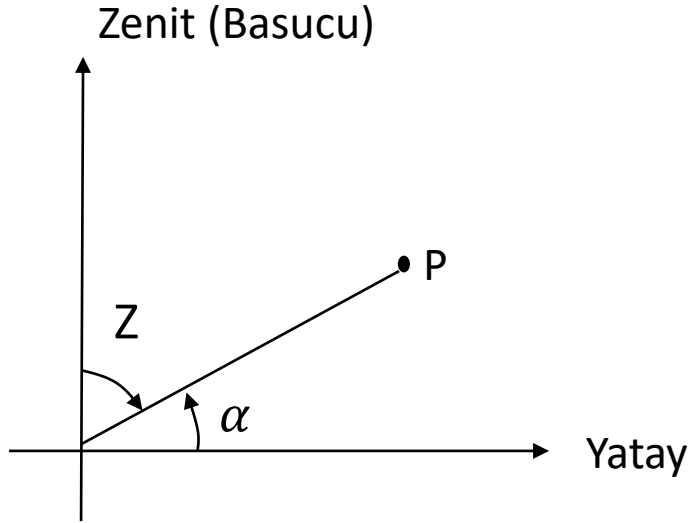


Trigonometrik Nivelman

- Yükseklikler genellikle geometrik nivelmanla belirlenir. Minare kule gibi yanına gidilemeyen ya da arazinin çok engebeli olduğu durumlarda ve geometrik nivelman inceliği istenmeyen işlerde, noktaların yükseklikleri trigonometrik nivelmanla belirlenir.
- Trigonometrik nivelman, daha çok nirengi noktaları ile takimetrik alımda ve total station benzeri elektronik aletlerle yapılan üç boyutlu kutupsal alımda nokta yüksekliklerinin belirlenmesinde kullanılır.

Trigonometrik yükseklik belirlemesi için yüksekliği bilinen bir noktaya teodolit ya da total station kurularak, düşey açı okunur, alet yüksekliği ve işaret yüksekliği ölçülür. Ayrıca iki nokta arasındaki uzaklığın da bilinmesi veya ölçülmesi gerekir.

Düşey Açı



Z: Zenit (basucu) acisi

α : Eğim acisi

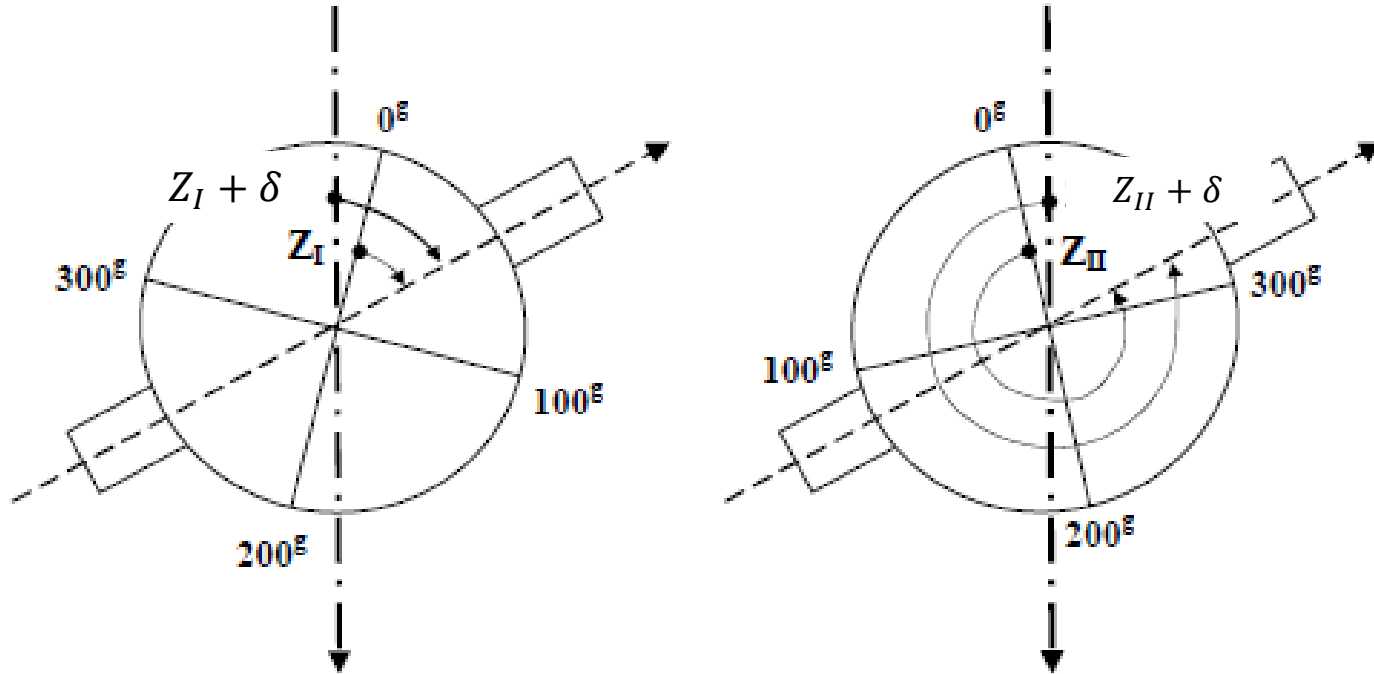
$$Z + \alpha = 100^g$$

İki çeşit düşey açı vardır. Bunlar zenit (başucu) açısı ve eğim açısıdır. Teodolitlerde düşey açı ölçme düzenleri genellikle zenit açısı ölçülecek şekilde yapılmıştır. Düşey açı bölüm dairesi, daire merkezi yatay eksenle çakışacak şekilde ve düşey durumda dürbüne bağlanmıştır. Dürbün aşağı yukarı hareket ettirildiği zaman düşey açı bölüm dairesi de dürbünle birlikte hareket eder.

Dusey Aci hesabi

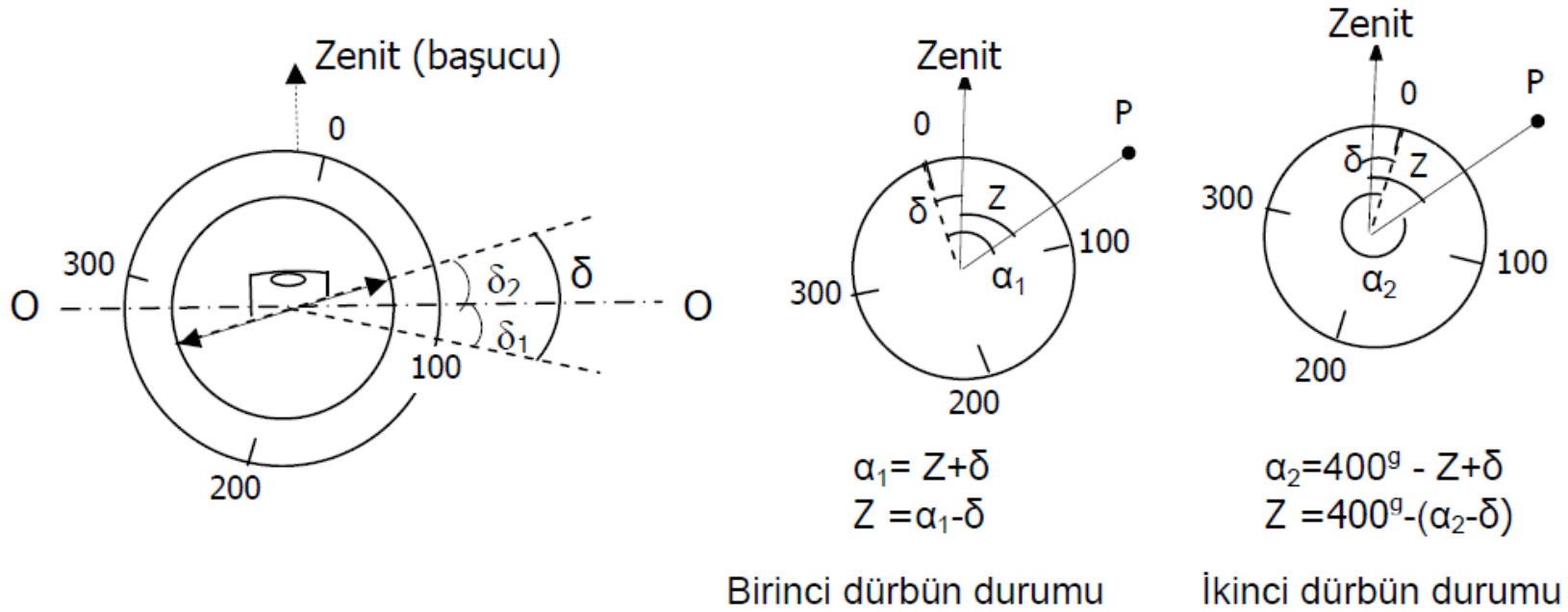
Aletin dusey aci tablasinin 0'in aletin dusey ekseninin cakisik olmasi gerekmektedir. Normal olarak hatasiz olan bir alette bu kosulun kendiliginden saglanmasi gerekir. Saglanmiyor ise alette **gosterge hatasi (indeks hatasi) ya da dusey kolimasyon hatasi** vardir denilir. Bu hatanin giderilmesi aletin her iki durumunda da olcu yaparak giderilir.

Indeks hatasi olmayan bir alette her iki durumda olculen acilarin toplami 400^g olmalidir. Ayni noktaya her iki durumda yapilan dusey aci olculerinin toplami 400^g dan farkinin yarisi indeks hatasinin degerini verir.



Z_I ve Z_{II} Olculen 1. ve 2. durumdaki acilar

$Z_I + \delta$ ve $Z_{II} + \delta$ indeks hatasi giderilmis 1. ve 2. durumdaki acilar



Şekil 3.2 Düşey kolimasyon hatası

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 400^g + 2\delta$$

$$\delta = (\alpha_1 + \alpha_2 - 400^g) / 2$$

Hesaplanan düzeltme değerleri ölçülen düşey açıların toplamı 400 grad olacak şekilde eklenir.

- **Ornek:**

- $\alpha_1 = 97.6586$

- $\alpha_2 = 302.3458$

- $\delta = \frac{(\alpha_I + \alpha_{II}) - 400}{2} = \frac{400.0044 - 400}{2} = \frac{0.0044}{2} = 0.0022$

- $Z_I = \alpha_I - 0.0022 = 97.6564$

- $Z_2 = \alpha_2 - 0.0022 = 302.3436$

 400.0000^g

Düşey Açı Ölçümü ve Hesabı

- Düşey açı ölçülerinde yatay acılar gibi dizi yöntemi uygulanır. Gözlem yapılan her bir nokta için durbunun birinci ve ikinci durumunda yapılan açı okumaları bir dizi alınır. İstenilen duyarlılığa göre düşey acılar iki veya dört dizi olarak gerçekleştirilirler.

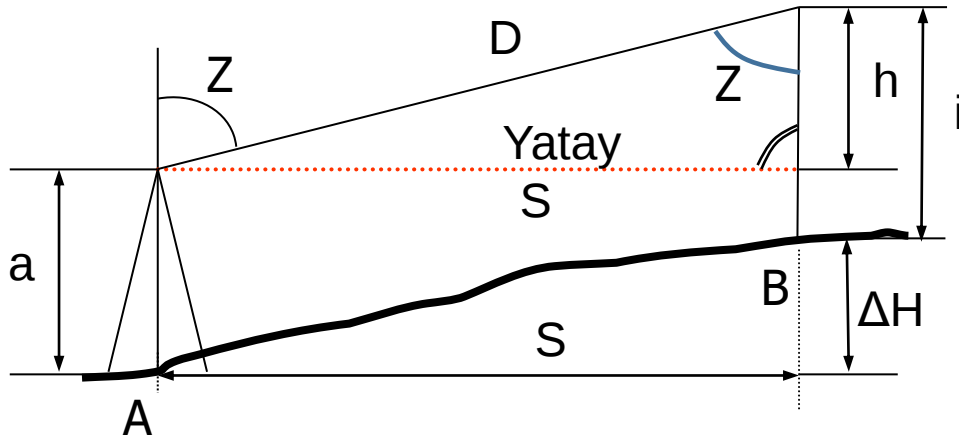
DN	BN	Silsile No	Dümbün Durumu	Okunan Düşey Açı	δ	Z_{400^g-Z}	Ortalama Z
A	B	1	I	95 ^g .7718	-30 ^{cc}	95 ^g .7688	95 ^g .7689
			II	304.2342	-30 ^{cc}	304.2312	
				400.0060		400.0000	
		2	I	95.7730	-40 ^{cc}	95.7690	
			II	304.2350	-40 ^{cc}	304.2310	
				400.0080		400.0000	
	C	1	I	107.3641	-35 ^{cc}	107.3606	107.3601
			II	292.6429	-35 ^{cc}	292.6394	
				400.0070		400.0000	
		2	I	107.3623	-27 ^{cc}	107.3596	
			II	292.6431	-27 ^{cc}	292.6404	
				400.0054	$\delta_{ort}=-33$	400.0000	

Örnek

- Bir nirengi noktasında yapılan düşey açı gözlemleri aşağıda verilmiştir. Bu ölçüleri değerlendirerek hesaplamalarda kullanılacak düşey açıları bulunuz

DN	BN	Dürbün	Düşey Açı	Düzeltilme (cc)	Düzeltilmiş düşey açı	Kesin düşey açı
D	A	I	105.8196	+20	105.8216	105.8218
		II	294.1764	+20	294.1784	294.1782
		toplam	399.9960		400.0000	
D	A	I	105.8204	+16	105.8220	
		II	294.1764	+16	294.1780	
		toplam	399.9968		400.0000	
D	B	I	95.1135	-24.5	95.11105	95.1104
		II	304.8914	-24.5	304.88895	304.8896
		toplam	400.0049		400.0000	
	B	I	95.1116	-18.5	95.10975	
		II	304.8921	-18.5	304.89025	
		toplam	400.0037		400.0000	

Kısa Mesafede ($S < 250$ m) Trigonometrik Yükseklik Ölçümü



D: eğik mesafe
S: yatay mesafe
a: alet boyu
i: isaret yüksekliği

$$H_B = H_A + a + h - i$$

$$h = S \cot Z \quad \text{Yatay uzunluğa göre}$$

$$h = D \cos Z \quad \text{Eğik uzunluğa göre}$$

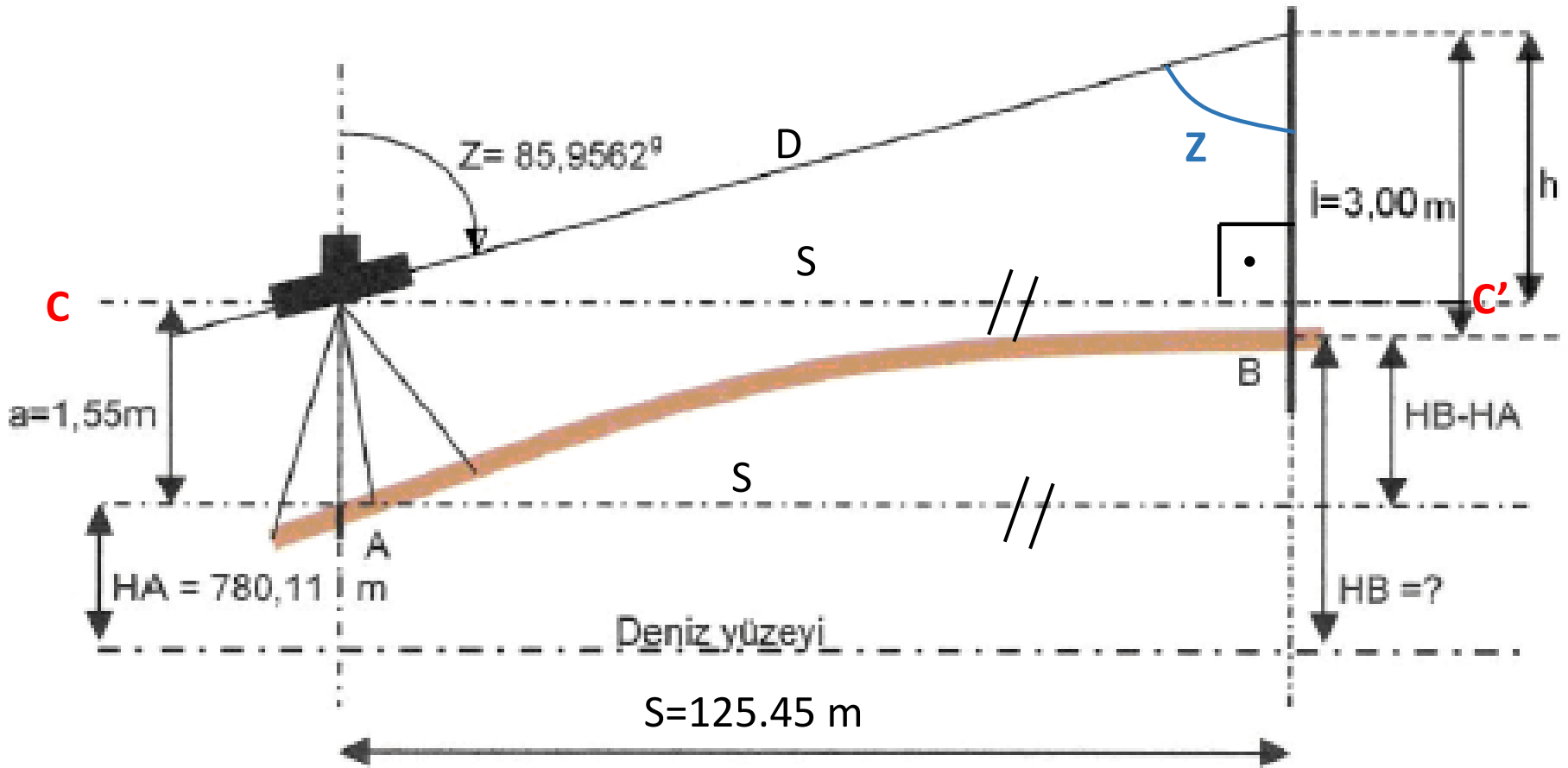
yazılabilir. h'in değeri yukarıdaki (3.1) eşitliğinde yerine konursa,

$$H_B = H_A + a + S \cot Z - i$$

$$H_B = H_A + a + D \cos Z - i$$

$h = S \cot Z$ büyüklüğü dikey acinin 100 değerinden küçük olması durumunda "+" büyük olması durumunda "-" değerlidir, isareti dikkate alınarak bağintıda yerine yazılır.

