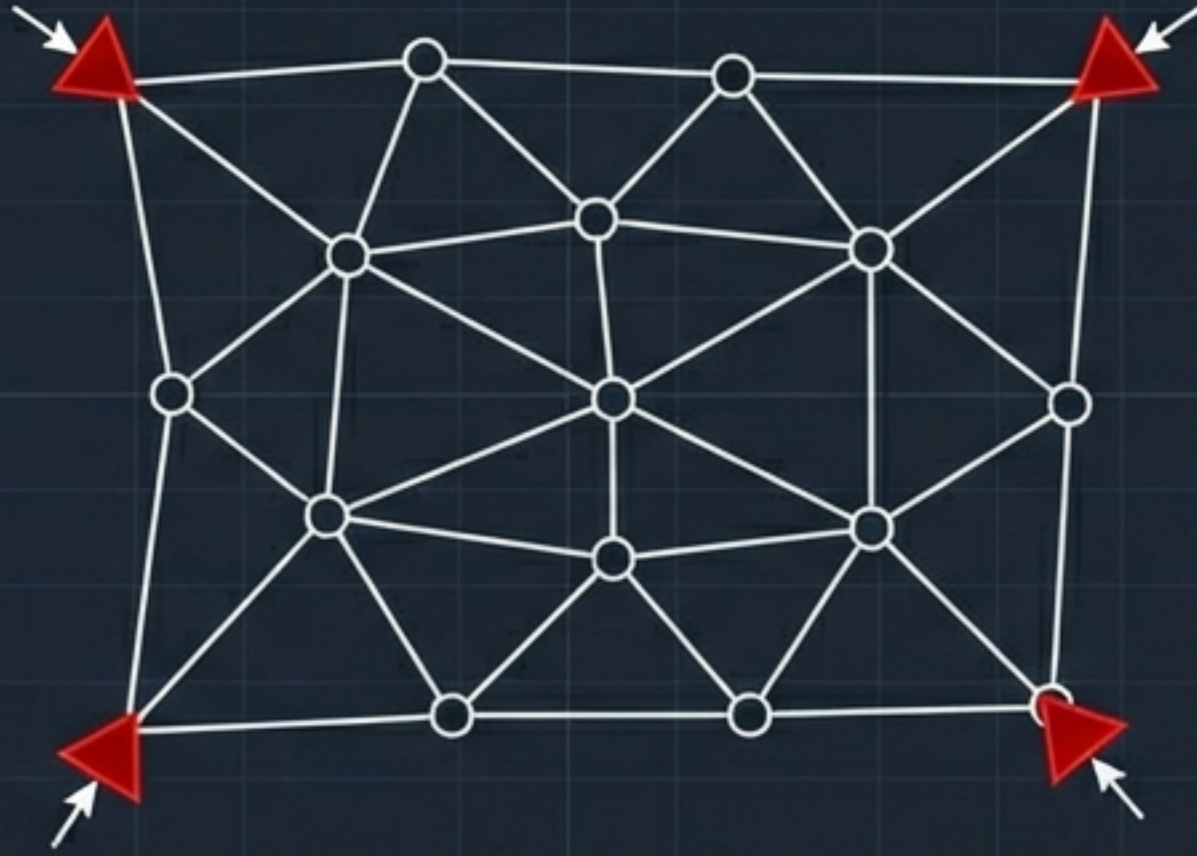
- 3 Öteleme
- 3 Dönüklük
- 1 Ölçek

Sonuç: Normal denklemler matrisi ($N^{\$}$) tekildir (singular) ve tersi alınamaz.



