

Normal Gravite Alanı

- **W** gerçek gravite alanının belirlenmesi çok zordur. Yerin gerçek gravite alanını, birisi düzgün **normal gravite alanı (U)** ve bundan geriye kalan küçük sapmaları temsil eden **Bozucu gravite alanı (T)** olarak iki kısma ayırmak gerçek gravite alanını belirleme sorununu epeyce kolaylaştırır.
- Yeryüzünün temel şekli olarak alınan jeoidin basit bir geometrik yüzey olmaması, jeodezik ölçülerin değerlendirilmesini büyük ölçüde güçleştirmektedir. Bu yüzden matematik yönden basit, jeodezik problemlerin çözümünü mümkün kılan ve aynı zamanda jeoidden farkı mümkün olduğunca az olan bir yüzey gerekmektedir

Yeryuvarı veya geoit küreden çok bir elipsoide benzer. Böyle bir elipsoid hem matematik hem de fiziksel olarak geoid yerine kullanılabilir ve üzerinde jeodezik hesaplar yapılabilir. Bu ve buna benzer sağladığı avantajlar yüzünden normal gravite alanını **bir elipsoidin gravite alanı** olarak almak tercih edilir.

Bu durumda; geometrik yönden biçimi ve büyüklüğü geoide mümkün olduğunca uyan bir dönel elipsoid seçilecek ve bu elipsodin, içinin homojen yoğunluklu şekilde yerin M kütlesi ile dolu olduğu ve yerin açısal hızı ile döndüğü düşünülecektir. Bu durumda oluşacak normal gravite alanının dolayısıyla **elipsoidin gravite alanının** eşpotansiyelli yüzeylerinden birisinin geoide karşılık geldiği ve bu elipsoidin geoidin şekline normal yaklaşım olduğu kabul edilmektedir

Normal Elipsoid

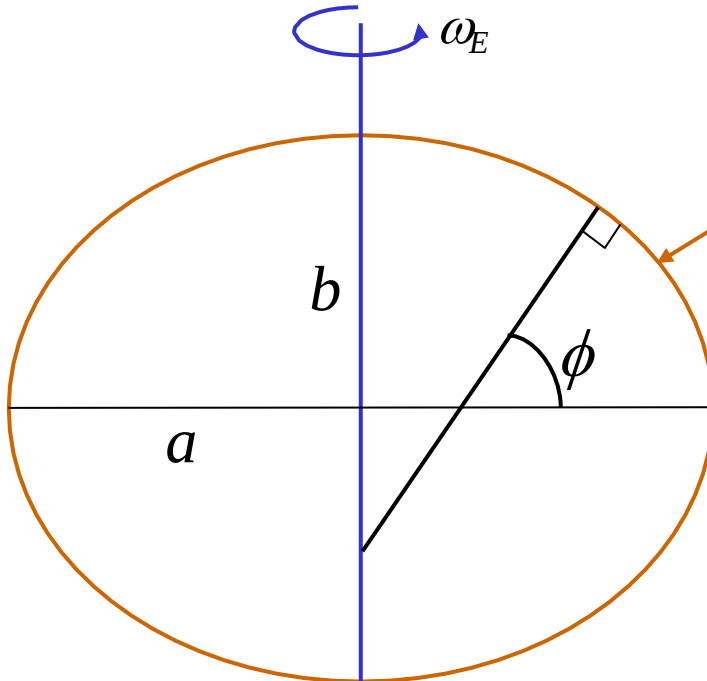
- Yeryuvarının sekline en iyi uyan ve üzerinde normal gravite potansiyeli sabit olan donel elipsoide normal elipsoid denir ve normal elipsoid ile ilgili gravite alanına normal gravite alanı denir. Normal elipsoid ve onun gravite alanı 4 parametre ile tanımlanır