- İki nokta arasındaki yükseklik farkının trigonometrik olarak hesaplanabilmesi için, bu noktalardan birine teodolit kurularak, diğer noktadaki işarete bakılır ve düşey açı ile birlikte yatay ya da eğik uzunluk ölçülür.
- Ayrıca durulan noktada alet yüksekliği (yatay eksene kadar), bakılan noktada da işaret yüksekliği ölçülür. Yerin küreselliğinin ve refraksiyonun (ışığın kırılmasının) etkisi 250 metreye kadar uzunluklarda 1 cm nin altında kaldığı için bu iki faktörün etkisi, 250 metreye kadar olan uzunluklarda dikkate alınmaz. Trigonometrik yükseklik hesabında 250 metreye kadar olan uzunluklar, kısa mesafe olarak adlandırılır.



$$H_B = H_A + a + S \cot Z - i$$

$$H_B = H_A + a + D \cos Z - i$$

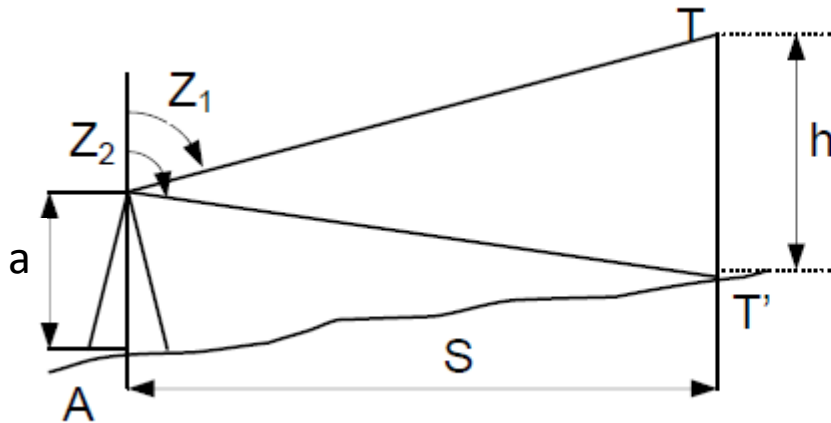
$$\Delta H = H_B - H_A = a + S \cot Z - i$$

$$H_B = 780.11 \text{ m} + 1.55 \text{ m} + 125.45 \text{ m} \cdot \cot 85.9562 - 3.00$$

$$H_B = 806.792 \text{ m}$$

Kule Yüksekliği Ölçümü

- S Uzunluğu Ölçülüyor



Bilinen: HA

Ölçülen: Z_1, Z_2, S

Istennen: $h = ?$

h kule yüksekliği, şekilden de görüldüğü üzere $h = H_T - H_T'$ bağıntısı ile hesaplanır. Öncelikle verilenlere göre H_T ve H_T' nün hesaplanması gerekir.

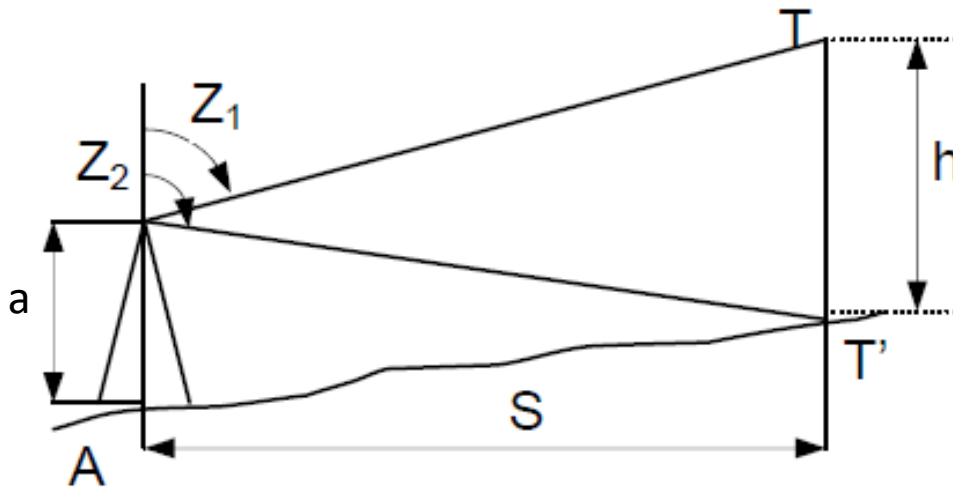
$$HT=HA+a+S^*\cot Z1$$

$$HT' = HA + a + S^* \cot Z_2$$

$$HT-HT' = S(\cot Z1 - \cot Z2)$$

- Eğer kulenin tabanı olan T' noktasının yüksekliği önceden biliniyorsa ya da geometrik nivelman ile belirlenmiş ise trigonometrik olarak sadece kulenin tepesinin yüksekliğinin (HT) belirlenmesi yeterlidir.
- Yine $h=HT-HT'$ bağıntısı kullanılarak h hesaplanır. Bu durumda Z_2 düşey açısının ölçülmesine ihtiyaç yoktur fakat alet yüksekliğinin ölçülmesi gerekir.

Örnek-1



$Z_1=95.3674$
 $Z_2=102.1826$

$S=75.14 \text{ m}$
 $h=?$

$$h=S(\cot Z_1-\cot Z_2)=75.14*(\cot 95.3674-\cot 102.1826)=8.0546 \text{ m}$$

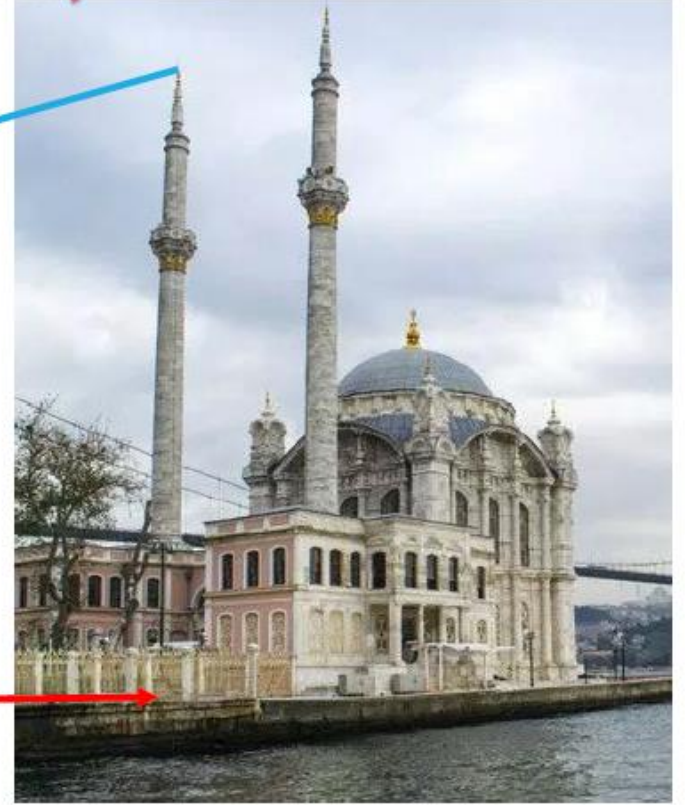
$h=8.05 \text{ m}$

Kule Yüksekliği

Yatay uzunluk (s) ölçülemiyorsa;



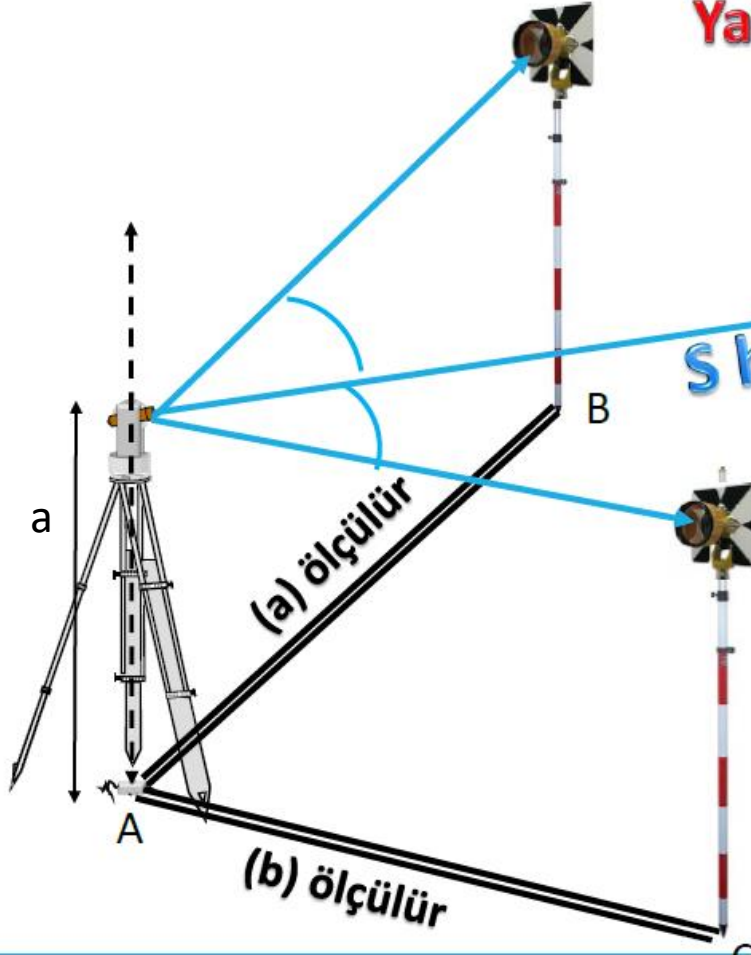
(s) ölçülemiyorsa;



Yatay uzunluk (s) hesabı

s hesaplanır.

A noktasından
yatay doğrultular ölçülür.
a ve b kenarları ölçülür.



- S Uzunluğu Ölçülemiyor
- a) Yatayda Oluşturulan iki Üçgen Yardımıyla S Kenarının Hesabı

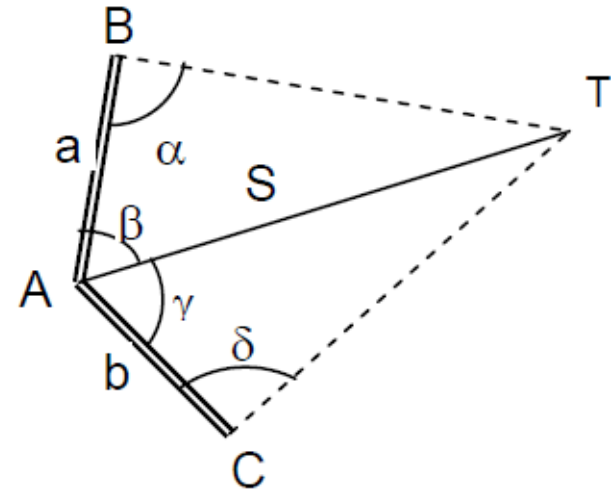
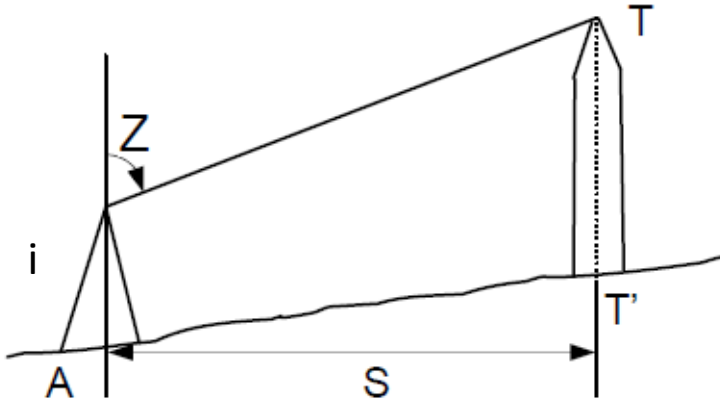
Bilinenler : $H_A, H_{T'}$ yükseklikleri

İstenen: $h = ?$

Ölçülenler : Z düşey açısı

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ yatay açıları

a ve b kenarları



Şekil 3.5 Yatayda oluşturulan iki üçgen yardımıyla kule yüksekliği hesabı

$$ABT \rightarrow S = a \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$ATC \rightarrow S = b \cdot \frac{\sin \delta}{\sin(\gamma + \delta)}$$

S Uzunluğu Ölçülemiyor

a) Yatayda Oluşturulan iki Üçgen Yardımıyla S Kenarının Hesabı

$$\left. \begin{array}{l} ABT \rightarrow S = a \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \\ ATC \rightarrow S = b \cdot \frac{\sin \delta}{\sin(\gamma + \delta)} \end{array} \right\} \rightarrow S \text{ hesaplanır}$$

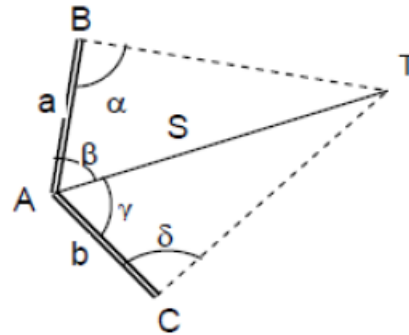
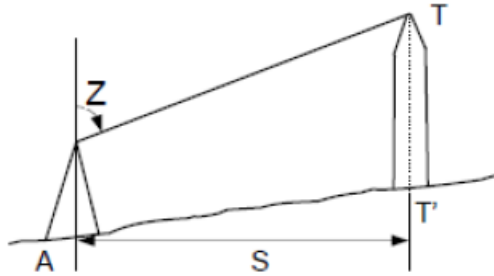
Buradan ortalama S bulunur ve bu değerle de HT yüksekliği hesaplanır.

$$H_T = H_A + i + S * \cot Z$$

$$h = H_T - H_{T'}$$

Kule Yüksekliği

ÖRNEK-2



$$a = 28.15 \text{ m}$$

$$\alpha = 75^{\circ}.1428$$

$$b = 23.90 \text{ m}$$

$$\beta = 67.3920$$

$$Z = 95^{\circ}.1686$$

$$\gamma = 71.2675$$

$$i = 1.50 \text{ m}$$

$$\delta = 80.4750$$

$$H_A = 101.00 \text{ m}$$

$$H_T = 101.95 \text{ m}$$

$$h = ?$$

$$S = a \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = 33.162 \text{ m}$$

$$S = b \cdot \frac{\sin \delta}{\sin(\gamma + \delta)} = 33.142 \text{ m}$$

$$S_{\text{ort}} = 33.152 \text{ m}$$

$$H_T = H_A + 1.50 + S \cdot \cot Z = 101.00 + 1.50 + 33.152 \cdot \cot 95^{\circ}.1686 =$$

$$= 101.00 + 1.50 + 2.52 = 105.02 \text{ m}$$

$$h = H_T - H_{T'} = 105.02 - 101.95 = 3.07 \text{ m}$$

b) Düşey Düzlemde Oluşturulan İki Üçgen Yardımıyla S Kenarının Hesabı

Bu yöntemde A, B ve T noktaları, aynı düşey düzlem içinde olacak şekilde seçilir.

