

Normal Gravite Alanı

- **W** gerçek gravite alanının belirlenmesi çok zordur. Yerin gerçek gravite alanını, birisi düzgün **normal gravite alanı (U)** ve bundan geriye kalan küçük sapmaları temsil eden **Bozucu gravite alanı (T)** olarak iki kısma ayırmak gerçek gravite alanını belirleme sorununu epeyce kolaylaştırır.
- Yeryüzünün temel şekli olarak alınan jeoidin basit bir geometrik yüzey olmaması, jeodezik ölçülerin değerlendirilmesini büyük ölçüde güçleştirmektedir. Bu yüzden matematik yönden basit, jeodezik problemlerin çözümünü mümkün kılan ve aynı zamanda jeoidden farkı mümkün olduğunca az olan bir yüzey gerekmektedir

Yeryuvarı veya geoit küreden çok bir elipsoide benzer. Böyle bir elipsoid hem matematik hem de fiziksel olarak geoid yerine kullanılabilir ve üzerinde jeodezik hesaplar yapılabilir. Bu ve buna benzer sağladığı avantajlar yüzünden normal gravite alanını **bir elipsoidin gravite alanı** olarak almak tercih edilir.

Bu durumda; geometrik yönden biçimi ve büyüklüğü geoide mümkün olduğunca uyan bir dönel elipsoid seçilecek ve bu elipsodin, içinin homojen yoğunluklu şekilde yerin M kütlesi ile dolu olduğu ve yerin açısal hızı ile döndüğü düşünülecektir. Bu durumda oluşacak normal gravite alanının dolayısıyla **elipsoidin gravite alanının** eşpotansiyelli yüzeylerinden birisinin geoide karşılık geldiği ve bu elipsoidin geoidin şekline normal yaklaşım olduğu kabul edilmektedir

Normal Elipsoid

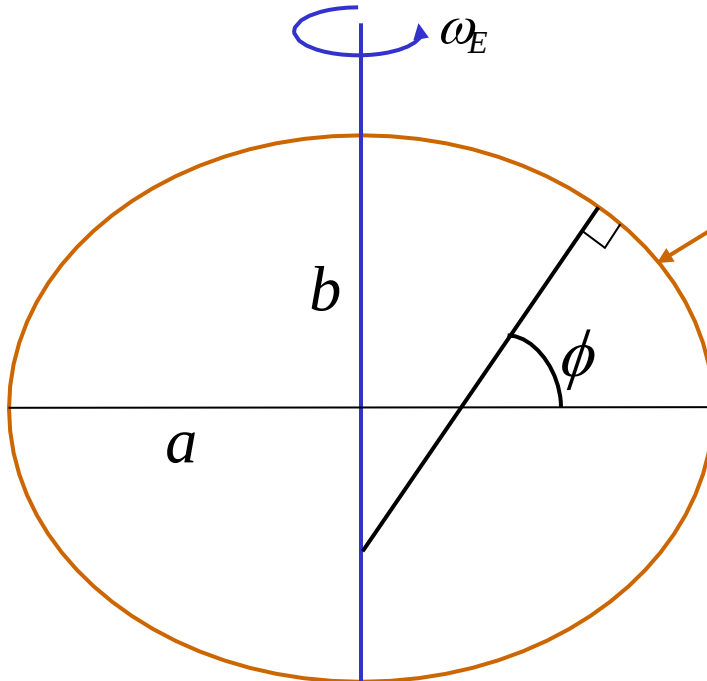
- Yeryuvarının sekline en iyi uyan ve üzerinde normal gravite potansiyeli sabit olan donel elipsoide normal ellipsoid denir ve normal elipsoid ile ilgili gravite alanına normal gravite alanı denir. Normal elipsoid ve onun gravite alanı 4 parametre ile tanımlanır

a : büyük yarı eksen

GM : Jeosantrik çekim sabiti

ω : acisal donme hizi

$J_2, (f)$:dinamik sekil faktoru, veya basiklik



$U_o = \text{sabit}$

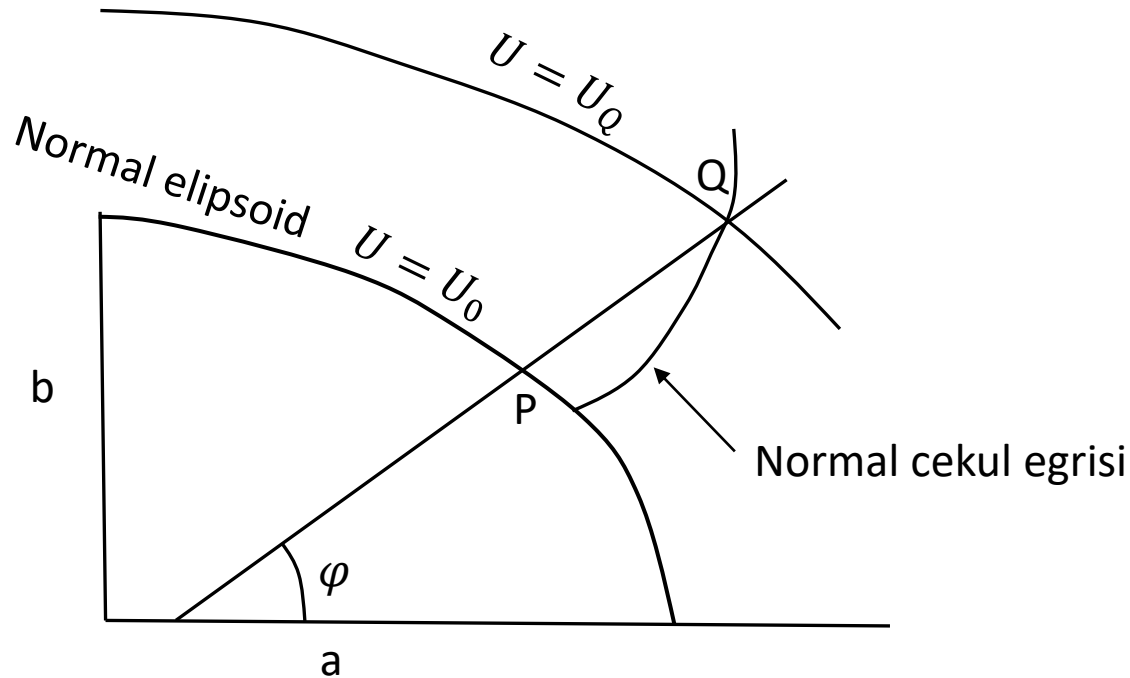
Normal elipsoid normal gravite alaninin bir espotansiyelli yuzeyidir.