a : büyük yarı eksen

GM : Jeosantrik çekim sabiti

ω : acisal donme hizi

$J_2, (f)$:dinamik sekil faktoru, veya basiklik



$U_o = \text{sabit}$

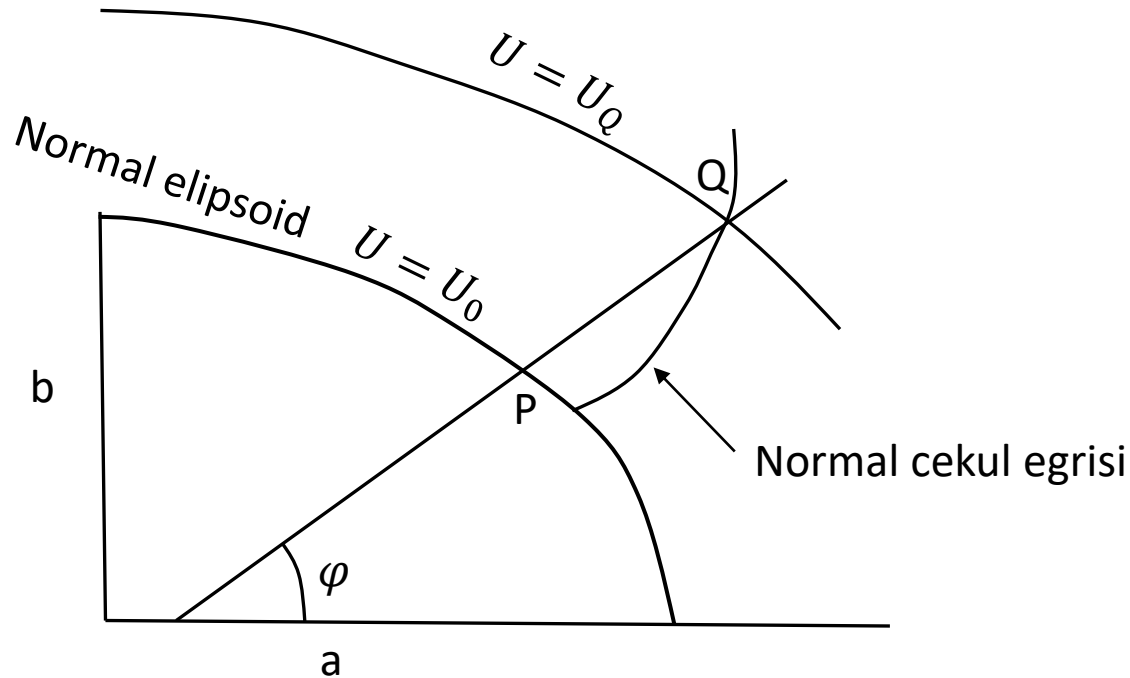
Normal elipsoid normal gravite alaninin bir espotansiyelli yuzeyidir.

Normal Cekim potansiyeli

- Normal elipsoidin kutlesinden dolayi olusturdugu potansiyele **normal cekim potansiyeli** denir ve V^e ile gosterilir.
- **Normal gravite poyansiyeli U** normal cekim potansiyeli ve merkezkac potansiyeli toplamina esittir ve asagidaki bicimde tanimlanir
- $U = V^e + \varphi$
- $\varphi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$, merkezkac potansiyeli
- Normal elipsoid uzerinde normal gravite potansiyeli sabittir $U = U_0 = \text{sabit}$ (yani normal gravite alaninin bir espotansiyelli yuzeyi)
- $\Delta V^e = 0$ elipsoidin disinda harmonik bir fonksiyondur, Laplace denklemini saglar.

Normal gravite alanı

- Normal gravite alanının espotansiyelli yuzeylerine sferopotansiyel yuzeyler denir. Sferopotansiyel yuzeyler üzerinde normal gravite potansiyelinin sabit olduğu yuzeyler olarak tanımlanır
- $U = \text{sabit}$
- Normal ellipsoid yuzeyi (uzerinde $U = U_0 = \text{sabit}$) haric, sferopotansiyel yuzeyler elipsoidden saparlar ve birbirlerine parallel degillerdir. Espotansiyelli yuzeyler parallel olmadigi icin, normal cekul dogrultulari bu yuzeyleri egri olarak keserler



Normal gravite potansiyeli U nasıl belirlenir?

- $\Delta V^e = 0$ normal elipsoidin dışında Laplace denklemini sağlamalı
- Sinir koşulu normal elipsoid üzerinde
- $V^e + \varphi = U_0 = \text{sabit}$
- Küresel koordinatlar cinsinden normal çekim potansiyeli
- $V^e(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} (A_{n,m} \cos m\lambda + B_{n,m} \sin m\lambda) P_{n,m}(\cos \theta)$
- Rotasyonel simetriden dolayı
- $V^e(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} A_n P_n(\cos \theta)$
- Ekvatorial simetriden dolayı
- $V^e(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} A_{2n} P_{2n}(\cos \theta)$
- Küresel koordinatlar cinsinden normal çekim potansiyeli aşağıdaki şekilde ifade edilebilir
- $$V^e(r, \theta) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(\frac{a}{r}\right)^{2n} P_{2n}(\cos \theta) \right]$$
$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left(1 - n + 5n \frac{a^2}{E^2} J_2 \right)$$