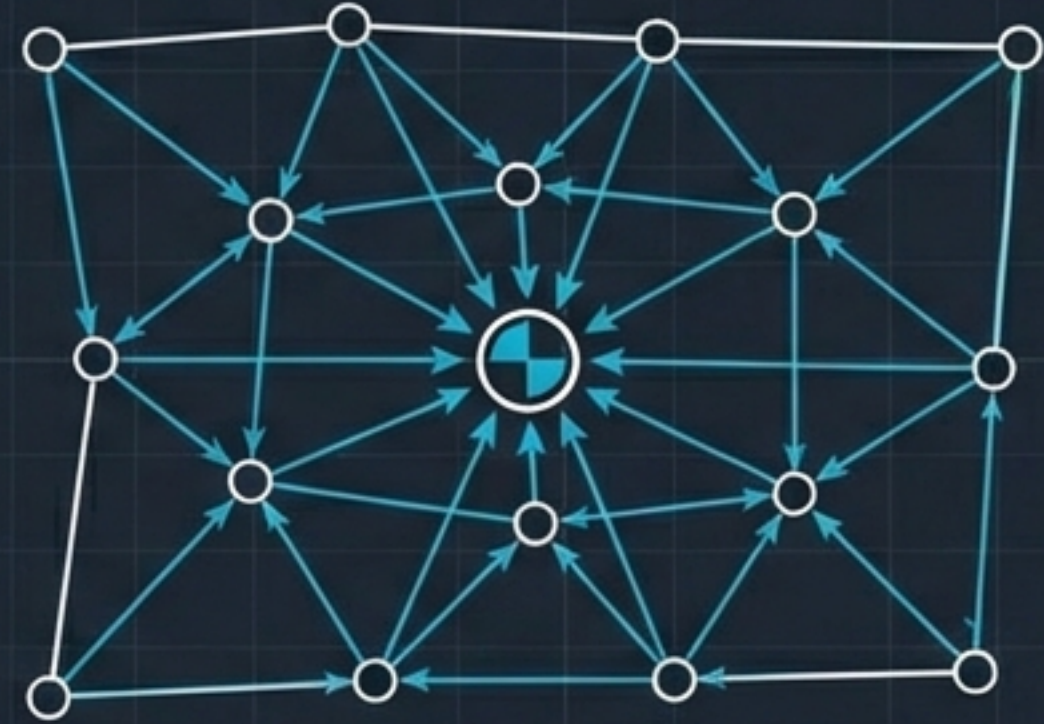
Datum Tanımlama Stratejileri

Kontrol Noktaları (Klasik)



- Ağı dış koordinat sistemine sabitler.
- Dezavantaj: Kontrol noktası hataları ağa yansır (Gerdilme).

Serbest Ağ Dengelemesi (Free Net)