Normal Cekim potansiyeli

- Normal elipsoidin kutlesinden dolayi olusturdugu potansiyele **normal cekim potansiyeli** denir ve V^e ile gosterilir.
- **Normal gravite poyansiyeli U** normal cekim potansiyeli ve merkezkac potansiyeli toplamina esittir ve asagidaki bicimde tanimlanir
- $U = V^e + \varphi$
- $\varphi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$, merkezkac potansiyeli
- Normal elipsoid uzerinde normal gravite potansiyeli sabittir $U = U_0 = \text{sabit}$ (yani normal gravite alaninin bir espotansiyelli yuzeyi)
- $\Delta V^e = 0$ elipsoidin disinda harmonik bir fonksiyondur, Laplace denklemini saglar.

Normal gravite alanı

- Normal gravite alanının espotansiyelli yuzeylerine sferopotansiyel yuzeyler denir. Sferopotansiyel yuzeyler üzerinde normal gravite potansiyelinin sabit olduğu yuzeyler olarak tanımlanır
- $U = \text{sabit}$
- Normal ellipsoid yuzeyi (üzerinde $U = U_0 = \text{sabit}$) haric, sferopotansiyel yuzeyler elipsoidden saparlar ve birbirlerine paralel degillerdir. Espotansiyelli yuzeyler paralel olmadigi için, normal cekul dogrultulari bu yuzeyleri egri olarak keserler



Normal gravite potansiyeli U nasıl belirlenir?

- $\Delta V^e = 0$ normal elipsoidin dışında Laplace denklemini sağlamalı
- Sinir koşulu normal elipsoid üzerinde
- $V^e + \varphi = U_0 = \text{sabit}$
- Küresel koordinatlar cinsinden normal çekim potansiyeli aşağıdaki şekilde de ifade edilebilir

$$V^e(r, \theta) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\cos \theta) \right]$$

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left(1 - n + 5n \frac{a^2}{E^2} J_2 \right)$$

J_{2n} katsayısı sadece 4 parametreye bağlıdır; ω, J_2, a, GM
Orneğin **GRS 80** elipsoidi için bu parametreler

$$a = 6378137 \text{ m}$$

$$J_2 = 1.08263E - 03$$

$$GM = 3986005 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$\omega = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Normal Elipsoid

GRS 80 elipsoidinin tanım parametreleri

$$a = 6378137 \text{ m}$$

$$J_2 = 1.08263E - 03$$

$$GM = 3986005 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$\omega = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Seklindedir. Tanım parametreleri gunumuzde en iyi gozlemlenebilen parametrelerden secilir. Gunumuzde normal elipsoidin parametreleri GM ve J_2 uydu yorungelerini gozlemleyerek belirlenir. Buyukluk parametresi a, uydu altimetre teknigini kullanarak elipsoidi ortalama deniz seviyesine uydurarak hesaplanir. Dunya donme hizi ω astronomik gozlemlerden elde edilir.

- Diğer geometrik sabitler
- $b = a\sqrt{1 - e^2}$ küçük yarıeksen
- $f = \frac{a-b}{a}$ basıklık
- $c = a^2/b$ kutup eğrilik yarıçapı
- $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ 1. dis merkezlik parametresi
- $e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$ 2. dis merkezlik parametresi
- $E = \sqrt{a^2 - b^2}$ Doğrusal dis merkezlik parametresi

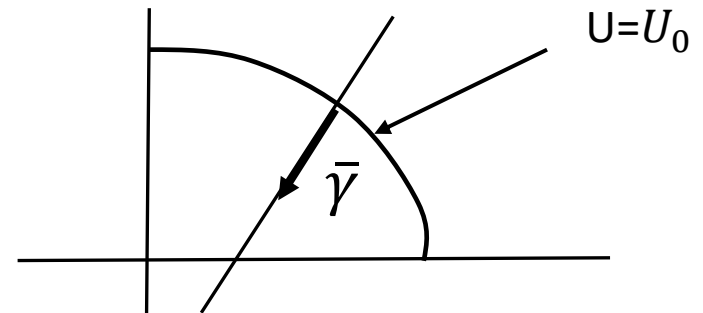
- Diğer fiziksel sabitler
- $m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$ boyutsuz büyüklük
- $\gamma_e = \frac{GM}{ab} (1 - \frac{3}{2}m - \frac{3}{14}e'^2 m)$ ekvatordaki normal gravite değeri
- $\gamma_k = \frac{GM}{a^2} (1 + m + \frac{3}{7}e'^2 m)$ kutuplardaki normal gravite değeri
- $k = \frac{b\gamma_k}{a\gamma_e} - 1$ normal gravite sabiti