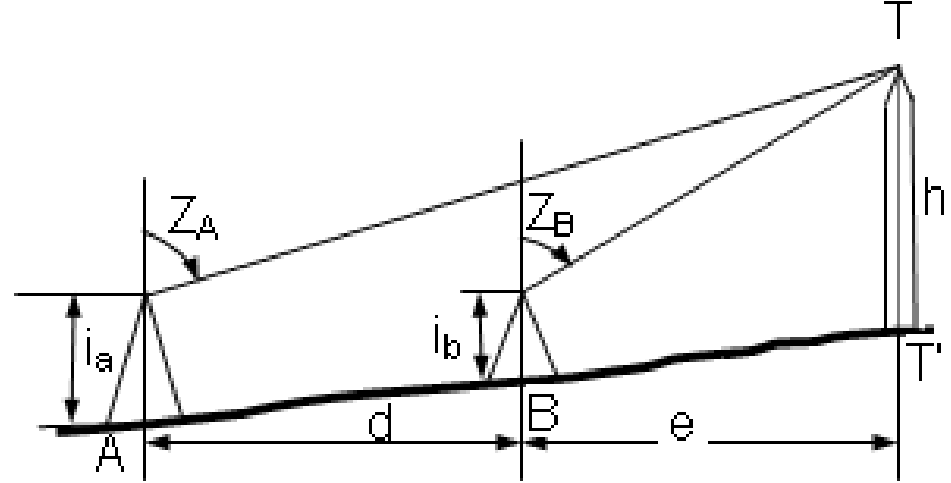
Bilinenler: H_A , H_B , H_T

Ölçülenler :

Z_A , Z_B düşey açıları

d uzaklığı

i_a , i_b alet yükseklikleri



İstenen: $h = ?$

Şekil 3.6 Düşey düzlemde iki üçgen oluşturulması

$$H_T = H_A + i_a + (d + e) \cot Z_A$$

$$H_T = H_B + i_b + e \cot Z_B$$

$$H_A + i_a + (d+e) \cot Z_A = H_B + i_b + e \cot Z_B$$

$$e \cot Z_A - e \cot Z_B = H_B + i_b - H_A - i_a - d \cot Z_A$$

$$e = \frac{H_B - H_A + i_b - i_a - d \cdot \cot Z_A}{\cot Z_A - \cot Z_B}$$

Örnek:

$$Z_A = 82.1694$$

$$Z_B = 53.4961$$

$$H_A = 100.00 \text{ m}$$

$$H_B = 102.15 \text{ m}$$

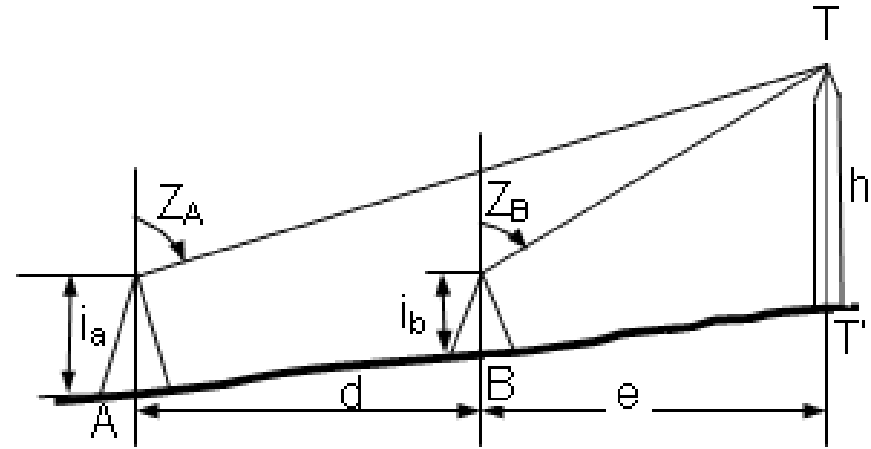
$$H_{T'} = 105.24 \text{ m}$$

$$i_a = 1.55 \text{ m}$$

$$i_b = 1.42 \text{ m}$$

$$d = 42.76 \text{ m}$$

$$h = ?$$



$$H_T = H_A + i_a + (d + e) \cdot \cot Z_A$$

$$H_T = H_B + i_b + e \cdot \cot Z_B$$

$$H_A + i_a + (d + e) \cdot \cot Z_A = H_B + i_b + e \cdot \cot Z_B$$

$$e = \frac{H_B - H_A + i_b - i_a - d \cdot \cot Z_A}{\cot Z_A - \cot Z_B} = \frac{102.15 - 100.00 + 1.42 - 1.55 - 42.76 \cdot \cot 82.1694}{\cot 82.1694 - \cot 53.4961}$$

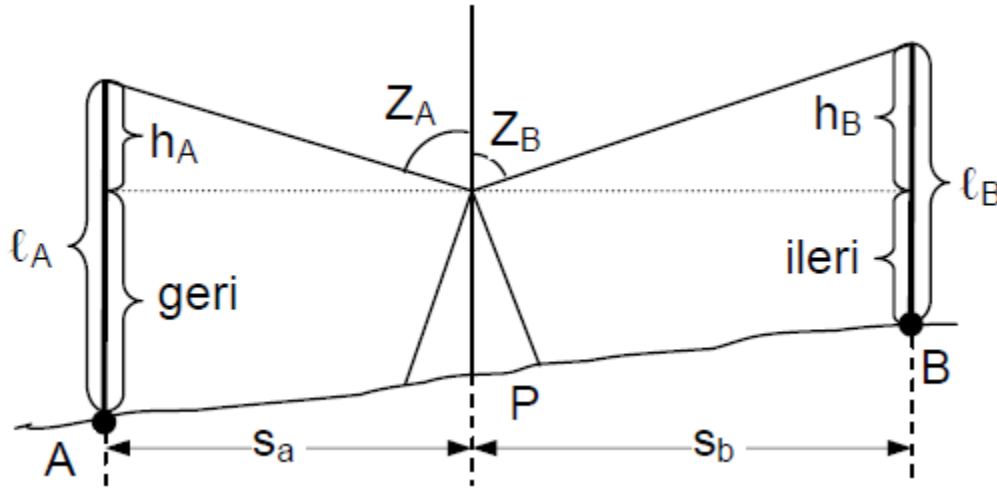
$$e = \frac{-10.27963822}{-0.6081415692} = 16.903 \text{ m}$$

$$\text{Hesap} \rightarrow H_T = 100.00 + 1.55 + (42.76 + 16.90) \cdot \cot 82.1694 = 118.712 \text{ m}$$

$$\text{Kontrol} \rightarrow H_T = 102.15 + 1.42 + 16.90 \cdot \cot 53.4961 = 118.709 \text{ m}$$

$$h = H_T - H_{T'} = 118.71 - 105.24 = 13.47 \text{ m}$$

Trigonometrik nivelman



Bilinenler : H_A

Ölçülenler: $Z_A, Z_B, S_a, S_b, \ell_A, \ell_B$

İstenen : $H_B = ?$

Trigonometrik nivelmanla iki nokta arasındaki yükseklik farkının bulunmasında, geometrik nivelmandaki geri - ileri bağıntısından yararlanılır.

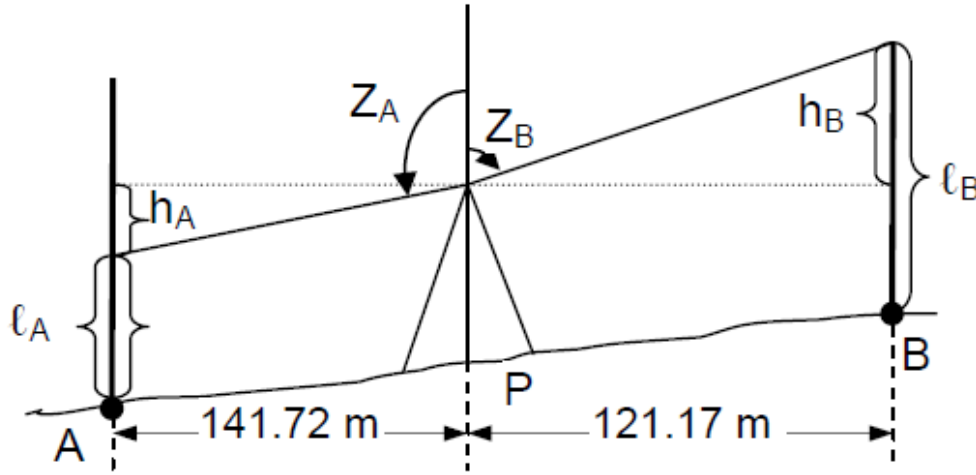
$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = \text{geri} - \text{ileri} = (\ell_A - h_A) - (\ell_B - h_B)$$

$$H_B - H_A = \ell_A - S_a * \cot Z_A - \ell_B + S_b * \cot Z_B$$

$$H_B = H_A + S_b * \cot Z_B - S_a * \cot Z_A + \ell_A - \ell_B$$

- Yukarıdaki bağıntı*, şu şekilde de elde edilebilir:Alet kurulan P noktasına göre, A ve B noktalarının yüksekliklerini veren bağıntılar yazılır ve sonra bu bağıntılardan HB -HA oluşturulur.
- $H_B = H_P + i + S_b * \cot Z_B - \ell_B$
- $H_A = H_P + i + S_a * \cot Z_A - \ell_A$
- $H_B - H_A = S_b * \cot Z_B - S_a * \cot Z_A + \ell_A - \ell_B$
- Bu bağıntı çıkartılırken ZA ve ZB nin değerleri ne olursa olsun, ZA ve ZB nin 100g dan küçük, yani hA ve hB nin pozitif olduğu şekil esas alınır. ZA ve ZB nin tüm değerleri için yukarıdaki eşitlik geçerlidir.

Örnek :



Bilinen : $H_B = 1000.00 \text{ m}$

Ölçülenler : $Z_A = 106^g.1871$

$Z_B = 95^g.3943$

$\ell_A = 1.20 \text{ m}$

$\ell_B = 3.46 \text{ m}$

İstenen : $H_A = ?$

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = (\ell_A - s_a \cot Z_A) - (\ell_B - s_b \cot Z_B)$$

$$H_A = H_B + s_a \cot Z_A - s_b \cot Z_B - \ell_A + \ell_B$$

$$H_A = 1000.00 + 141.72 \cot 106.1871 - 121.17 \cot 95.3943 - 1.20 + 3.46$$

$$H_A = 1000.00 - 13.817 - 8.782 - 1.20 + 3.46 = 1000.00 - 20.339 = 979.661 \text{ m}$$

$$H_A = 979.66 \text{ m}$$

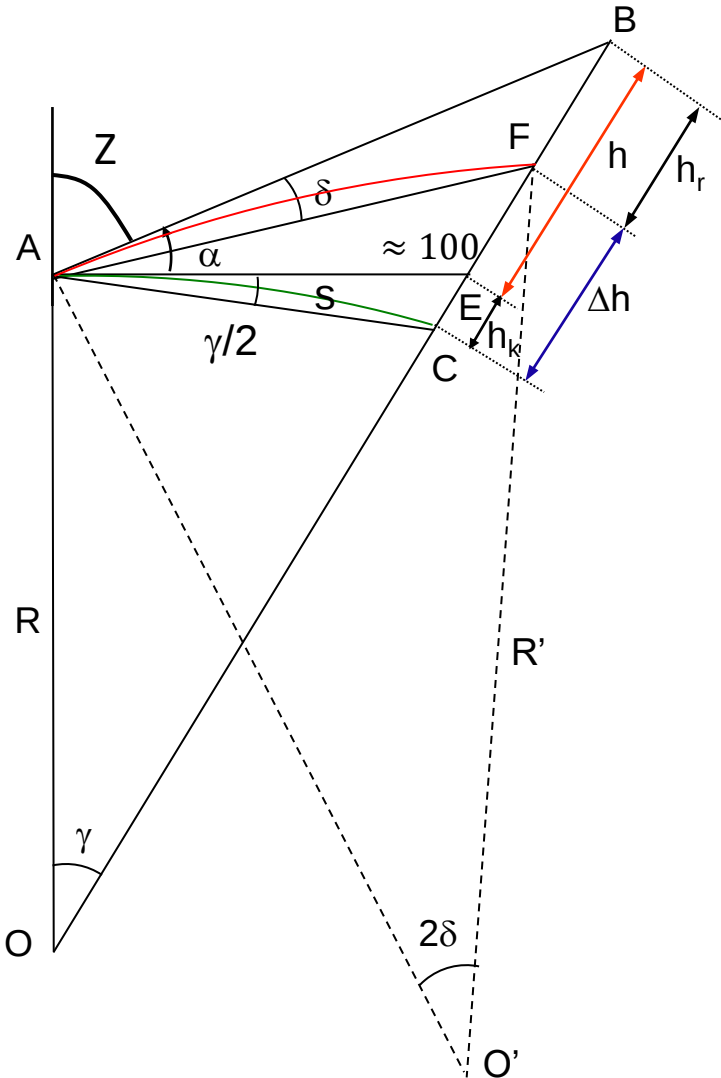
$$H_B = H_P + i + S_b * \cot Z_B - \ell_B$$

$$H_A = H_P + i + S_a * \cot Z_A - \ell_A$$

$$H_B - H_A = S_b * \cot Z_B - S_a * \cot Z_A + \ell_A - \ell_B$$

Uzun Mesafede ($S > 250$ m) Trigonometrik Nivelman

Noktalar arasındaki uzaklık 250 metreden fazla ise, yerin küreselliğinin ve ışığın kırılmasının (refraksiyonun) etkisi hesaba katılır.



$R = 6373394 \text{ m}$ (Dünyanın yarıçapı),

$$R' = R/k \text{ (Işın yayının yarıçapı),}$$

k = Kırılma (refraksiyon) katsayısı,

h_k = Yerin küreselliğinin etkisi,

n_r =Refraksiyonun (ışığın kırılmasının) etkisi,

$\Delta H = A$ ve B noktaları arasındaki yükseklik farkı,

$$Z = 100^g - \alpha$$

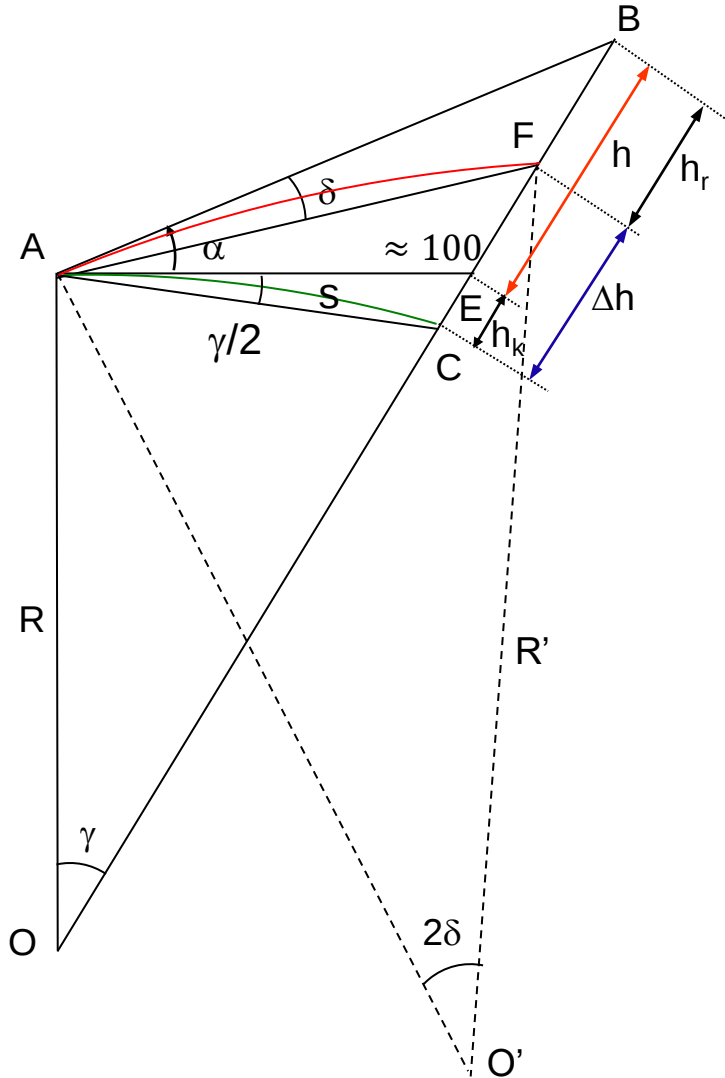
$$h = s_* \tan \alpha = s_* \cot Z$$

CE=h_k=yer küreselliğinden meydana gelen düzeltme

$\mathbf{B}\mathbf{F}=\mathbf{h}_r$ =ışınların kırılmasından ileri gelen refraksiyon düzeltmesidir.

Uzun Mesafede ($S > 250$ m) Trigonometrik Nivelman

Noktalar arasındaki uzaklık 250 metreden fazla ise, yerin küreselliğinin ve ışığın kırılmasının (refraksiyonun) etkisi hesaba katılır.