Normal Elipsoid

GRS 80 elipsoidinin tanim parametreleri

$$a = 6378137 \text{ m}$$

$$J_2 = 1.08263E - 03$$

$$GM = 3986005 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$\omega = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Seklindedir. Tanim parametreleri gunumuzde en iyi gozlemlenebilen parametrelerden secilir. Gunumuzde normal elipsoidin parametreleri GM ve J_2 uydu yorungelerini gozlemleyerek belirlenir. Buyukluk parametresi a, uydu altimetre teknigini kullanarak elipsoidi ortalama deniz seviyesine uydurarak hesaplanir. Dunya donme hizi ω astronomik gozlemlerden elde edilir.

- Diger geometrik sabitler
- $b = a\sqrt{1 - e^2}$ küçük yariyeksen
- $f = \frac{a-b}{a}$ basiklik
- $c = a^2/b$ kutup egrilik yaricapi
- $e = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$ 1. dis merkezlik parametresi
- $e' = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$ 2. dis merkezlik parametresi
- $E = \sqrt{a^2 - b^2}$ Dogrusal dis merkezlik parametresi

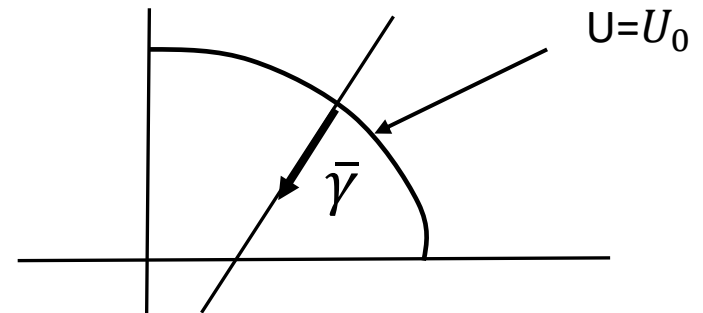
- Diger fiziksel sabitler
- $m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$ boyutsuz buyukluk
- $\gamma_e = \frac{GM}{ab} (1 - \frac{3}{2}m - \frac{3}{14}e'^2 m)$ ekvatordaki normal gravite degeri
- $\gamma_k = \frac{GM}{a^2} (1 + m + \frac{3}{7}e'^2 m)$ kutuplardaki normal gravite degeri
- $k = \frac{b\gamma_k}{a\gamma_e} - 1$ normal gravite sabiti

- **GRS 80 elipsoidi ile ilgili diger parametreler**

- 1. dis merkezlik $e^2 = 0.006694380023$
- 2. dis merkelik $e'^2 = 0.006739496775$
- Kucuk yaricap $b = 6356752.3141m$
- Dinamik sekil faktoru $J_2 = 1.08263 \times 10^{-3}$
- Kutup egrilik yaricapi $c = 6399593.6259m$

Normal gravite

- Normal gravite potansiyelinin gradyentine normal gravite vektörü denir
- $\bar{\gamma} = \nabla U$
- Normal gravite vektörünün büyüklüğüne normal gravite denir ve γ ile gösterilir.
- $\gamma = |\bar{\gamma}|$
- Normal elipsoid üzerindeki normal gravite aşağıdaki eşitlik ile ifade edilir
- $\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 \phi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}}$
- Burada ϕ : jeodezik enlem, γ_e : ekvatordaki normal gravite değeri, k normal gravite sabiti, e^2 : elipsoidin birinci dış merkezlik elemanı
- GRS 80 elipsoidi için $k = 0,001931851353$
- $\gamma_e: 9.7803267715 \text{ m/s}^2$
- $e^2: 0.00669438002290$