- **GRS 80 elipsoidi ile ilgili diger parametreler**

- 1. dis merkezlik $e^2 = 0.006694380023$
- 2. dis merkelik $e'^2 = 0.006739496775$
- Kucuk yaricap $b = 6356752.3141m$
- Dinamik sekil faktoru $J_2 = 1.08263 \times 10^{-3}$
- Kutup egrilik yaricapi $c = 6399593.6259m$

Normal gravite

- Normal gravite potansiyelinin gradyentine normal gravite vektörü denir
- $\bar{\gamma} = \nabla U$
- Normal gravite vektörünün büyüklüğüne normal gravite denir ve γ ile gösterilir.
- $\gamma = |\bar{\gamma}|$
- Normal elipsoid üzerindeki normal gravite aşağıdaki eşitlik ile ifade edilir
- $\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 \phi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}}$
- Burada ϕ : jeodezik enlem, γ_e : ekvatordaki normal gravite değeri, k normal gravite sabiti, e^2 : elipsoidin birinci dış merkezlik elemanı
- GRS 80 elipsoidi için $k = 0,001931851353$
- $\gamma_e: 9.7803267715 \text{ m/s}^2$
- $e^2: 0.00669438002290$



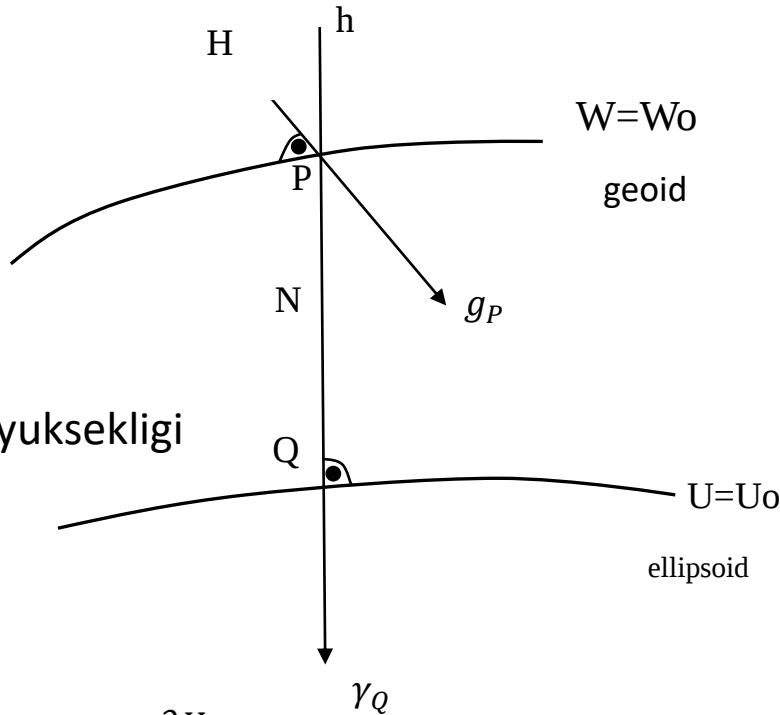
Normal gravite

- h ellipsoidal yuksekliginde normal gravite degeri
- $\gamma_h = \gamma_0(1 - \frac{2h}{a}(1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) + \frac{3}{a^2}h^2)$
- Esitligiyle elde edilir. Burada γ_0 elipsoit yuzeyinde normal gravite, m boyutsuz buyukluk ifade eder ve
- $m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$

Bozucu gravite Alanı (T)

- Bir noktadaki gerçek gravite potansiyeli ile normal gravite potansiyeli arasındaki farka **bozucu potansiyel** denir ve **T** ile gösterilir.
- $T = W - U$
- W 'nin U 'dan olan sapma değerleri çok küçük olduğundan gravite potansiyeli normal potansiyel ile bozucu potansiyelin toplamına eşit kabul edilebilir (aralarındaki ilişki doğrusal kabul edilip üst dereceden terimler ihmal edilirse) böylelikle bozucu potansiyel belirlenerek gerçek gravite potansiyeline ait değerlerin hesabına çalışılmaktadır.
- Bozucu potansiyel çeken kutlenin dışında harmoniktir yani Laplace eşitliğini sağlamaktadır.
- $\Delta T = 0$; $\Delta T = \Delta W - \Delta U = \Delta(V + \varphi) - \Delta(V^e + \varphi) = 0$