AEC üçgeninde $\tan \frac{\gamma}{2} = \frac{h_k}{s} \Rightarrow h_k = s \cdot \tan \frac{\gamma}{2} \quad (1)$

AOC üçgeninde $\tan \frac{\gamma}{2} = \frac{s}{2R}$

γ küçük açı olduğundan,

$$\Rightarrow \frac{\gamma}{2} = \tan \frac{\gamma}{2} = \frac{s}{2R}$$

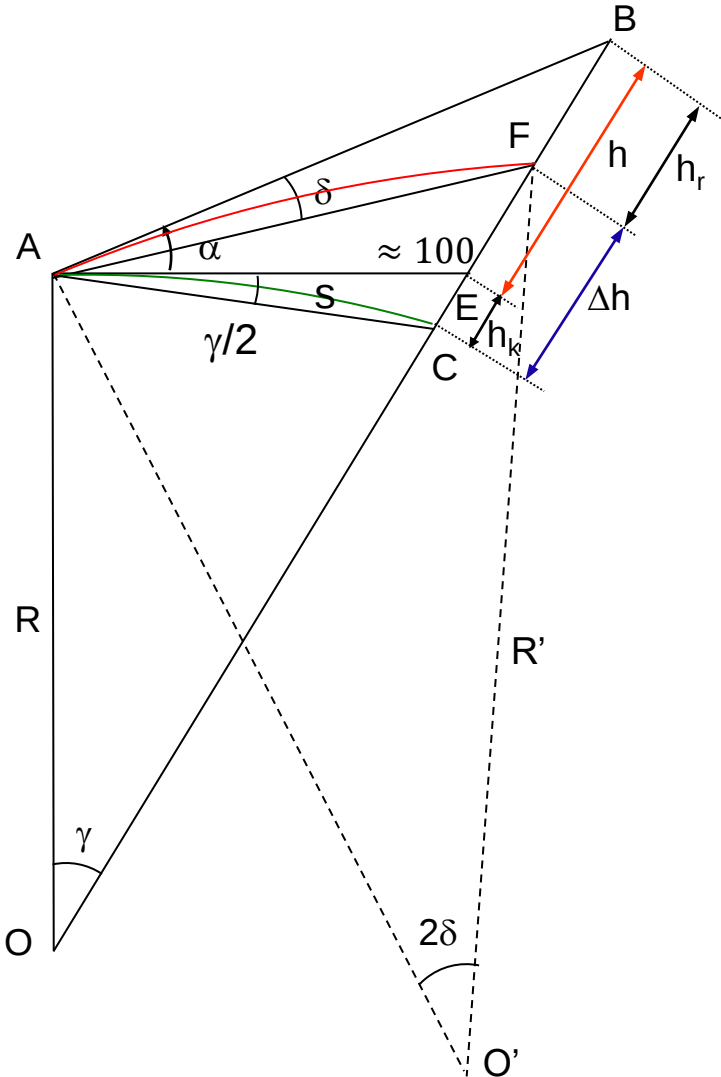
Bu değer (1) eşitliğinde yerine konulursa,

$$h_k = s \cdot \frac{s}{2R} = \frac{s^2}{2R}$$

elde edilir.

Uzun Mesafede ($S > 250$ m) Trigonometrik Nivelman

Noktalar arasındaki uzaklık 250 metreden fazla ise, yerin küreselliğinin ve ışığın kırılmasının (refraksiyonun) etkisi hesaba katılır.



Işın yayı, bir daire yayı olarak alınabilir ve yarıçapı R' ile gösterilirse, ışığın kırılmasının etkisi de, yerin küreselliğinin etkisine benzetilerek

$$h_r = \frac{s^2}{2R'} = \frac{s^2}{2\frac{R}{k}} = \frac{s^2 \cdot k}{2R}$$

$$\Delta h = h + h_k - h_r$$

yazılabilir. Şekilden görüldüğü gibi, küreselliğin etkisi daima (+), ışığın kırılmasının etkisi ise eksi daima (-) dir. Refraksiyon (kırılma) katsayısı verilmezse ya da bilinmiyorsa, ülkemizde $k=0.13$ ortalama değeri kullanılır.

$$\Delta H = h + h_k - h_r$$

$$\Delta H = s \cdot \cot Z + \frac{s^2}{2R} - \frac{s^2 \cdot k}{2R}$$

$$\Delta H = s \cdot \cot Z + \frac{(1 - k) \cdot s^2}{2R}$$

Alet (a) ve işaret (i) yükseklikleri de dikkate alınarak

$$\Delta H = s \cdot \cot Z + \frac{(1 - k)}{2R} \cdot s^2 + a - i$$

olarak elde edilir. Alet kurulan noktanın yüksekliği biliniyorsa, bakılan noktanın yüksekliği aşağıdaki eşitlik ile bulunur.

$$H_B = H_A + S \cdot \cot Z + \frac{(1 - k) \cdot S^2}{2 \cdot R} + a - i$$

Trigonometrik Nivelman

Kısa Mesafe: < 250m

$$H_B = H_A + S \cdot \cot Z + a - i$$

Uzun Mesafe: > 250m

$$H_B = H_A + S \cdot \cot Z + \frac{(1 - k) \cdot S^2}{2 \cdot R} + a - i$$

$$k=0.13$$

Yerin küreselliğinin ve ışığın kırılmasının etkisi $k=0.13$, $R=6373394$ m alınarak, belirli uzunluklar için hesaplanmış ve aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

s_i	50 m	100 m	250 m	500 m	1 km
h_k	0.20 mm	0.78 mm	4.90 mm	9.61 mm	78,45 mm
h_r	-0,03 mm	-0.10 mm	-0.64 mm	-2.54 mm	10.20 mm
h_k+h_r	0.17 mm	0.68 mm	4.26 mm	7.07 mm	68.25 mm

Örnek 1:

$$H_A = 2000.00 \text{ m}$$

$$H_B = ?$$

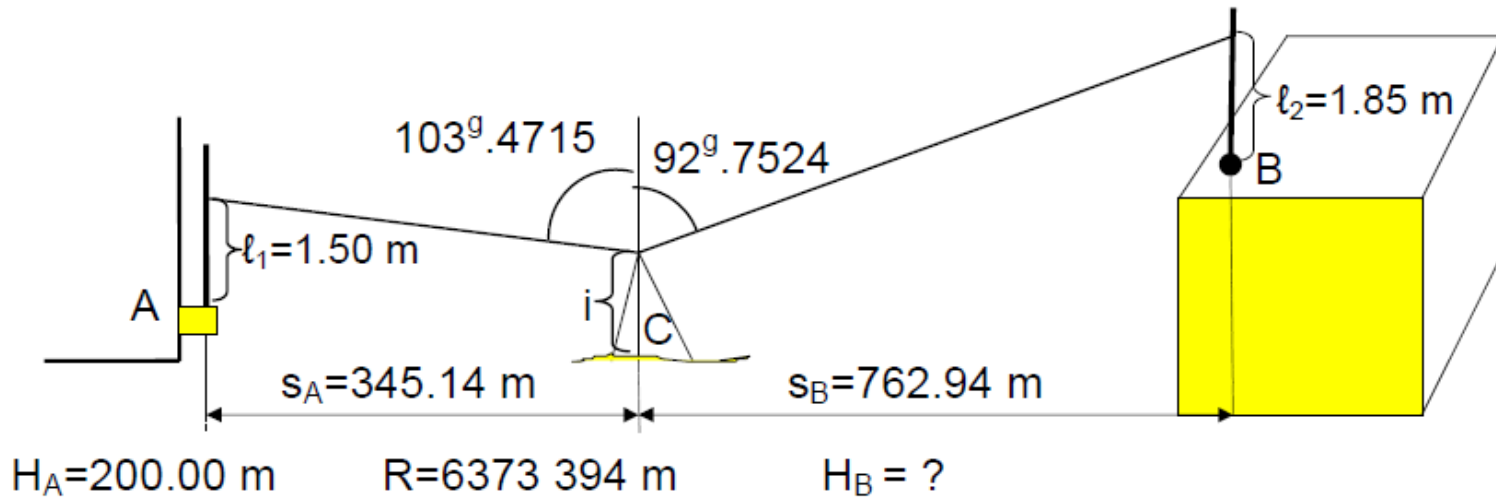


$$H_B = H_A + s \cdot \cot Z + \frac{(1-k)}{2R} \cdot s^2 + i - t$$

$$H_B = 2000.00 + 2462.36 \cdot \cot 94.7215 + \frac{(1-0.13)}{2 \cdot 6373394} \cdot (2462.36)^2 + 1.50 - 3.10$$

$$H_B = 2000.00 + 204.634 + 0.414 + 1.50 - 3.10 = 2203.45 \text{ m}$$

Örnek 2:



$$H_B = H_C + i + s_B \cdot \cot Z_B + \frac{1-k}{2R} \cdot s_B^2 - \ell_2$$

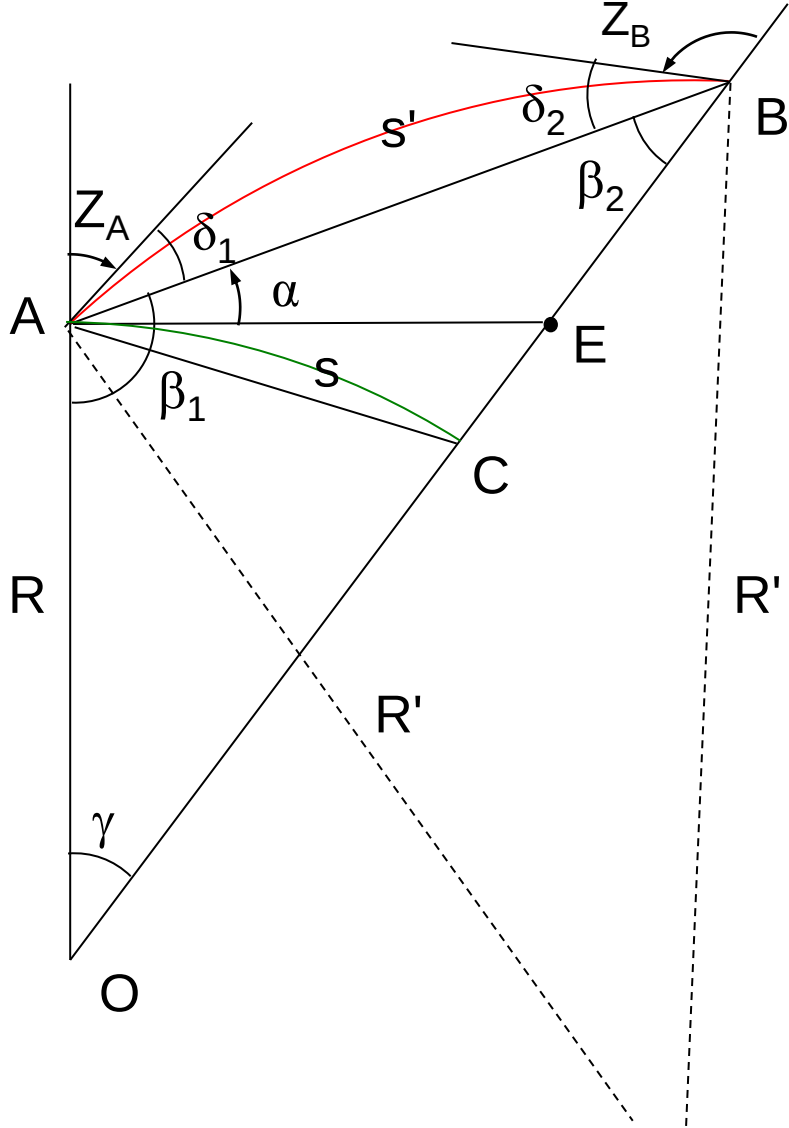
$$H_A = H_C + i + s_A \cdot \cot Z_A + \frac{1-k}{2R} \cdot s_A^2 - \ell_1$$

$$H_B - H_A = s_B \cdot \cot Z_B - s_A \cdot \cot Z_A + \frac{1-k}{2R} \cdot (s_B^2 - s_A^2) + \ell_1 - \ell_2$$

$$= 762.94 \cdot \cot 92^\circ 75' 24'' - 345.14 \cdot \cot 103^\circ 47' 15'' + \frac{1-0.13}{2R} (762.94^2 - 345.14^2) + 1.50 - 1.85$$

$$H_B - H_A = 105.755 \text{ m} \rightarrow H_B = H_A + 105.755 \text{ m} = 305.755 \text{ m}$$

Işığın Kırılma (Refraksiyon) Katsayısının (k) Belirlenmesi



AOB üçgeninden

$$\Rightarrow \beta_1 + \beta_2 + \gamma = 200^\circ \quad (1)$$

$$\beta_1 = 200 - (Z_A + \delta_1)$$

$$\beta_2 = 200 - (Z_B + \delta_2)$$

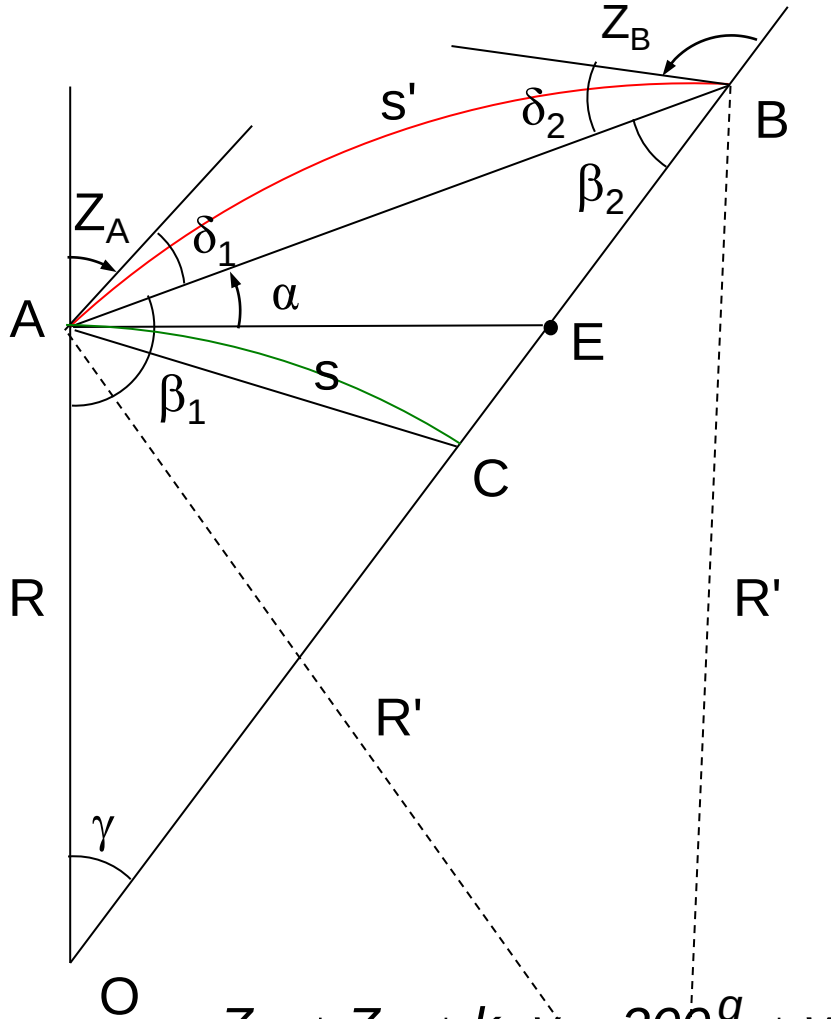
Bu iki değer yukarıda (1)

de yerlerine konulursa,

$$200^\circ - Z_A - \delta_1 + 200 - Z_B - \delta_2 + \gamma = 200 \quad (2)$$

$$Z_A + Z_B + \delta_1 + \delta_2 = 200 + \gamma$$

Işığın Kırılma (Refraksiyon) Katsayısının (k) Belirlenmesi



AB ışın yayı bir daire yayı olarak alınırsa, $\delta_1 = \delta_2$ olur. İnceliğe bir etkisi olmadığından $s' = s$ alınabilir. Bu durumda,

$$\delta_1 = \delta_2 = \frac{s}{2 \cdot R'} = \frac{s}{2 \cdot \frac{R}{k}} = \frac{s}{2R} \cdot k = k \frac{\gamma}{2}$$

olur. Bu değerler (2) de yerlerine konulursa,

$$Z_A + Z_B + k \cdot \gamma = 200^g + \gamma$$

$$Z_A + Z_B - 200^g = \gamma - k \cdot \gamma = \gamma \cdot (1 - k) \Rightarrow 1 - k = \frac{Z_A + Z_B - 200^g}{\gamma}$$

$$AOB \text{ üçgeninden} \Rightarrow \beta_1 + \beta_2 + \gamma = 200^g \quad (1)$$

$$\beta_1 = 200 - (Z_A + \delta_1)$$

$$\beta_2 = 200 - (Z_B + \delta_2)$$

Bu iki değer yukarıda (1) de yerlerine konulursa,

$$200^g - Z_A - \delta_1 + 200 - Z_B - \delta_2 + \gamma = 200 \quad (2)$$

$$Z_A + Z_B + \delta_1 + \delta_2 = 200 + \gamma$$

elde edilir. AB ışın yayı bir daire yayı olarak alınırsa, $\delta_1 = \delta_2$ olur. İnceliğe bir etkisi olmadığından $s' = s$ alınabilir. Bu durumda,

$$\delta_1 = \delta_2 = \frac{s}{2 \cdot R'} = \frac{s}{2 \cdot \frac{R}{k}} = \frac{s}{2R} \cdot k = k \frac{\gamma}{2}$$

olur. Bu değerler (2) de yerlerine konulursa,

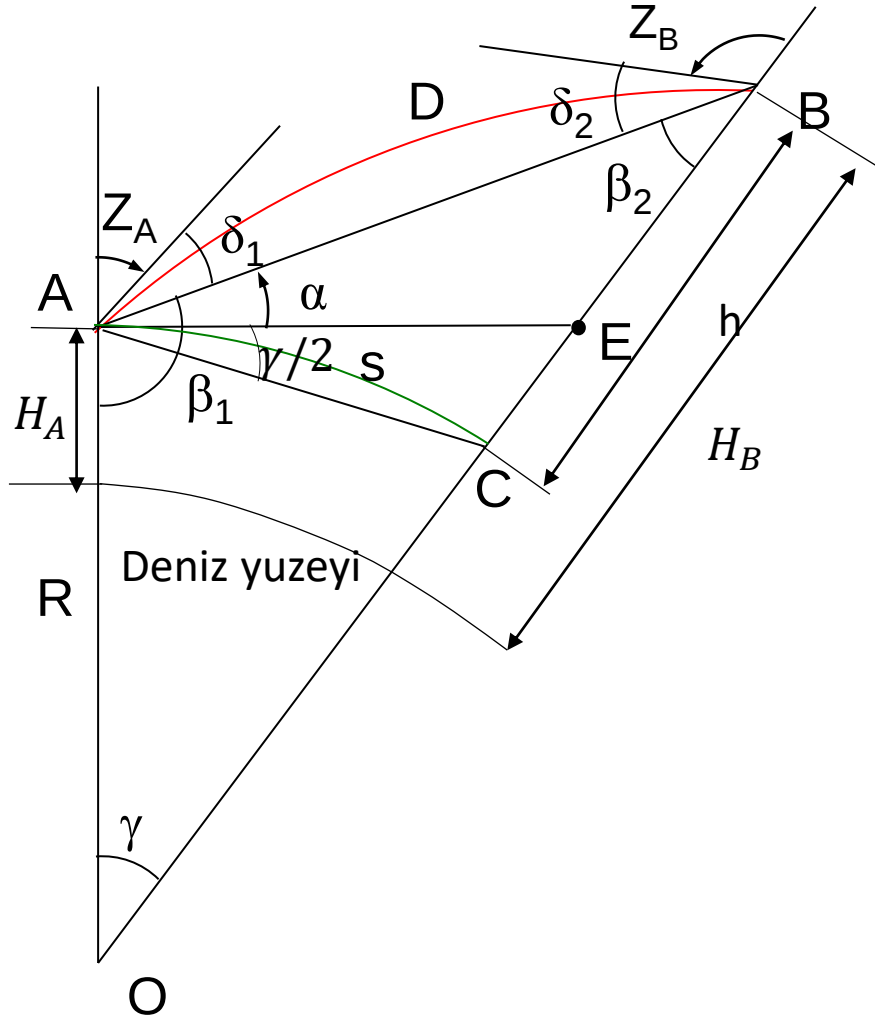
$$Z_A + Z_B + k \cdot \gamma = 200^g + \gamma$$

$$Z_A + Z_B - 200^g = \gamma - k \cdot \gamma = \gamma \cdot (1 - k) \Rightarrow 1 - k = \frac{Z_A + Z_B - 200^g}{\gamma}$$