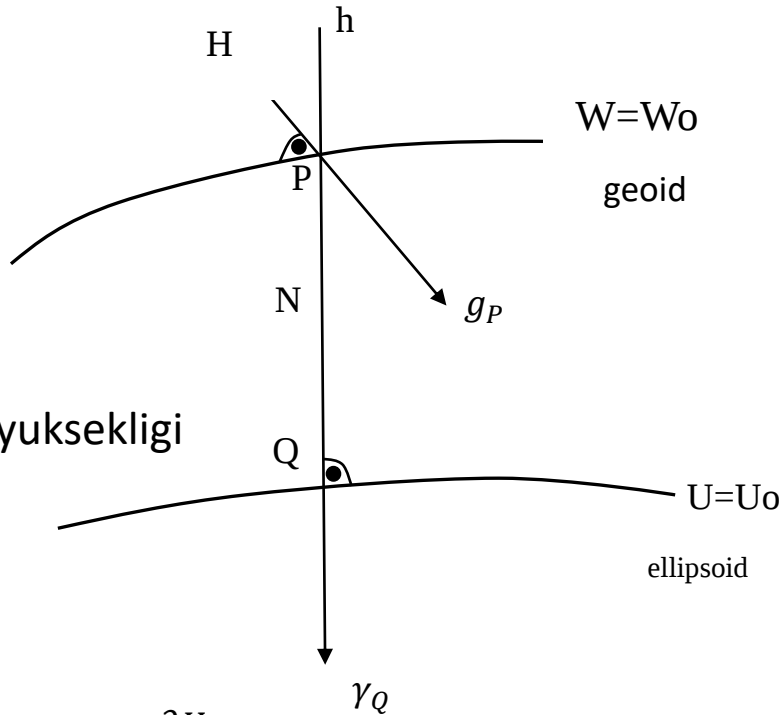
Normal gravite

- h ellipsoidal yuksekliginde normal gravite degeri
- $\gamma_h = \gamma_0 \left(1 - \frac{2h}{a} (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) + \frac{3}{a^2} h^2 \right)$
- Esitligiyle elde edilir. Burada γ_0 elipsoit yuzeyinde normal gravite, m boyutsuz buyukluk ifade eder ve
- $m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$

Bozucu gravite Alanı (T)

- Bir noktadaki gerçek gravite potansiyeli ile normal gravite potansiyeli arasındaki farka **bozucu potansiyel** denir ve **T** ile gösterilir.
- $T = W - U$
- W 'nin U 'dan olan sapma değerleri çok küçük olduğundan gravite potansiyeli normal potansiyel ile bozucu potansiyelin toplamına eşit kabul edilebilir (aralarındaki ilişki doğrusal kabul edilip üst dereceden terimler ihmal edilirse) böylelikle bozucu potansiyel belirlenerek gerçek gravite potansiyeline ait değerlerin hesabına çalışılmaktadır.
- Bozucu potansiyel çeken kutlenin dışında harmoniktir yani Laplace eşitliğini sağlamaktadır.
- $\Delta T = 0$; $\Delta T = \Delta W - \Delta U = \Delta(V + \varphi) - \Delta(V^e + \varphi) = 0$

Brun's Esitligi



Burada $\gamma_Q = -\frac{\partial U_Q}{\partial h}$ esitligi dikkate alinarak

$$T_P = W_P - U_Q + \gamma_Q N$$

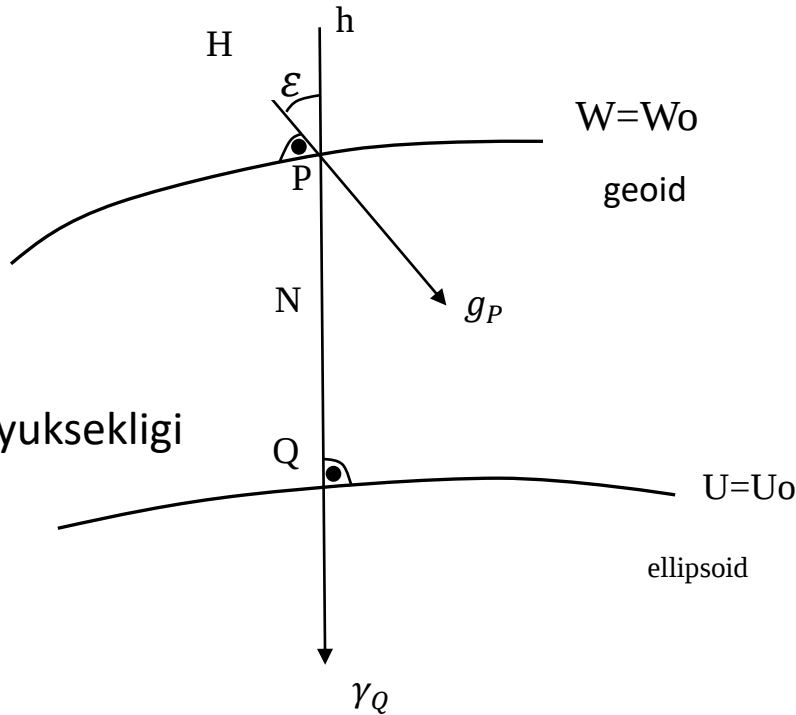
Jeoid uzerinde $W_P = W_0$ ve normal ellipsoid uzerinde $U_Q = U_0$

$$N = \frac{T_P}{\gamma_Q} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma_Q} \quad \text{burada } W_0 = U_0 \text{ alinirsa}$$

$$N = \frac{T_P}{\gamma_Q} \quad \text{Brun's esitligi elde edilir. Bozucu potansiyel ile jeoid yuksekligi arasindaki iliskiyi verir}$$