Brun's Esitligi



Burada $\gamma_Q = -\frac{\partial U_Q}{\partial h}$ esitligi dikkate alinarak

$$T_P = W_P - U_Q + \gamma_Q N$$

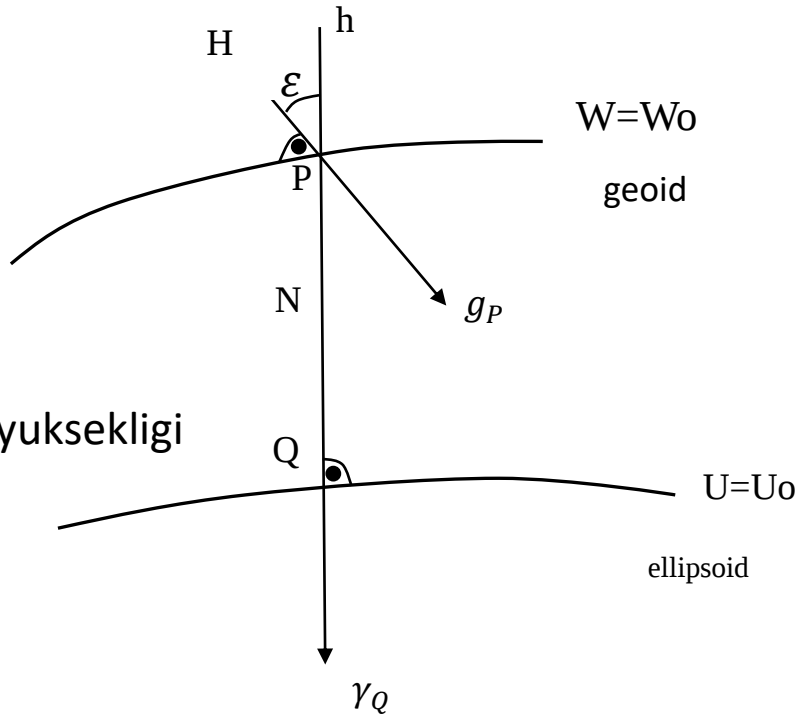
Jeoid uzerinde $W_P = W_0$ ve normal ellipsoid uzerinde $U_Q = U_0$

$$N = \frac{T_P}{\gamma_Q} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma_Q} \quad \text{burada } W_0 = U_0 \text{ alinirsa}$$

$$N = \frac{T_P}{\gamma_Q} \quad \text{Brun's esitligi elde edilir. Bozucu potansiyel ile jeoid yuksekligi arasindaki iliskiyi verir}$$

- P noktasindaki bozucu potansiyeli
- $T_P = W_P - U_P \quad (1)$
- P noktasindaki normal gravite potansiyelini Q ya gore Taylor serisine acilabilir
- $U_P = U_Q + \frac{\partial U}{\partial h} N + \dots$
- Yusek dereceden terimleri ihmal ederek U_P yi (1) esitliginde yerine yazarsak
- $T_P = W_P - U_Q - \frac{\partial U_Q}{\partial h} N$

Gravite Anomalisi ve Gravite Bozuklugu

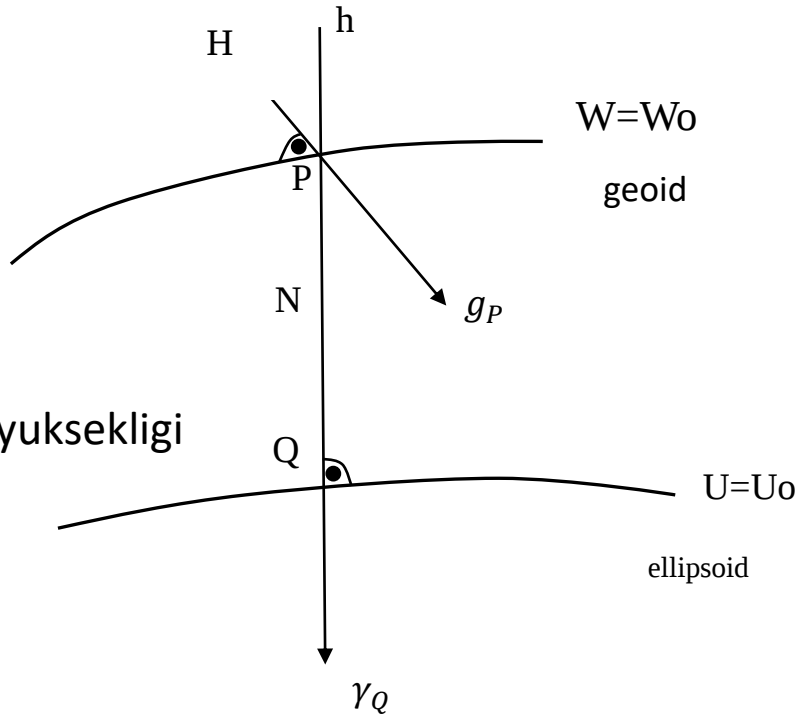


- P noktasındaki gravite vektörü ile P noktasından geçen ellipsoid normalinin elipsoidi deldigi Q noktasındaki normal gravite vektörü arasındaki farka gravite anomalisi vektörü denir.
- $\overline{\Delta g} = \overline{g_p} - \overline{\gamma_Q}$
- Gerçek gravite vektörü ile normal gravite vektörünün büyüklükleri farkına gravite anomalisi denir ve Δg ile gösterilir.
- $\Delta g = |\overline{g_p}| - |\overline{\gamma_Q}| = g_P - \gamma_Q$

N: Jeoid yüksekliği : Bir noktadaki jeoid ile ellipsoid arasındaki dikey uzaklığa jeoid Yüksekliği denir.