$\gamma = \frac{s}{R} \cdot \rho$ değeri yerine radyan cinsinden karşılığı yazılırsa,

$$1 - k = \frac{Z_A + Z_B - 200^g}{\frac{s}{R} \cdot \rho} \rightarrow k = 1 - \frac{R}{s} \cdot \frac{Z_A + Z_B - 200^g}{\rho}$$

Işığın Kırılma (Refraksiyon) Katsayısının (k) Belirlenmesi



Karşılıklı Gözlemlerle İki Nokta Arasındaki Yükseklik Farkı

Yükseklik farkı belirlenecek noktalarda karşılıklı olarak düşey açı ölçmek suretiyle refraksiyon katsayısı kullanmadan da trigonometrik yükseklik belirlemek mümkündür. A ve B noktalarında ölçülen açılar ZA ve ZB dir ve bu açılar refraksiyondan dolayı δ_1 ve δ_2 kadar küçük ölçülmüşlerdir.

Karşılıklı ve eş zamanlı düşey açı ölçülerinde **küreselliğin** ve **kırılmanın** etkisi **elimine** edilir.

$$k = \frac{\text{Yer yarıçapı}}{\text{Işık ışını yörüngesinin yarıçapı}} = \frac{R}{R'}$$

$$H_B = H_A + S * \cot Z_A + \frac{1-k}{2R} S^2 + i_A - t_B \quad (1)$$

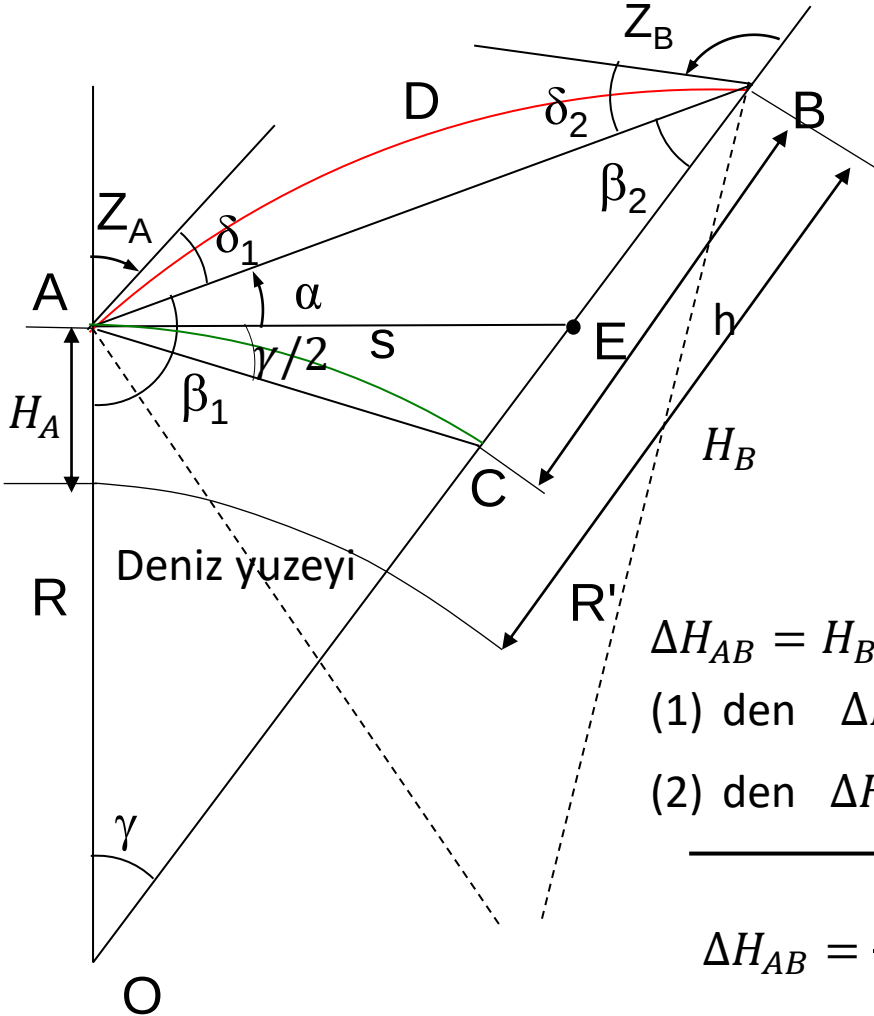
$$H_A = H_B + s * \cot Z_B + \frac{1-k}{2R} s^2 + i_B - t_A \quad (2)$$

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A \text{ ise } \Delta H_{AB} = -\Delta H_{BA}$$

$$(1) \text{ den } \Delta H_{AB} = s * \cot Z_A + \frac{1-k}{2R} s^2 + i_A - t_B$$

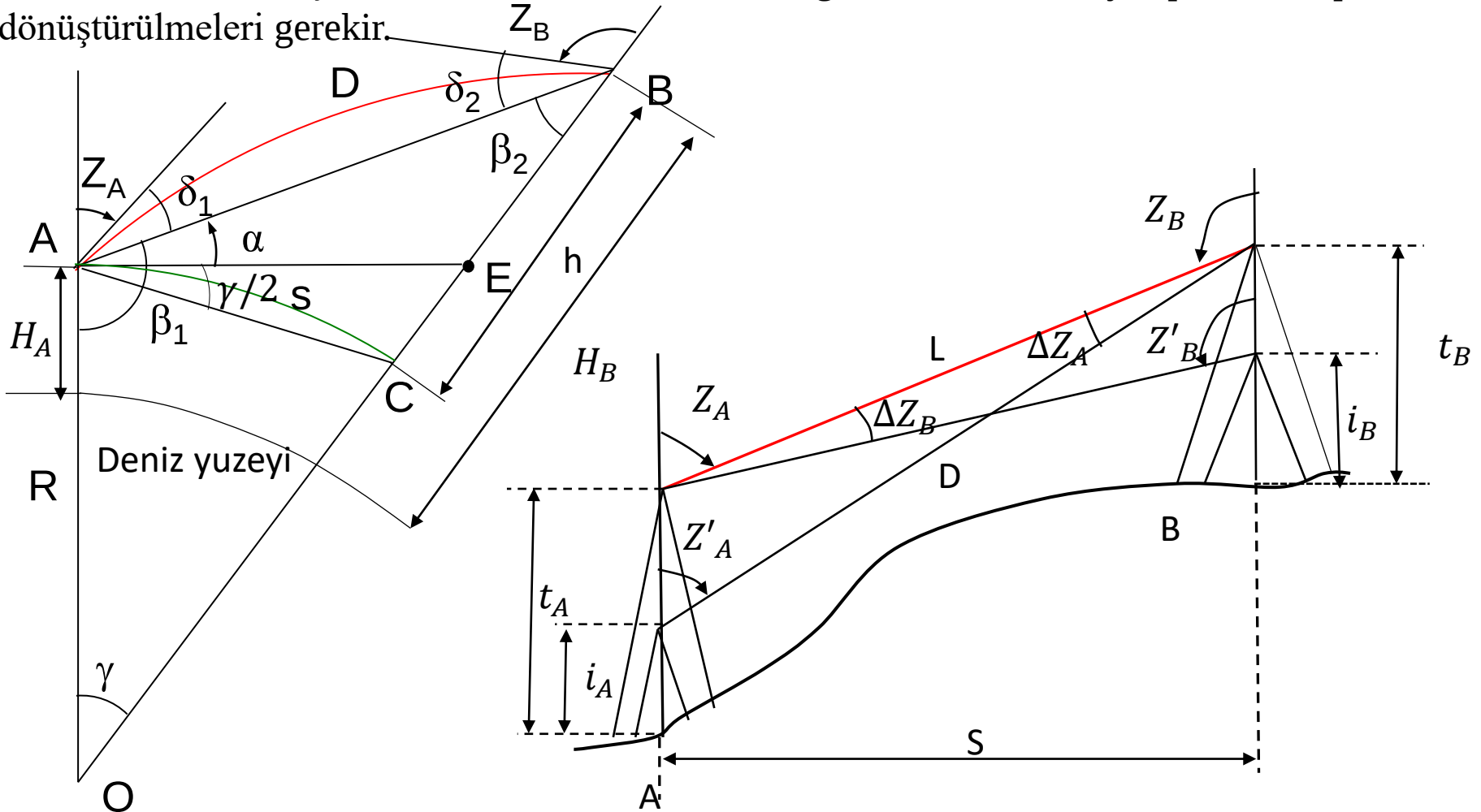
$$(2) \text{ den } \Delta H_{BA} = s * \cot Z_B + \frac{1-k}{2R} s^2 + i_B - t_A$$

$$\Delta H_{AB} = \frac{1}{2} [s * (\cot Z_A - \cot Z_B) + (i_A - i_B) + (t_A - t_B)]$$



Karşılıklı Gözlemlerle ölçülen düşey açıların işaret tepesine ya da Zemin noktasına indirgenmesi

Karşılıklı zenit açıları ile yükseklik hesabında hesapta kullanılacak açıların ya nirengi betonundan nirengi betonuna veya piramit tepesinden piramit tepesine yapılmış olmaları gerekir. Oysaki uygulamalarda açılar alet yüksekliğinden piramit tepesine yapılmaktadır. Bu nedenle hesaba başlamadan önce bunların nirengi noktalarına veya piramit tepelerine dönüştürülmeleri gerekir.



Karşılıklı Gözlemlerle ölçülen düşey açıların işaret tepesine indirgenmesi

KGE ucgeninde sinus
teoremlerinden

$$\frac{t_A - i_A}{\sin \Delta Z_A} = \frac{L}{\sin Z'_A}$$

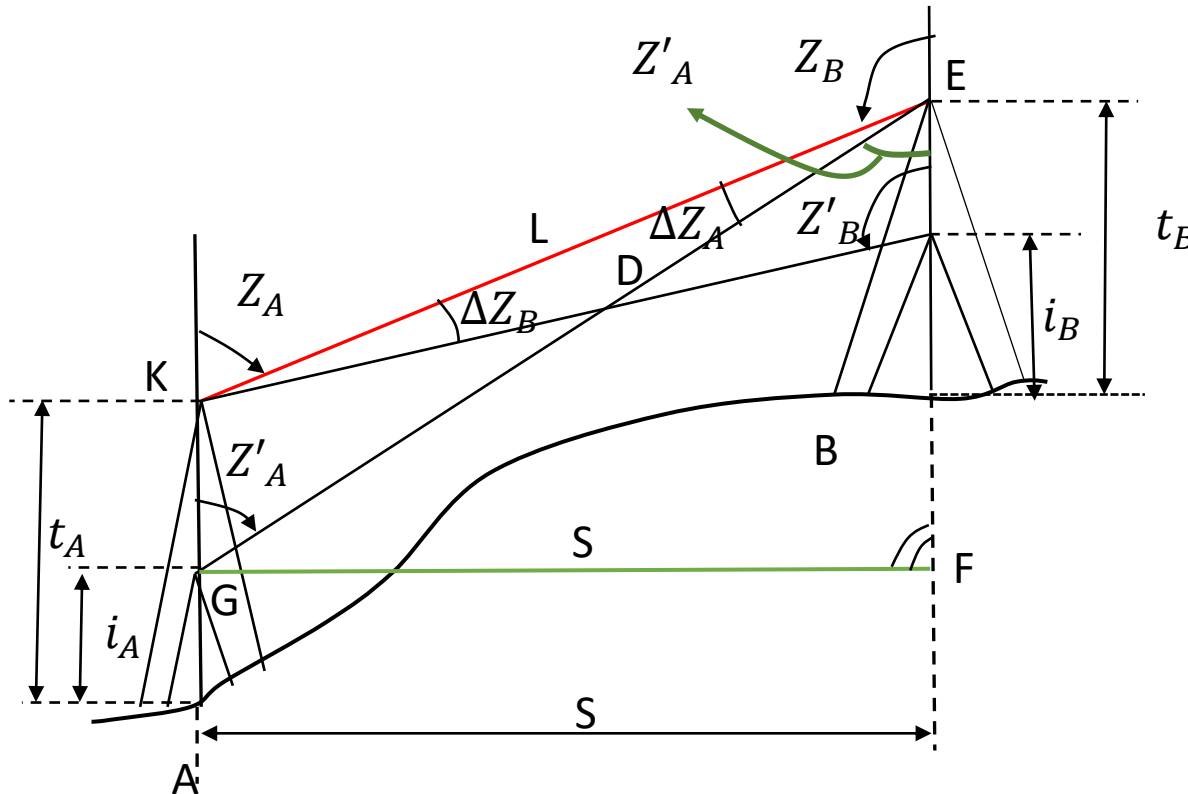
$$\sin \Delta Z_A = \frac{t_A - i_A}{L} \sin Z'_A$$

GEF ucgeninde

$$\sin Z'_A = \frac{S}{D}$$

Buradan $L \approx D$

$$\sin \Delta Z_A = \frac{t_A - i_A}{S} \sin^2 Z'_A$$



Düz arazide $\sin^2 Z'_A \approx 1$ olacağından ve $\Delta Z'_A$ açısı çok küçük bir açı olacağından $\sin \Delta Z'_A$ yerine radian cinsinden değeri yazılırsa

$$\Delta Z_A = \frac{t_A - i_A}{S} \rho$$

Karşılıklı Gözlemlerle ölçülen düşey açıların işaret tepesine indirgenmesi

Z' : Ölçülen zenit açısı

Z : İşaret tepesine indirgenmiş zenit açısı

Bir üçgende bir dış açı kendisine komşu olmayan iki iç açının toplamına eşit olduğundan, şekle göre

ΔZ_A ve ΔZ_B nin Yaklaşık Hesabı:

$$\Delta Z_A = \frac{t_A - i_A}{s} \cdot \rho = \frac{a}{s} \cdot \rho$$

$$Z_A = Z'_A + \Delta Z_A$$

$$\Delta Z_B = \frac{t_B - i_B}{s} \cdot \rho = \frac{b}{s} \cdot \rho$$

$$Z_B = Z'_B + \Delta Z_B$$

yazılarak Z_A ve Z_B hesaplanır.

Ölçülerin pramit tepesine dönüştürülmesi işleminde yukarıdaki formüllerden yararlanılır.

Bu durumda durulan noktanın işaret yüksekliği ve alet yüksekliğinden yararlanılır.

ΔZ_A ve ΔZ_B nin isareti donusturulecek nokta aletten yuksekte ise arti asagida ise eksi isaretli olur.