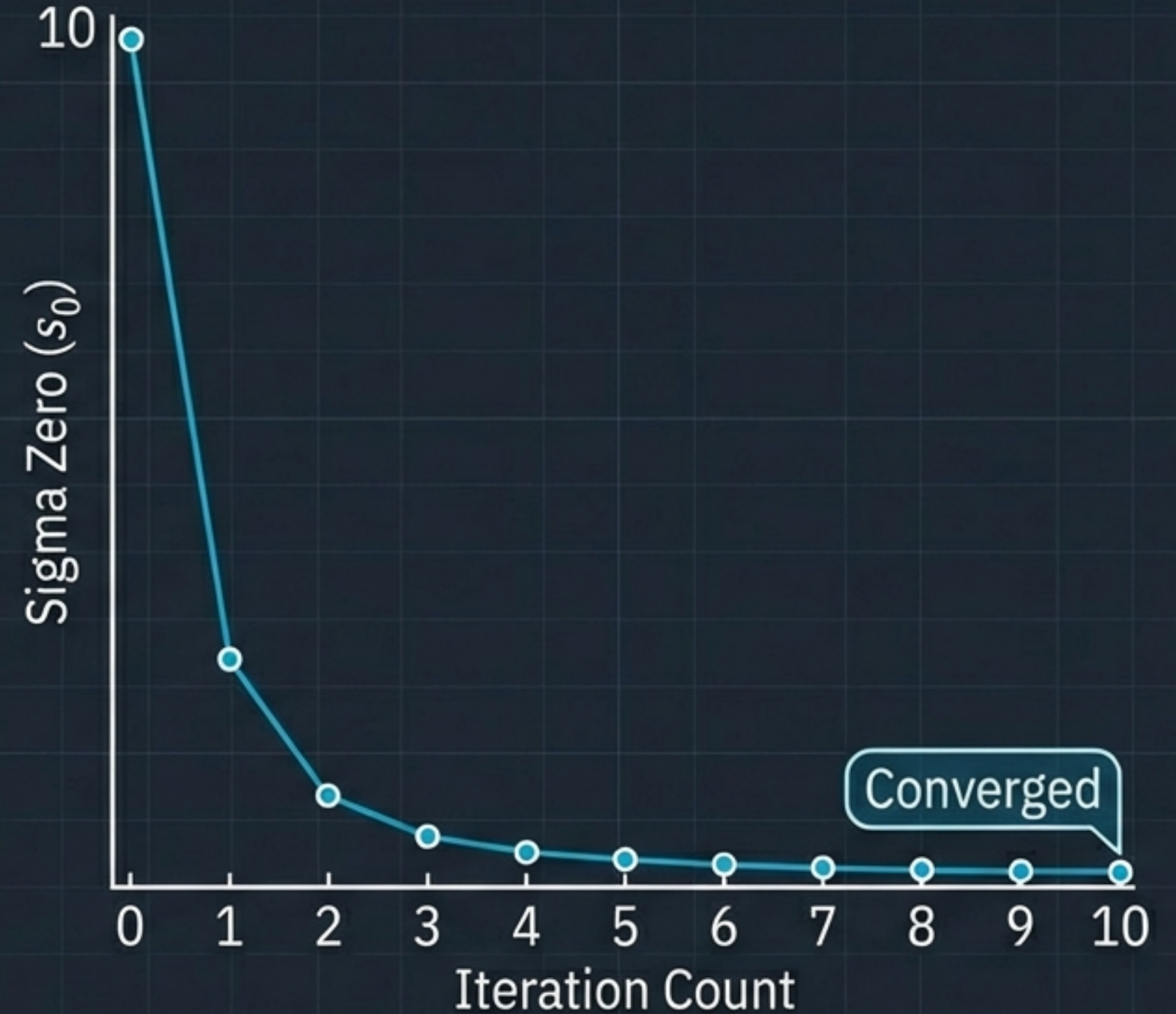
- İç Kısıtlamalar (Inner Constraints): $\sum dX = 0, \dots$
- Ağın iç geometrisini bozmadan datum tanımlanır.
- Avantaj: En yüksek iç doğruluk.

İterasyon ve Yakınsama (Convergence)

Matematiksel Süreç:

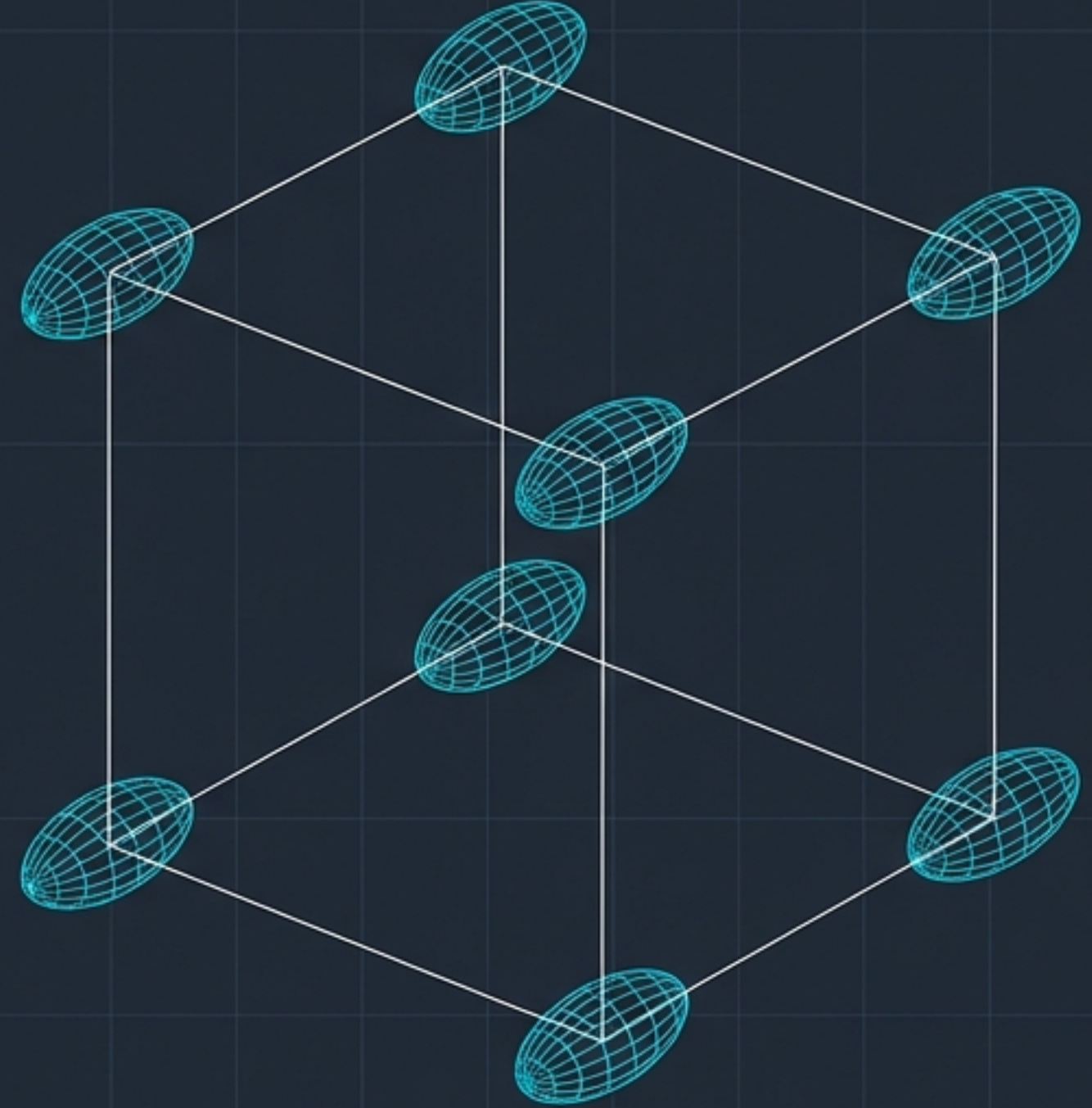
1. Doğrusallaştırma (Linearisation)
2. Normal Denklemlerin Çözümü
3. Bilinmeyenleri Güncelleme
($x_{new} = x_{old} + dx$)
4. Limit değerin altına inene kadar tekrar.

Algoritma: Levenberg-Marquardt
(Sönümlenme faktörü λ ile kararlı çözüm).



Kalite Kontrol I: Hassasiyet (Precision)

- Birim Ağırlıklı Ölçünün Standart Sapması (s_0): Global uyum göstergesi.
- Varyans-Kovaryans Matrisi (Q_{xx}): Bilinmeyenlerin doğruluğu ve korelasyonu.
- Hata Elipsleri: Nokta konum belirsizliğinin 3B görselleştirilmesi.



Kalite Kontrol II: Güvenilirlik (Reliability)

- İç Güvenilirlik: Kaba hataların (Gross errors) tespit edilebilirliği.
- Dış Güvenilirlik: Tespit edilemeyen hataların sonuca etkisi.
- Data Snooping (Baarda): İstatistiksel test ile ayıklama.
- Redundancy (Fazlalık): Güvenilirlik için yüksek örtüşme şarttır.



Sonuç: Fotogrametrik Kesinlik

Demet Dengelemesi, esnekliği ve matematiksel titizliği ile fotogrametrinin "**Altın Standardı**"dır.

- Kamera Kalibrasyonu
- Yöneltilme
- 3B Nokta Belirleme

Tek bir adımda, en yüksek dođrulukla.

Kaostan Düzene...