ε : çekim sapması, ellipsoid normali ile çekim doğrultusu arasındaki farka çekim sapması denir

Gravite Anomalisi ve Gravite Bozuklugu



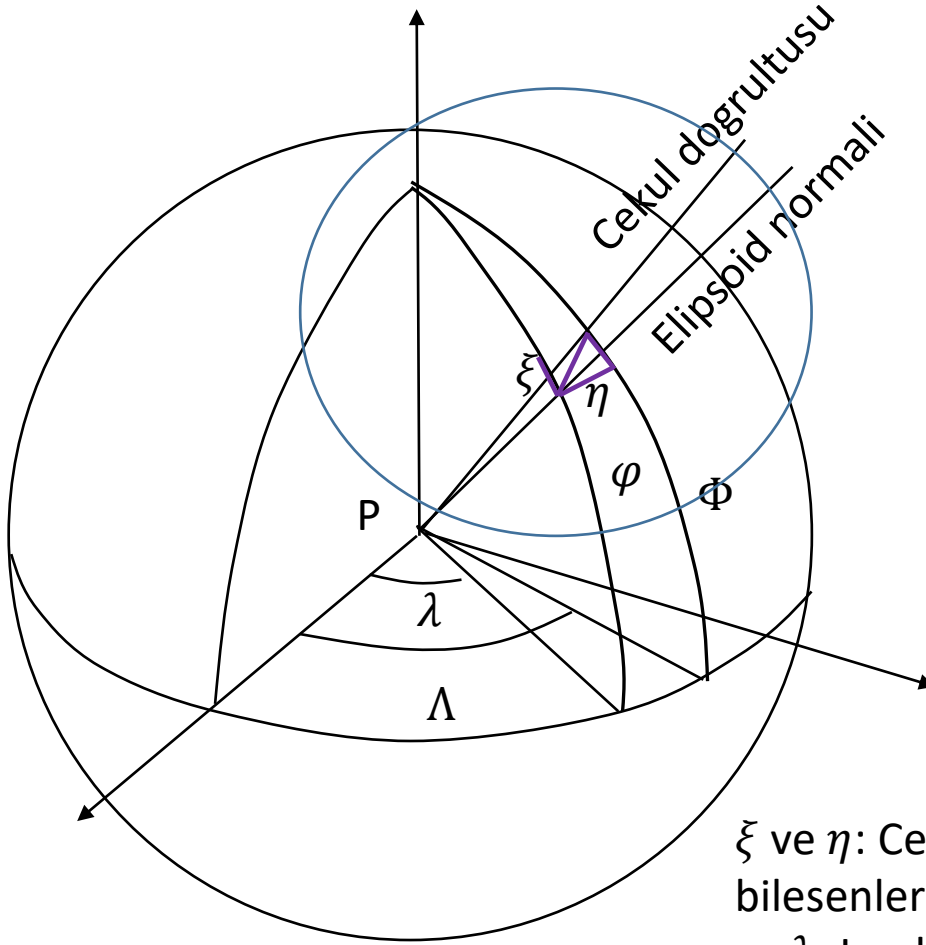
Gravite anomalisi yeryuvari gravite Alanı belirleme uygulamalarının en temel verisidir.

N: Jeoid yüksekliği

Gravite Bozuklugu P noktasındaki gravite vektörü ile normal gravite vektörü arasındaki farka gravite bozuklugu vektörü, P noktasındaki gerçek gravite ile normal gravite vektörlerinin büyüklüklerinin farkına gravite bozuklugu denir ve δg ile gösterilir.

$$\delta g = |\overline{g_P}| - |\overline{\gamma_P}| = g_P - \gamma_P$$

Cekul sapması



- P noktasından geçen cekul doğrultusu ve elipsoid normali birim yarıcaplı bir kure üzerine izdusurulduğunda cekul sapmasının iki bileşeni olduğu görülür. Elipsoid normalinin kureyi deldiği noktaya göre meridyen ve paralel daire doğrultusundaki cekul sapma bileşenleri olarak adlandırılır.

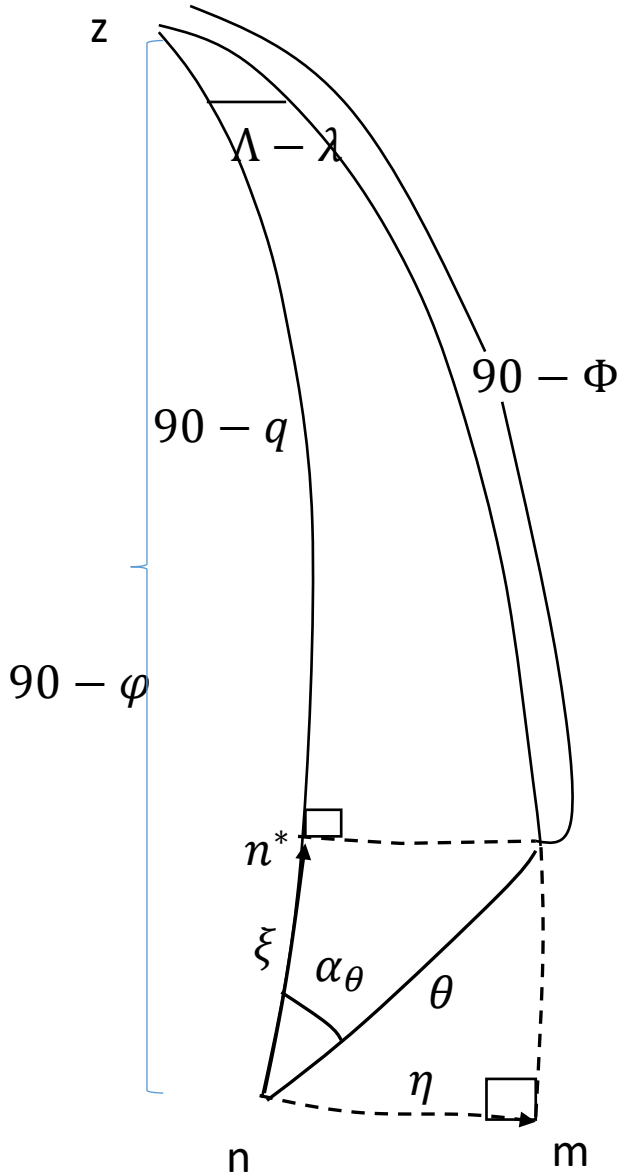
- $\xi = \Phi - \varphi$
- $\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi$