Tanjant teoremine göre OAB üçgeninden,

$$(1) \quad \frac{(R + H_B) - (R + H_A)}{(R + H_B) + (R + H_A)} = \frac{\tan \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}}{\tan \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}}$$

$$\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} = \frac{200^g - \gamma}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2}$$

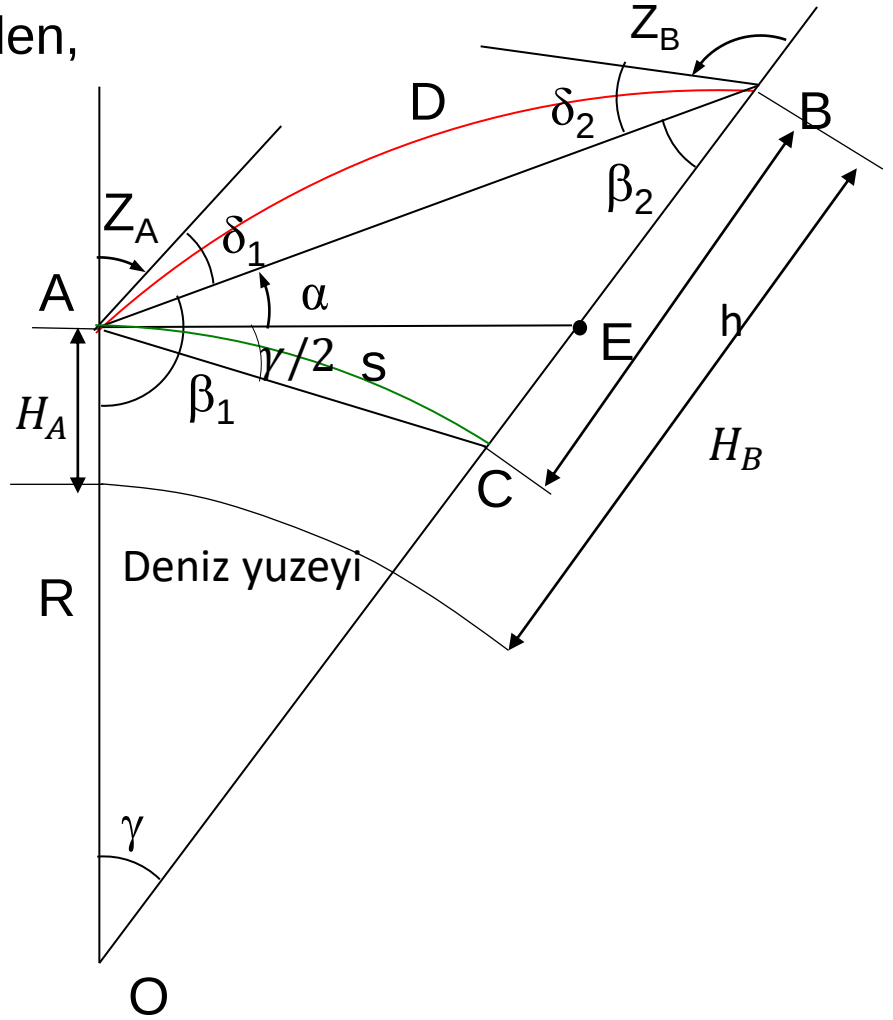
$$\tan \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} = \tan(\frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2}) = \cot \frac{\gamma}{2}$$

$$\beta_1 = 200^g - (Z_A + \delta_1)$$

$$\beta_2 = 200^g - (Z_B + \delta_2)$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 200 - Z_A - \delta_1 - 200 + Z_B + \delta_2 = Z_B + \delta_2 - Z_A - \delta_1$$

$$\tan \frac{\beta_1 - \beta_2}{2} = \tan \frac{Z_B + \delta_2 - Z_A - \delta_1}{2}$$



yazılabilir.

$$\tan \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \text{ ve } \tan \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}$$

değerleri, yukarıda (1) no lu eşitlikte yerlerine konulursa,

$$\frac{HB - HA}{2R + HB + HA} = \frac{\tan \frac{Z_B + \delta_2 - Z_A - \delta_1}{2}}{\cot \frac{\gamma}{2}}$$

olur. Buradan $\Delta h_{AB} = H_B - H_A$ çekilirse,

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = 2R \cdot \left(1 + \frac{H_A + H_B}{2R}\right) \cdot \frac{\tan \frac{Z_B + \delta_2 - Z_A - \delta_1}{2}}{\cot \frac{\gamma}{2}}$$

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = 2R \cdot \tan \frac{\gamma}{2} \cdot \left(1 + \frac{H_A + H_B}{2R}\right) \cdot \tan \frac{Z_B + \delta_2 - Z_A - \delta_1}{2}$$

γ küçük açı olduğundan

$$\tan \frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{s}{2}}{R} = \frac{s}{2R} \Rightarrow 2R \cdot \tan \frac{\gamma}{2} = s$$

yazılabilir. Öte yandan AB ışın yayı bir daire yayı olarak kabul edilirse $\delta_1 = \delta_2$ olur.

Ayrıca,
$$\frac{H_A + H_B}{2} = H_m$$

denilir ve A ile B noktalarındaki işaret yükseklikleri de dikkate alınır,

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = s \cdot \left(1 + \frac{H_m}{R}\right) \cdot \tan \frac{Z_B - Z_A}{2} + t_A - t_B$$

şeklini alır. Noktalar arasındaki s uzaklığı ya da ortalama yükseklik H_m küçük ise parantez içindeki terim ihmal edilebilir. Bu durumda,

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = s \cdot \tan \frac{Z_B - Z_A}{2} + t_A - t_B \quad (2)$$

olur. Formüldeki Z_A ve Z_B açıları işaret tepesine indirgenmiş zenit açılarıdır. A noktasının yüksekliği biliniyorsa, B noktasının yüksekliği;

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB} = H_A + s \cdot \left(1 + \frac{H_m}{R}\right) \cdot \tan \frac{Z_B - Z_A}{2} + t_A - t_B \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir.

yükseklik farkı şu formülle de hesaplanabilir: işaret yükseklikleri dikkate alınmadan A ve B noktaları arasındaki yükseklik farklar ΔH_{AB} ve Δh_{BA} ,

$$\Delta H_{AB} = s \cdot \cot Z_A$$

$$\Delta H_{BA} = s \cdot \cot Z_B$$

biçiminde yazılabilir. Bu iki değerin ortalaması alınmak suretiyle,

$$\Delta H_{AB} = \frac{\Delta H_{AB} + (-\Delta H_{BA})}{2} = \frac{\Delta H_{AB} - \Delta H_{BA}}{2} = \frac{s \cdot \cot Z_A - s \cdot \cot Z_B}{2} = s \cdot \frac{\cot Z_A - \cot Z_B}{2}$$

elde edilir. İşaret yükseklikleri de dikkate alınırsa,

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = s \cdot \frac{\cot Z_A - \cot Z_B}{2} + t_A - t_B \quad (4)$$

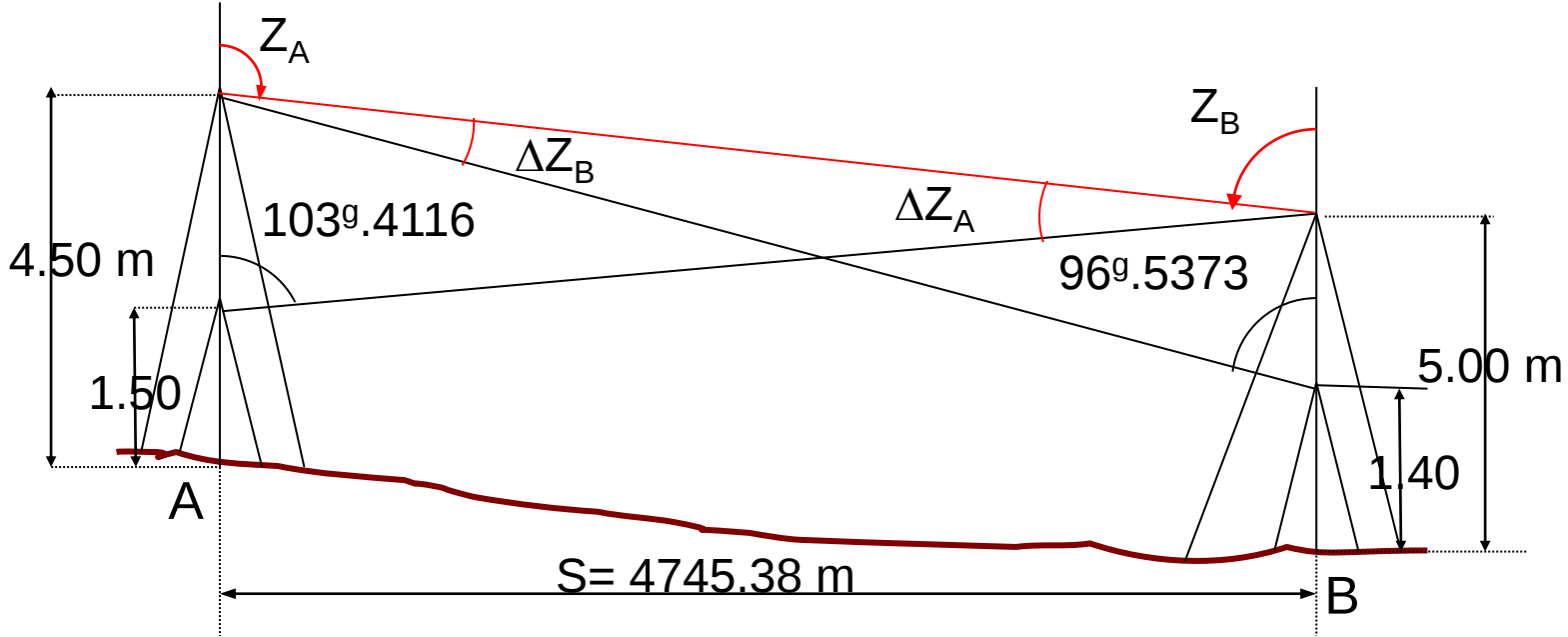
Yatay uzunluk yerine eğik uzunluk kullanılırsa (4) numaralı eşitlik yerine,

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = D \cdot \frac{\cos Z_A - \cos Z_B}{2} + t_A - t_B \quad (5)$$

olur. (4) numaralı eşitlikten elde edilen sonuçla, (2) numaralı eşitlikten elde edilen sonuçlar aynıdır. İki nokta arasındaki yükseklik farkı hesaplanırken, önce (2) veya (4) numaralı eşitliklerden birine göre aranan nokta yüksekliği hesaplanır ve daha sonra, (3) numaralı eşitlikten noktanın kesin yüksekliği elde edilir

ÖRNEK:

A ve B noktaları arasında karşılıklı gözlem yapılmıştır. Aşağıdaki verilere göre;
a) k kırılma (refraksiyon) katsayısını hesaplayınız. ($R=6373394$ m alınacaktır).
b) $H_A=2500.00$ m verildiğine göre, B noktasının yüksekliğini hesaplayınız.



$$\Delta Z_A = \frac{t_A - i_A}{S} \cdot \rho = \frac{4.50 - 1.50}{4745.38} \cdot 63.6620 = 0^{\circ}.0402$$

$$\Delta Z_B = \frac{t_B - i_B}{S} \cdot \rho = \frac{5.00 - 1.40}{4745.38} \cdot 63.6620 = 0^{\circ}.0483$$

$$Z_A = 103.4116 + \Delta Z_A = 103.4116 + 0.0402 = 103^{\circ}.4518$$

$$Z_B = 96.5373 + \Delta Z_B = 96.5373 + 0.0483 = 96^{\circ}.5856$$

a)

$$k = 1 - \frac{R}{S} \cdot \frac{Z_A + Z_B - 200^g}{\rho} = 1 - \frac{R}{S} \cdot \frac{103.4518 + 96.5856 - 200}{63.6620} = 1 - \frac{6373394}{4745.38} \cdot \frac{0.0374}{63.6620}$$

$$k = 1 - 0.789 = 0.21$$

b)

$$H_B = H_A + S \cdot \tan \frac{Z_B - Z_A}{2} + t_A - t_B$$

$$H_B = H_A + 44745.38 \cdot \tan \frac{96.5856 - 103.4518}{2} + 4.50 - 5.00$$

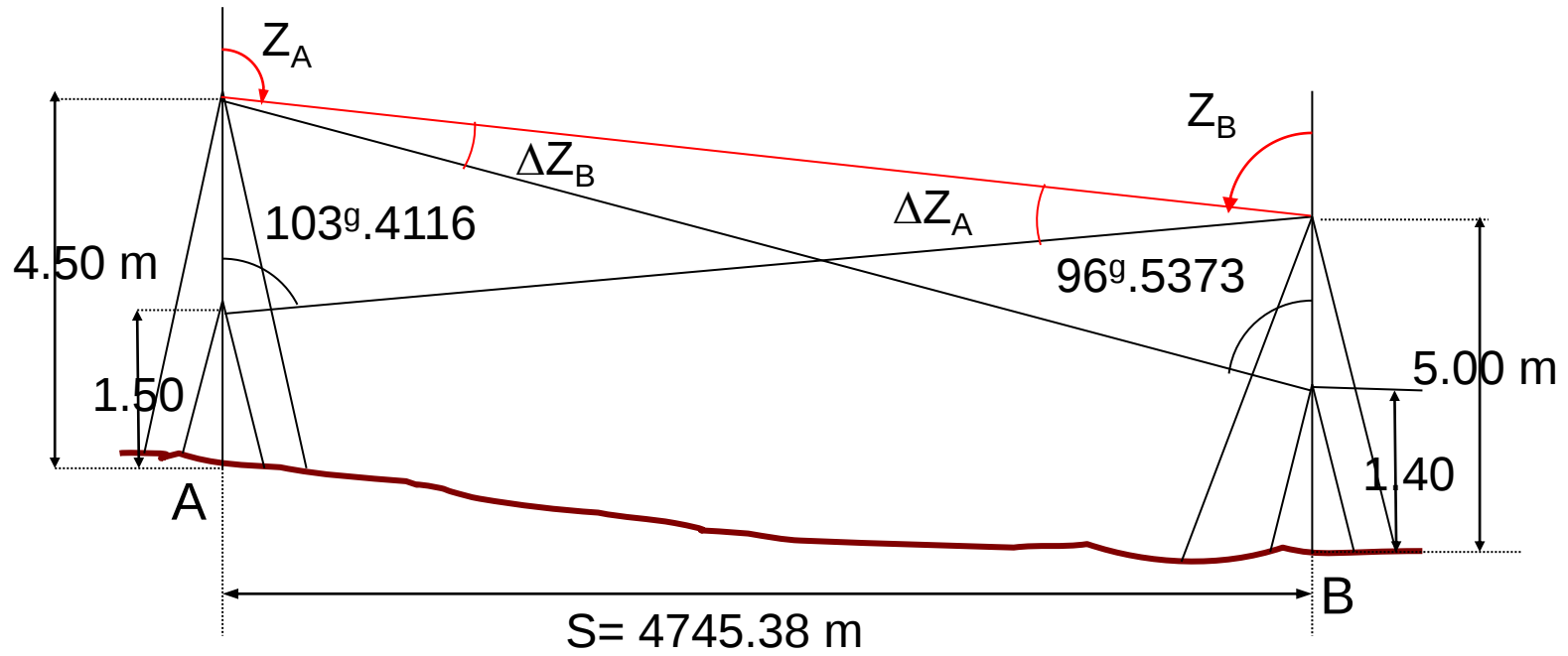
$$H_B = 2500.00 - 256.1525 - 0.50 = 2243.347 \text{ m}$$

$$H_B = H_A + S \cdot \left(1 + \frac{H_m}{R}\right) \cdot \tan \frac{Z_B - Z_A}{2} + t_A - t_B$$

$$H_m = \frac{H_A + H_B}{2} = \frac{2500.00 + 2243.347}{2} = 2371.674 \text{ m}$$

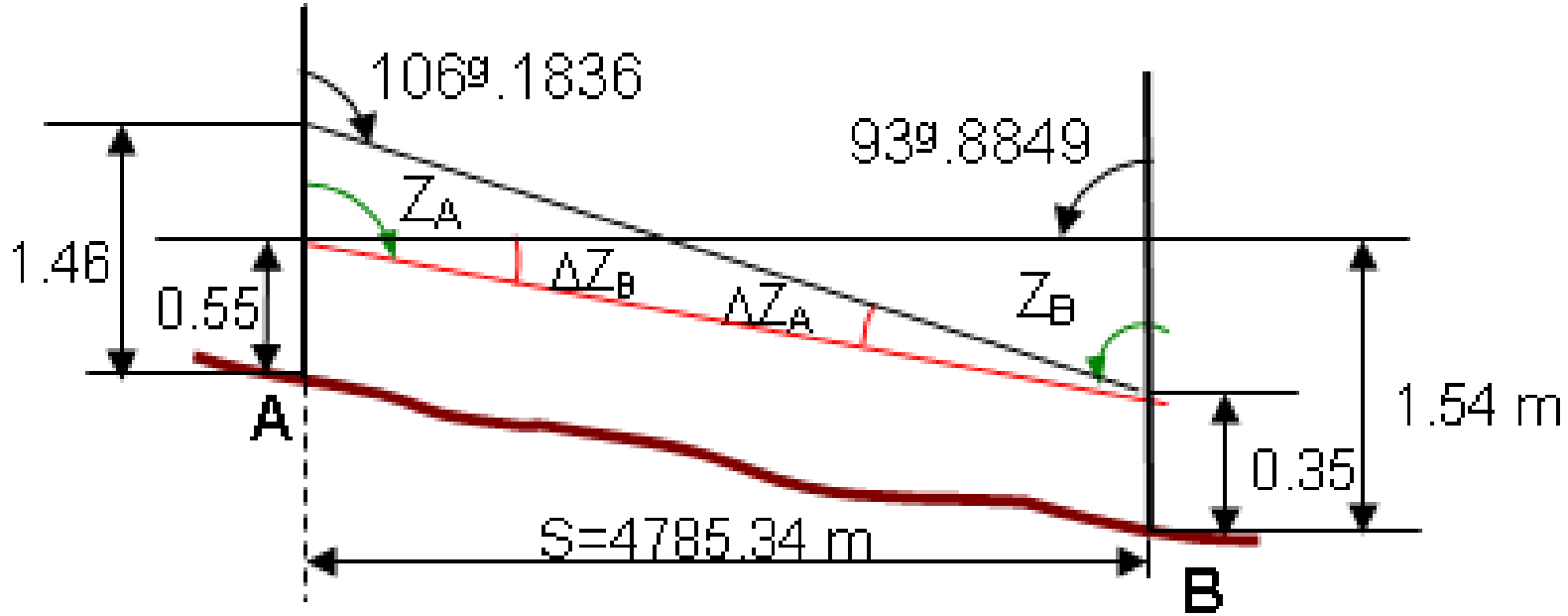
$$H_B = 2500.00 + 4745.38 \cdot \left(1 + \frac{2371.674}{6373394}\right) \cdot \tan \frac{96.5856 - 103.4518}{2} + 4.50 - 5.00 =$$

$$H_B = 2500.00 - 256.248 - 0.50 = 2243.25 \text{ m}$$



DN	BN	Olculen dusey aci	a (m)	i(m)	S (m)
A	B	103.4116	1.50	5.00	4745.38
B	A	96.5373	1.40	4.50	4745.38