- P noktasindaki bozucu potansiyeli
- $T_P = W_P - U_P \quad (1)$
- P noktasindaki normal gravite potansiyelini Q ya gore Taylor serisine acilabilir
- $U_P = U_Q + \frac{\partial U}{\partial h} N + \dots$
- Yusek dereceden terimleri ihmal ederek U_P yi (1) esitliginde yerine yazarsak
- $T_P = W_P - U_Q - \frac{\partial U_Q}{\partial h} N$

Gravite Anomalisi ve Gravite Bozuklugu

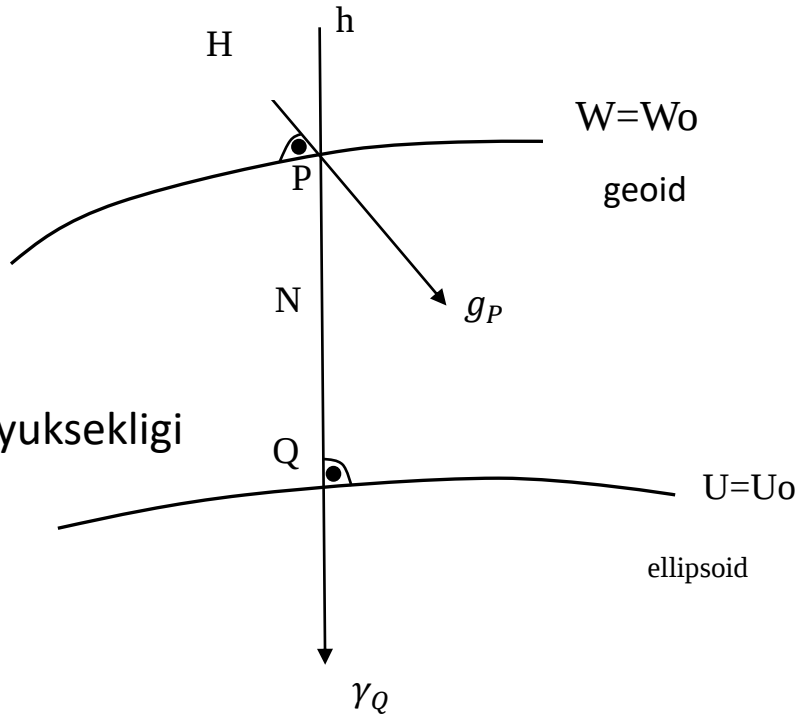


- P noktasındaki gravite vektörü ile P noktasından geçen ellipsoid normalinin elipsoidi deldigi Q noktasındaki normal gravite vektörü arasindaki farka gravite anomalisi vektörü denir.
- $\overline{\Delta g} = \overline{g_p} - \overline{\gamma_Q}$
- Gercek gravite vektörü ile normal gravite vektorunun buyuklukleri farkina gravite anomalisi denir ve Δg ile gosterilir.
- $\Delta g = |\overline{g_p}| - |\overline{\gamma_Q}| = g_P - \gamma_Q$

N: Jeoid yuksekligi : Bir noktadaki jeoid ile ellipsoid arasindaki dusey uzakliga jeoid Yuksekligi denir.

ε : cekul sapmasi, ellipsoid normali ile cekul dogrultusu arasindaki farka cekul sapmasi denir

Gravite Anomalisi ve Gravite Bozuklugu



Gravite anomalisi yeryuvari gravite Alanı belirleme uygulamalarının en temel verisidir.

N: Jeoid yüksekliği

Gravite Bozuklugu P noktasındaki gravite vektörü ile normal gravite vektörü arasındaki farka gravite bozuklugu vektörü, P noktasındaki gerçek gravite ile normal gravite vektörlerinin büyüklüklerinin farkına gravite bozuklugu denir ve δg ile gösterilir.

$$\delta g = |\overline{g_P}| - |\overline{\gamma_P}| = g_P - \gamma_P$$