ξ ve η : Cekul sapmasının kuzey-güney ve doğu-batı bileşenleri

φ, λ : Jeodezik enlem ve boylam

Φ, Λ : Astronomik enlem ve boylam

Cekul sapmasi



- Kuresel ucgen esitliklerinden
- $\sin\eta = \sin(\Lambda - \lambda) \cos\varphi$
- $\cos(\Lambda - \lambda) = \tan\Phi \cot q$
- $\xi = (90 - \varphi) - (90 - q)$
- Burada η ve $(\Lambda - \lambda)$ kucuk acilar oldugundan sinusu yerine radian degerleri cosinusu yerine birim alinir.

Cekul sapmasinin herhangi bir α azimutundaki bileseni

$$\eta = \theta \sin \alpha_\theta$$

$$\xi = \theta \cos \alpha_\theta$$

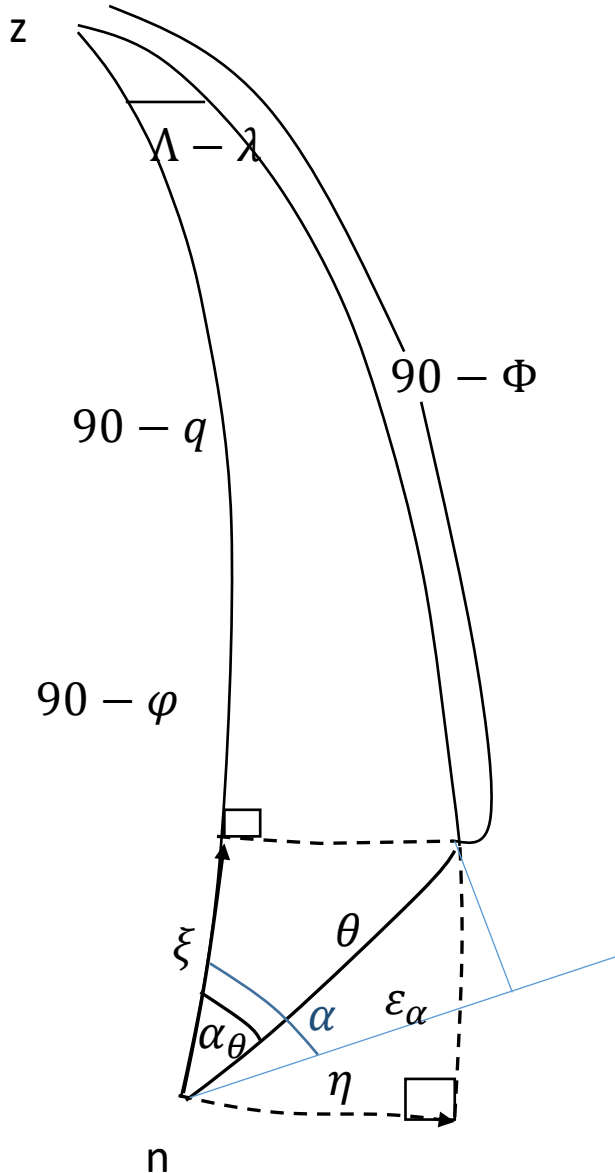
$$\theta = \sqrt{\eta^2 + \xi^2}$$

$$\varepsilon_\alpha = \theta \cos(\alpha - \alpha_\theta)$$

$$\varepsilon_\alpha = \theta \cos \alpha \cos \alpha_\theta + \theta \sin \alpha \sin \alpha_\theta$$

$$\varepsilon_\alpha = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha$$

Cekul sapması



- Kuresel ucgen esitliklerinden
- $\sin \eta = \sin(\Lambda - \lambda) \cos \varphi$
- $\cos(\Lambda - \lambda) = \tan \Phi \cot q$
- $\xi = (90 - \varphi) - (90 - q)$