2- A ve B noktaları arasında karşılıklı gözlem yapılıyor. HA=2000.00 m olduğuna göre; B noktasının yüksekliğini ve k kırılma (refraksiyon) katsayısını bulunuz (R=6373394 m alınacaktır).



$$\Delta Z_A = \frac{t_A - i_A}{S} \cdot \rho = \frac{0.55 - 1.46}{4785.34} \cdot 63.6620 = -0^g.0121$$

$$\Delta Z_B = \frac{t_B - i_B}{S} \cdot \rho = \frac{0.35 - 1.54}{4785.34} \cdot 63.6620 = -0^g.0158$$

$$Z_A = 106.1836 + \Delta Z_A = 106.1836 - 0.0121 = 106^g.1715$$

$$Z_B = 93.8849 + \Delta Z_B = 93.8849 - 0.0158 = 93^g.8691$$

$$\text{a) } k = 1 - \frac{R}{S} \cdot \frac{Z_A + Z_B - 200^g}{\rho} = 1 - \frac{R}{S} \cdot \frac{106.1715 + 93.8691 - 200}{63.6620} = 1 - \frac{6373394}{4785.34} \cdot \frac{0.0406}{63.6620}$$

$$k = 1 - 0.849 = 0.15$$

$$\text{b) } H_B = H_A + S \cdot \tan \frac{Z_B - Z_A}{2} + t_A - t_B$$

$$H_B = H_A + 4785.34 \cdot \tan \frac{93.8691 - 106.1715}{2} + 0.55 - 0.35$$

$$H_B = 2000.00 - 463.817 + 0.20 = 1536.38 \text{ m}$$

$$H_B = H_A + S \cdot \left(1 + \frac{H_m}{R}\right) \cdot \tan \frac{Z_B - Z_A}{2} + t_A - t_B$$

$$H_m = \frac{H_A + H_B}{2} = \frac{2000.00 + 1536.38}{2} = 1768.19 \text{ m}$$

$$H_B = 2000.00 + 4785.34 \cdot \left(1 + \frac{1768.19}{6373394}\right) \cdot \tan \frac{93.8691 - 106.1715}{2} + 0.55 - 0.35$$

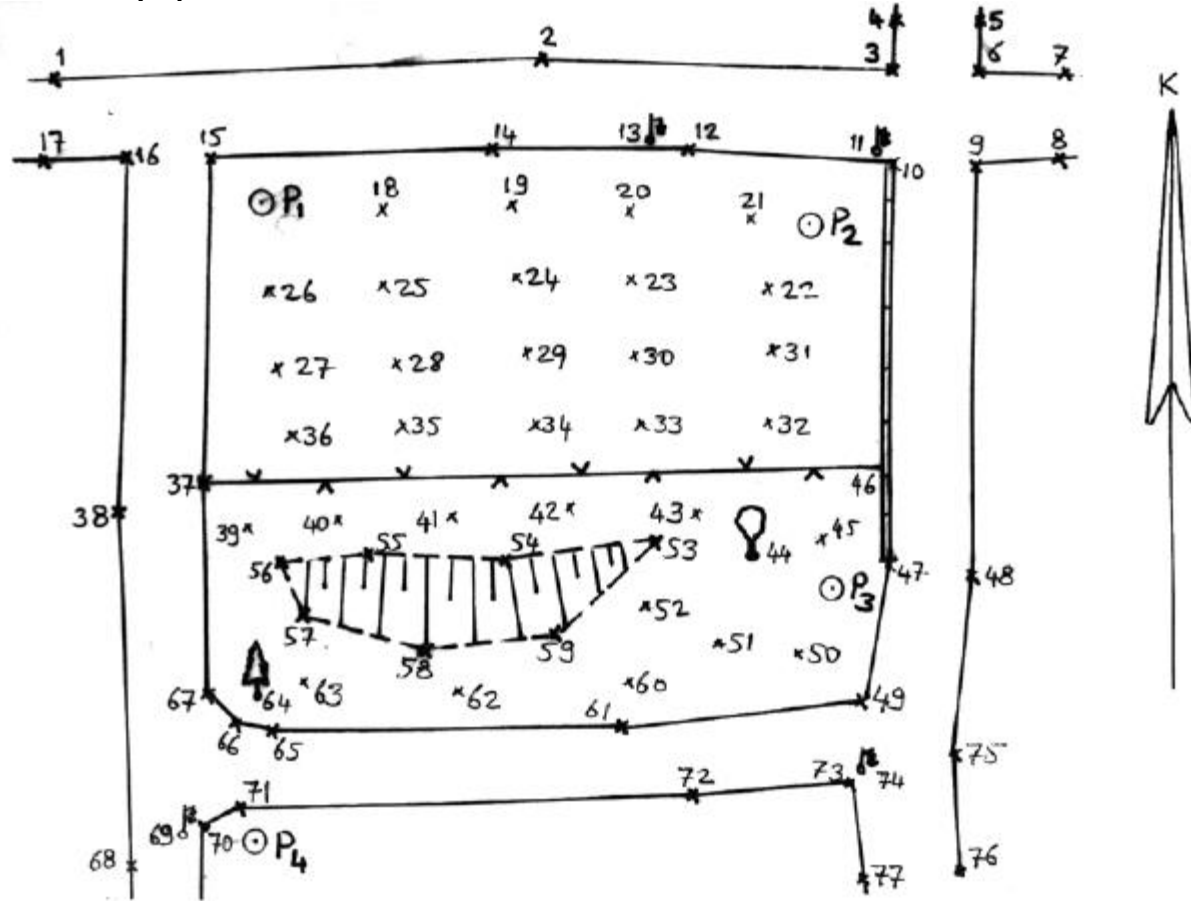
$$H_B = 2000.00 - 463.946 + 0.20 = 1536.25 \text{ m}$$

TAKEOMETRİK YÜKSEKLİK OLCUSU

- **Takeometri** ,arazi üzerindeki detay noktalarının (elektrik direği, yol kenarı, arazi noktası v.b.) kutupsal koordinatlarının (yatay açı ve yatay uzunluk) ve yüksekliklerinin belirlenmesi işlemidir.
- Takimetri yönteminde bir noktanın yatay konumu ile yüksekliği birlikte belirlenir.
- Koordinatları ve yüksekliği bilinen bir noktaya (örneğin, poligon noktası) takeometre aleti kurularak ölçülecek noktaların konumları kutupsal koordinat yöntemine göre, yükseklikleri de trigonometrik olarak belirlenir. Kutupsal alım yönteminde, ölçülecek noktaların bilinen bir doğrultuyla yaptığı yatay açılar ve alet kurulan noktadan olan uzaklıkları optik olarak ölçülürler.
- Haritacılık çalışmalarında arazinin topografik durumunun belirlenmesi, diğer anlatımla eşyükseklik eğrilerinin çizimi için arazide ölçülen ayrıntı noktalarının yatay konum bilgileri ile yükseklik değerlerinin bilindiği çok sayıda noktaya gereksinim vardır. Arazinin topografik durumunu gerçekçi biçimde yansıtabilmek için doğal ayrıntıların, seviye altı ve seviye üstü noktaları, su ayırma ve su toplama çizgilerini belirleyici sayıda noktanın ölçülmesi gerekir. Bu noktalardan yararlanılarak harita için eşyükseklik eğrileri çizimi yapılır.
- Takimetri yöntemi, genel olarak yol ve demiryolu projelerinin yapımında, nakil hatları etütlerinde, konut, fabrika inşaatı alanlarında, yükseklik eğrili haritaların alımı işlerinde uygulanır.

TAKEOMETRİK ALIM OLCU KROKISI

- Takimetri ekibi, 1 krokici, 1 operatör (takeometreyi kullanan), 1 yazıcı ve yeterince miracıdan oluşur. Ekibi, krokici yönlendirir. Takimetrik alım için operatör takeometreyi, konumu ve yüksekliği bilinen (genelde poligon) bir noktaya kurar ve alet yüksekliğini (aletin üzerine kurulduğu zemin noktası ile aletin yatay eksenindeki düşey uzaklık) çelik şerit ya da mira ile ölçer. Öncelikle konumu ve yüksekliği bilinen başka bir noktaya bakılarak yatay ve düşey açı okumaları ile birlikte mira okumaları yapılır.



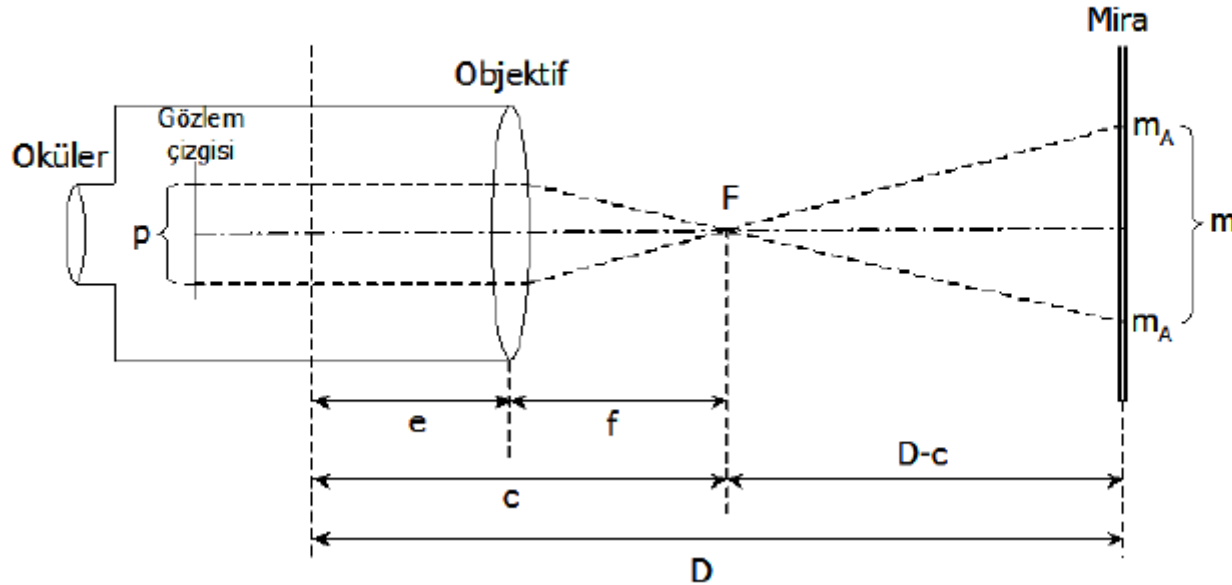
Şekil 4.1 Takimetrik alım krokisi

TAKEOMETRİK YÜKSEKLİK OLCUSU

- Krokici, miracılarla birlikte ölçülecek yeri dolaşarak, detayı yerinde çizer ve miracılara, mirayı tutacakları yerleri gösterir. Her mira tutulan noktaya bir numara verilir ve ölçü krokisinde “x” işaretiyle (elektrik direği, sokak lambası vb. Özel gösterimi olan noktalar hariç) gösterilir. Kontrol amacıyla 10 noktada bir, yazıcı ile numaralar karşılaştırılır ve bir hata varsa düzeltilir.
- Nokta numarası, haritası yapılacak bölge için 1 den başlar ve birbirini izleyerek devam eder. Takimetrik olarak yollar, elektrik, telefon direkleri, büyük ağaçlar, duvar, dere, tepe, şev gibi arazinin karakteristik özellik gösteren yerleri ile yükseklik eğrilerinin çizimini sağlayacak şekilde belli aralıklarla mira tutularak arazi taranır. Bir poligon noktasından alınabilen tüm detayın ölçümleri yapılır. Alet (takeometre) bilinen başka bir noktaya kurularak aynı işlemler tekrarlanır. Noktaların numaralanması kaldığı yerden devam eder.
- Takeometre miraya yöneltilince, gözlem çizgilerinin alt çizgisi (küçük okuma değerinde olduğu çizgi) mirada 100 cm değerine tatbik edilir. Eğer 100 değeri okunamıyorsa, 200 değerine, o da okunamıyorsa 300 değerine tatbik edilir. Onlar da görülemiyorsa özellikle ağaçlık bölgelerde desimetre başlangıçlarına da tatbik yapılabilir. Mira üzerinde alt, orta ve üst çizgi okumaları yapılır. Daha sonra yatay açı ve düşey açı okunur. Yazıcı, operatörün okuduğu değerleri takimetrik ölçü çizelgesine kaydeder. Yazıcı, orta-alt çizgi okuma farkı ile üst-orta çizgi okuma farkını alarak bunların birbirine eşit olup olmadığını kontrol eder. Eğer farklar, birbirine eşit değilse operatörü uyararak mira okumalarını yeniden yapmasını sağlar

Optik uzunluk olcusu

Mira teodolitın gözleme eksenine dik olarak tutulması halinde



$$D = c + km$$

$$c=0 \quad k=100$$

- Teodolit dürbünlerinin içindeki gözlem çizgisinin merkezine eşit uzaklıkta mesafe çizgileri olarak da adlandırılan aralarındaki mesafe p olan iki çizgi mevcuttur. Optik olarak ölçülecek uzunluğun bir ucuna düşey doğrultuda cm dağılımlı bir mira ve diğer ucunda teodolit veya nivo kurulmuş ise miranın görüntüsü, dürbünün gözlem eksenine üzerine iz düşer. Üst ve alt gözlem çizgilerinin mirayı kestiği yerdeki değerlerin ($m_U - m_A$) farkı, yani mira bölümü m , alet ile mira arasındaki uzunluk için bir ölçüttür.
- Teodolit durbunlerinin yapiminda $c=0$ ve $k=100$ olacak sekilde tasarlanmistir. Bunun uygulamadaki kolayligi mira uzerinden okunan cm birimli iki gozlem cizgisi farki, alet ile mira arasindaki uzakligin metre biriminde karsiligidir.

α : Egim acisi

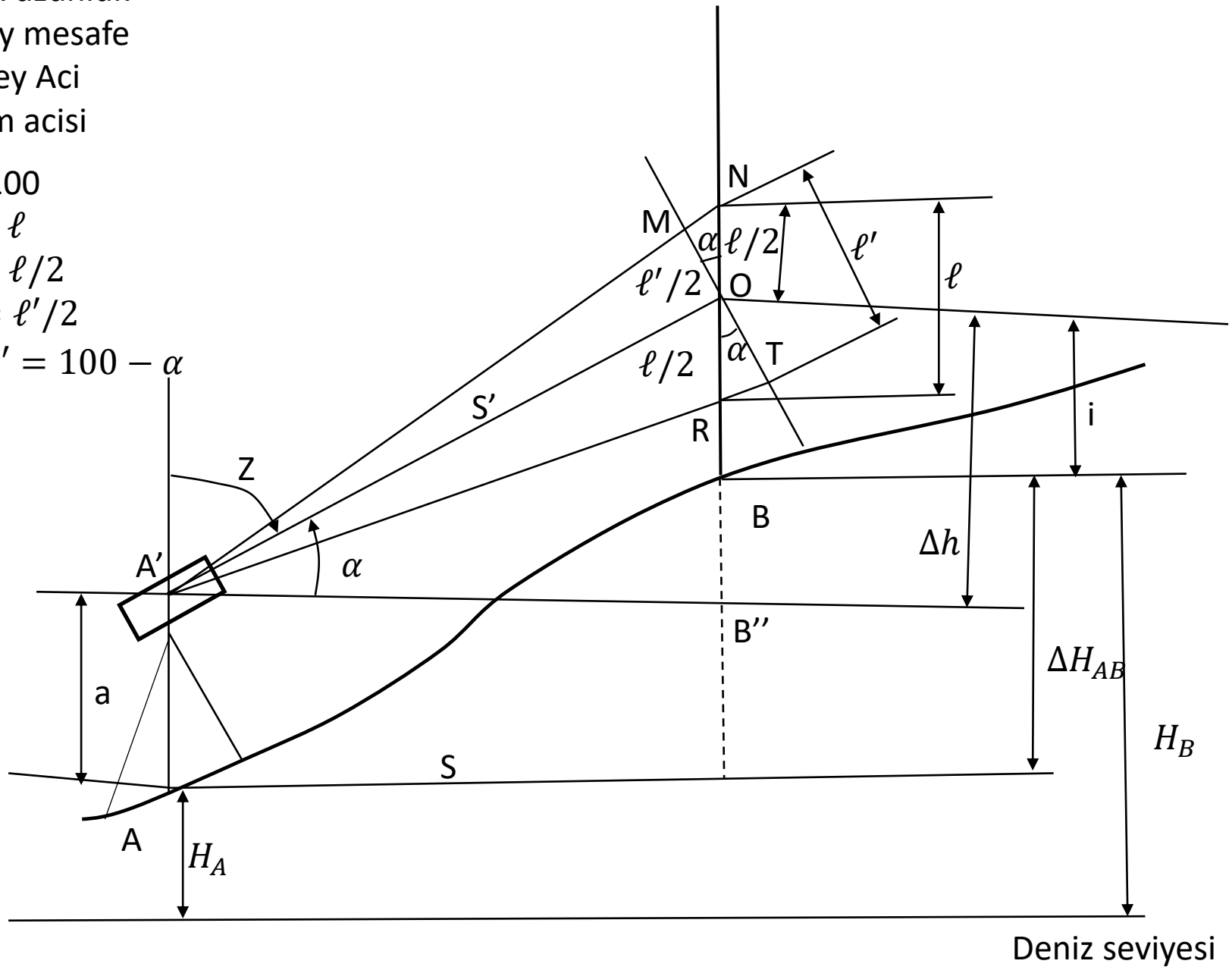
$$Z + \alpha = 100$$

$$\overline{NR} = \ell$$

$$\overline{NO} = \ell/2$$

$$\overline{MO} = \ell'/2$$

$$\widehat{A'OB''} = 100 - \alpha$$



$\widehat{NMO}$ ucgeninde

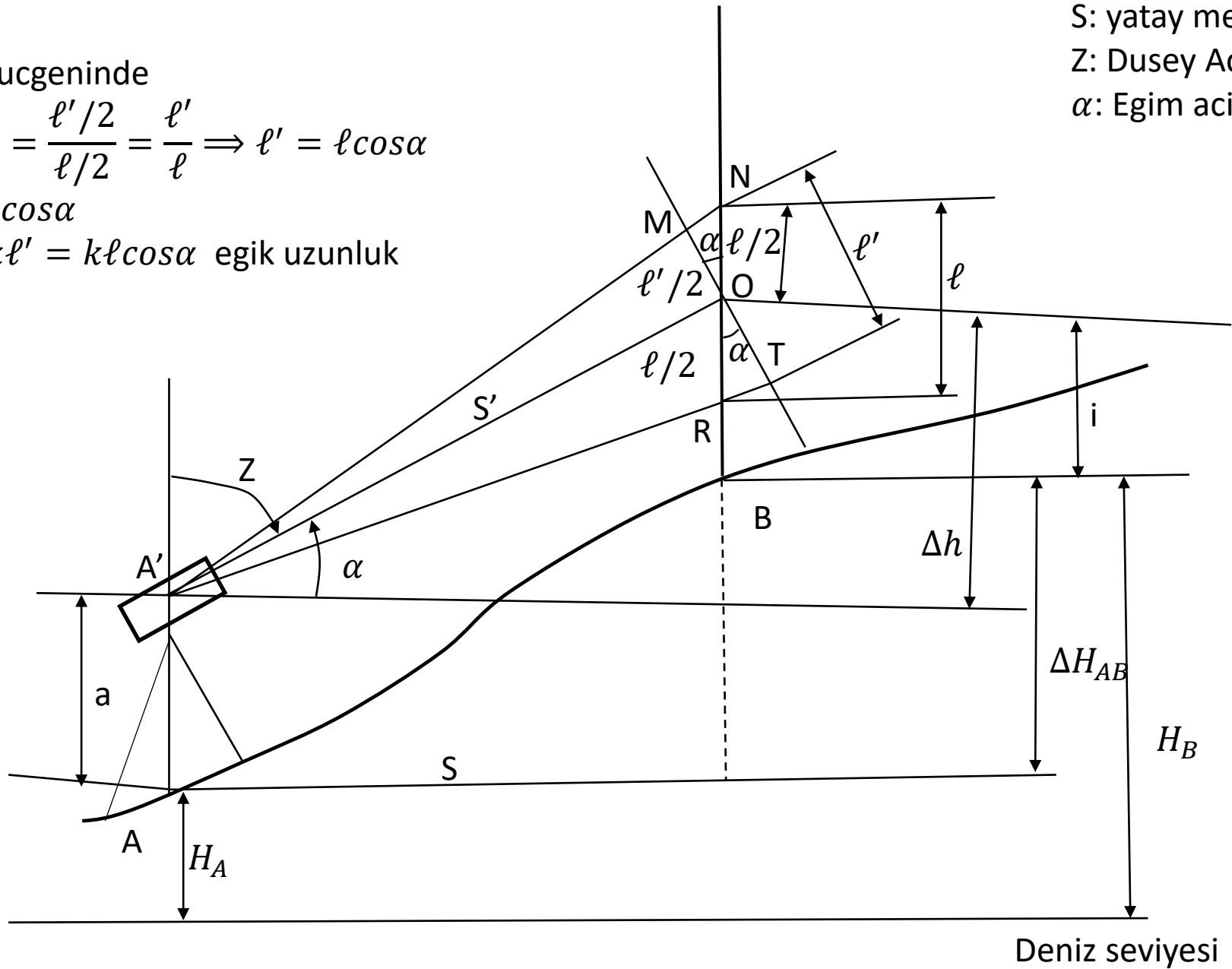
$$\ell' = \ell \cos \alpha$$

S' : egik uzunluk

S: yatay mesafe

Z: Dusey Aci

α : Egim acisi



S' den yatay kenari hesaplamak için

$\widehat{A'OB''}$ ucgeninde

$$\cos \alpha = \frac{S}{S'} = \frac{A'B''}{A'O}$$

$$S = S' * \cos\alpha = k * \ell * \cos\alpha * \cos\alpha$$

$$= k * \ell * \cos^2 \alpha$$

$$S = k\ell \cos^2(Z - 100)$$

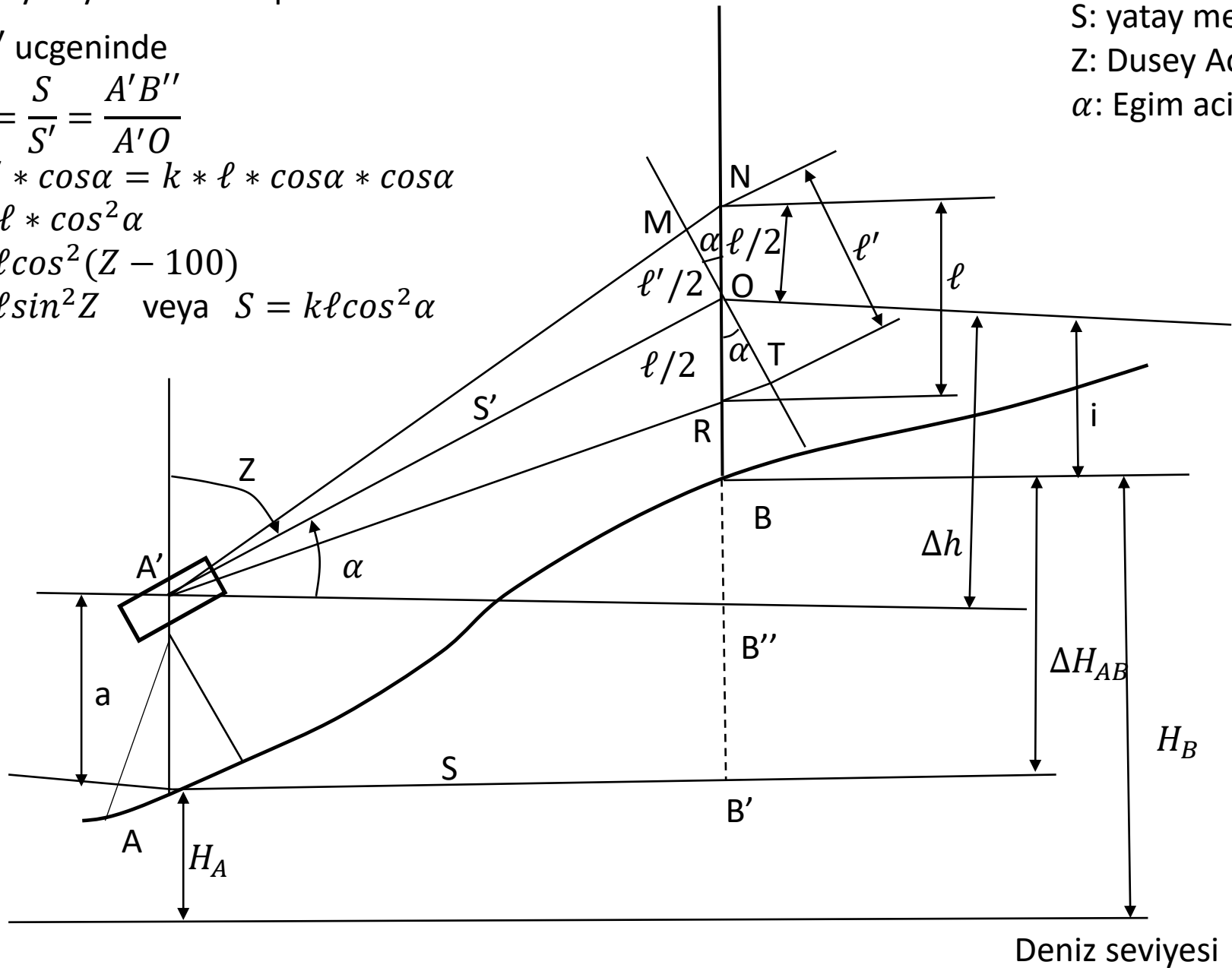
$$S = k\ell \sin^2 Z \quad \text{veya} \quad S = k\ell \cos^2 \alpha$$

S' : egik uzunluk

S: yatay mesafe

Z: Dusey Aci

α : Egim acisi



$$\tan \alpha = \frac{\Delta h}{S} \Rightarrow \Delta h = S \tan \alpha = S \cot Z$$

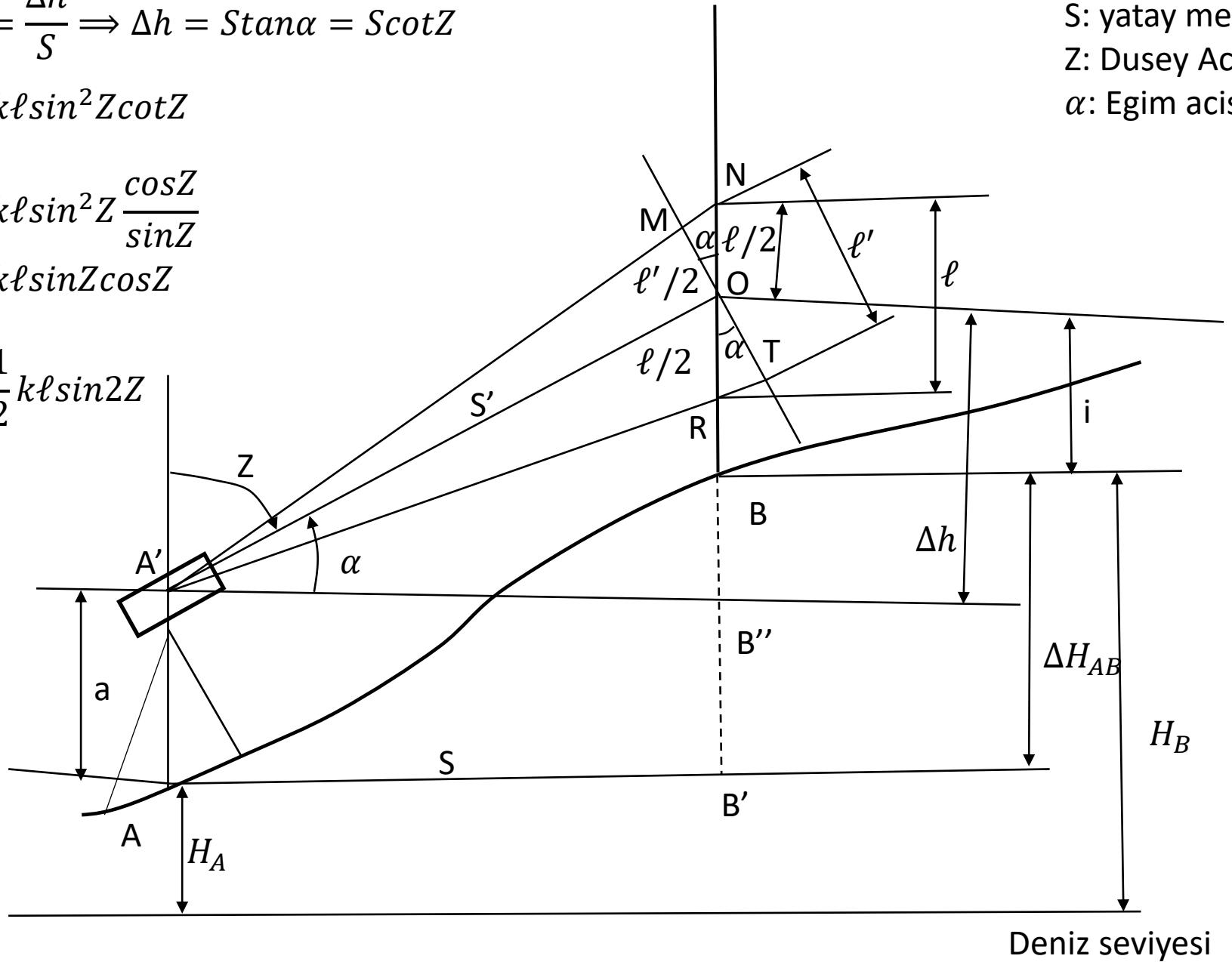
$$\Delta h = k \ell \sin^2 Z \cot Z$$

$$\Delta h = k \ell \sin^2 Z \frac{\cos Z}{\sin Z}$$

$$\Delta h = k \ell \sin Z \cos Z$$

$$\Delta h = \frac{1}{2} k \ell \sin 2Z$$

S' : egik uzunluk
 S : yatay mesafe
 Z : Dusey Aci
 α : Egim acisi



Ozet olarak

- S' : egik uzunluk ; S : yatay mesafe ; Z : Dusey Aci ; α : Egim acisi
- ℓ =ust mira okumasi-alt mira okumasi
- **$k=100$** (Örneğin alt ve üst stadimetre çizgileri arasındaki fark 122 cm ise, $S = k\ell$ formülündeki yatay uzaklık, $S=122$ m olur.)
- Burada $k=100$ katsayısı, cm biriminde bulunan mira farklarının m birimine dönüştürülmesini sağlar
- Egik mesafe $S' = k\ell \cos \alpha$
- Yatay mesafe $S = k\ell \sin^2 Z$ veya $S = k\ell \cos^2 \alpha$
- Δh : aletin yatay eksenini ile orta kil yükseklik farkı
- $\Delta h = S \tan \alpha = S \cot Z$
- $\Delta h = \frac{1}{2} k\ell \sin 2Z$
- i : orta kil okumasi
- $\Delta H_{AB} = \Delta h + a - i$
- $H_B = H_A + \Delta H_{AB}$
- $\Delta H_{AB} = \Delta h + a - i = S \cot Z + a - i$

DN	BN	Yatay Aci [grad]	Dusey Aci [grad]	Mira Okumasi [cm]	Orta-alt Ust-orta [cm]	Ust-alt ℓ [cm]	Yatay uz. [m] $S = k\ell \sin^2 Z$	Δh [m] <i>ScotZ</i>	Yukseklik [m]
P2	P1	0.0000	101.380	100					
a=1.45m				172.3	72.3	144.6	144.53m	-3.134	96.59
HP2=100.00 m				244.6	72.3				
101.45m	P3	221.150	96.410	100					
				151.4	51.4	102.8	102.47	5.875	105.72
				202.8	51.4				
	1	21.452	98.483	100					
				114	14	28	27.98	0.667	100.98
				128	14				
	2	75.765	103.550	200					
				241.5	41.5	83	82.74	-4.619	94.42
				283	41.5				

$$HP1 = HP2 + \Delta h + a - i = 100.00m - 3.134m + 1.45m - 1.723m = 96.59m$$

$$H1 = HP2 + \Delta h + a - i = 100.00m + 0.667m + 1.45m - 1.14m = 100.98m$$

DN	BN	Yatay Aci	Dusey Aci	Mira Okumasi	Orta-alt Ust-orta	Ust-alt ℓ	Yatay uzunluk $S = k\ell sin^2 Z$	Δh [m] <i>ScotZ</i>	Yukseklik [m]
P2	P1	0.0000	101.380	100					
a=1.45m				172.3	72.3	144.6	144.53m	-3.134	96.59
HP2=100.00 m				244.6	72.3				
101.45m	P3	221.150	96.410	100					
				151.4	51.4	102.8	102.47	5.875	105.72
				202.8	51.4				
	1	21.452	98.483	100					
				114	14	28	27.98	0.667	100.98
				128	14				
	2	75.765	103.550	200					
				241.5	41.5	83	82.74	-4.619	94.42
				283	41.5				
	3	125.360	102.130	100					
				122.4	22.4	44.8	44.75	1.498	98.73
				144.8	22.4				