Cekul sapmasının herhangi bir α azimutundaki bileşeni ξ ve η cinsinden

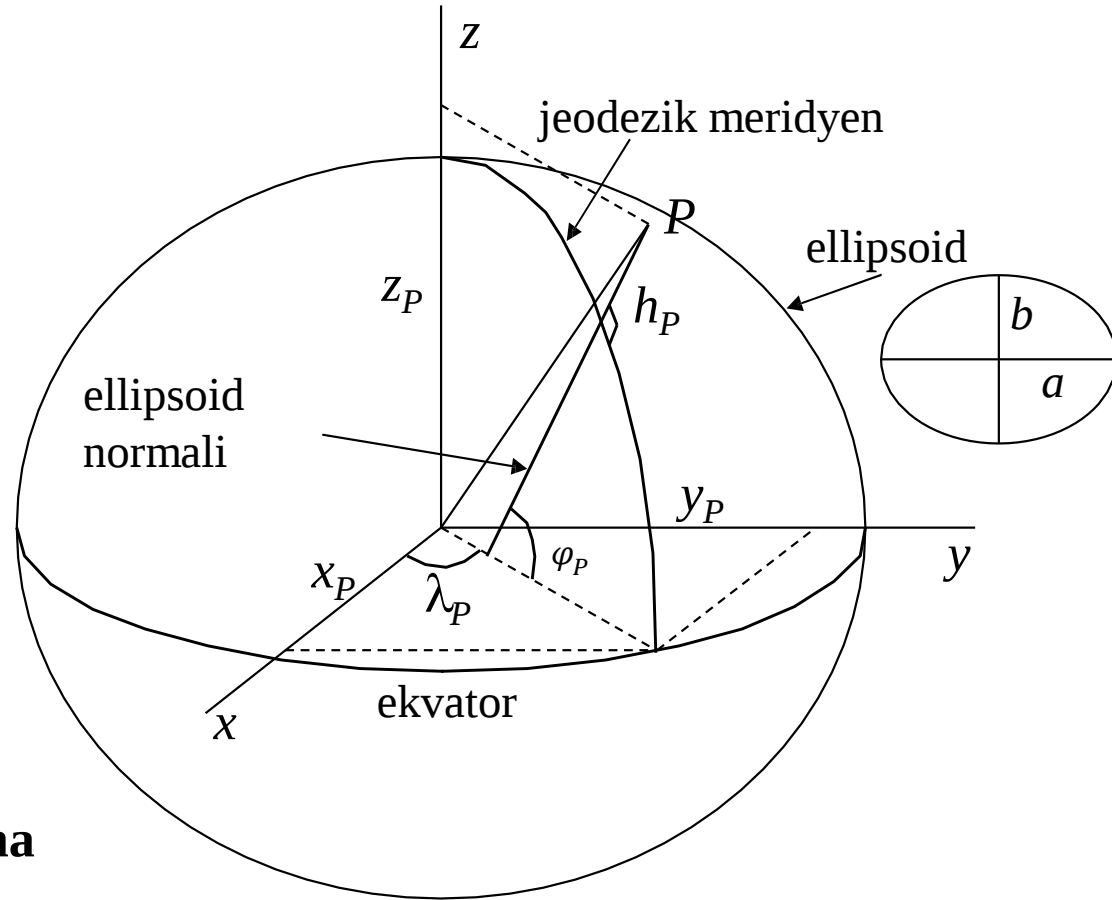
$$\begin{aligned}\eta &= \theta \sin \alpha_\theta \\ \xi &= \theta \cos \alpha_\theta \\ \theta &= \sqrt{\eta^2 + \xi^2} \\ \varepsilon_\alpha &= \theta \cos(\alpha - \alpha_\theta) \\ \varepsilon_\alpha &= \theta \cos \alpha \cos \alpha_\theta + \theta \sin \alpha \sin \alpha_\theta \\ \varepsilon_\alpha &= \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha\end{aligned}$$

Jeodezik koordinat sistemi

- Jeodezik enlem, jeodezik boylam, jeodezik (elipsoidal) yukseklik: (φ, λ, h)
 - kucuk yari ekseni a ve buyuk yari ekseni b olan secilen bir elipsoide isaret eder

- Jeodezik koordinatlar:

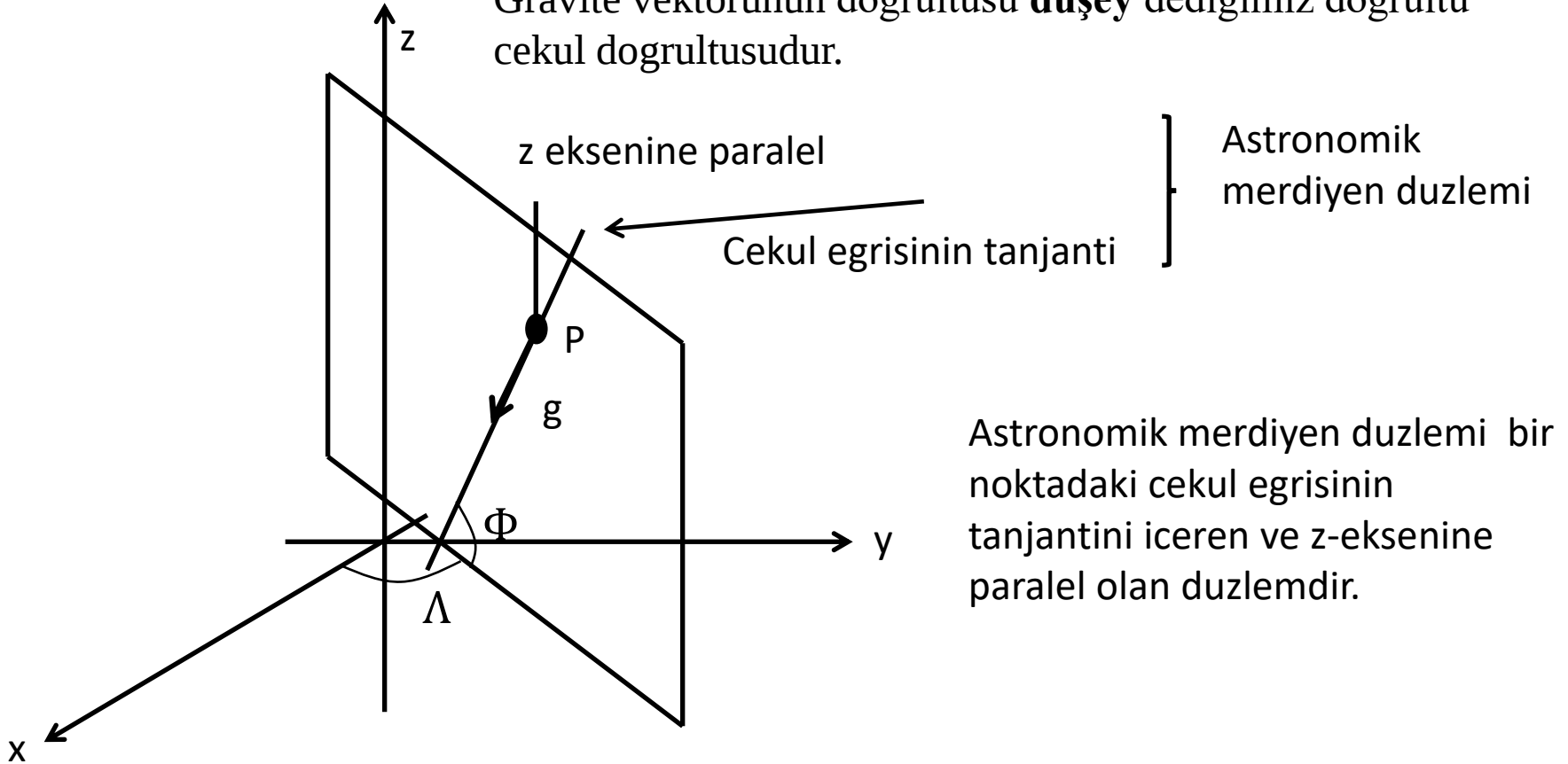
- **boylam**, λ , ekvator duzleminde x -ekseninden itibaren noktanin meridyen duzlemine olan acidir.
- **enlem**, ϕ , meridyen duzleminde ekvator dan P noktasindan gecen elipsoid normali arasindaki acidir
- **Elipsoidal yukseklik**, h , P noktasinin elipsoid normali boyunca elipsoid den P noktasina olan uzakliktir.



Elipsoid normalinin dogrultusunu o noktadaki jeodezik enlem ve boylam belirler.

Astronomik (Dogal koordinat sistemi)

Gravite vektörünün doğrultusu **düşey** dediğimiz doğrultu çekul doğrultusudur.



Astronomik meridyen düzlemi bir noktadaki çekul eğrisinin tanjantini içeren ve z -eksenine paralel olan düzlemdir.

- **Astronomik enlem Φ :** astronomik meridyen düzleminde, z -eksenine dik olan ekvator düzleminde P noktasından geçen çekul doğrultusuna olan açıdır.
- **Astronomik boylam Λ :** ekvatorunda Greenwich başlangıç meridyen düzlemi ile astronomik meridyen düzlemi arasındaki açıdır.
- Astronomik koordinatlar bir noktadaki çekul doğrultusunun yönünü belirler.

Fiziksel Jeodezinin Temel Esitligi

- Gravite bozuklugu ise

$$\delta g_P = g_P - \gamma_P = \nabla W_P - \nabla U_P = \nabla T_P$$

$$\delta g_P = \nabla T_P = -\frac{\partial W}{\partial H}\bigg|_P - \left(-\frac{\partial U}{\partial h}\bigg|_P \right)$$

- jeoid normali ile ellipsoid normalini cakisik kabul edersek $-\frac{\partial W}{\partial H}\bigg|_P \approx -\frac{\partial U}{\partial h}\bigg|_P$

$$\nabla T_P = -\frac{\partial T}{\partial h}\bigg|_P$$

- Q noktasindaki normal gravite degeri Taylor serisine acilir

$$\gamma_P = \gamma_Q + \frac{\partial \gamma}{\partial h}\bigg|_Q N + \dots$$

- Ve yukaridaki esitlikte yerine yazilirsas asagidaki esitlik elde edilir

$$-\frac{\partial T}{\partial h}\bigg|_P = g_P - \gamma_P = g_P - \gamma_Q - \frac{\partial \gamma}{\partial h}\bigg|_Q N$$

Bruns esitligini yukaridaki formilde yerine yazarsak

$$\Rightarrow \Delta g_P = -\frac{\partial T}{\partial h}\bigg|_P + \frac{1}{\gamma_Q} \frac{\partial \gamma}{\partial h}\bigg|_Q T_P - \frac{1}{\gamma_Q} \frac{\partial \gamma}{\partial h}\bigg|_Q (W_o - U_o)$$

Bu eşitliğe **fiziksel jeodezinin temel eşitliği** denilir. Çünkü bu, ölçülen miktar Δg ile bilinmeyen bozucu potansiyel T arasındaki bağıntıyı kurar.

- Sınır koşulu jeoid yüzeyinin tüm noktalarında Δg biliniyor kabulü ile

$$\Rightarrow \Delta g_P = -\frac{\partial T}{\partial h}\bigg|_P + \frac{1}{\gamma_Q} \frac{\partial \gamma}{\partial h}\bigg|_Q T_P - \frac{1}{\gamma_Q} \frac{\partial \gamma}{\partial h}\bigg|_Q (W_o - U_o)$$

- biçiminde yazılır. Bu 3. Sınır değerine benzemektedir. Bu problem çözülüp Bozucu potansiyel T bulunacaktır.

Küresel yaklaşım

- Normal elipsoidi küre olarak düşünürsek, ellipsoid normali boyunca alınan turevleri radial türev olarak düşünersek

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial h} \simeq \frac{\partial}{\partial r} \quad \gamma = \frac{GM}{r^2}$$

- Küresel yaklaşımları ile

$$\Rightarrow \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial h} \simeq \frac{r^2}{GM} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{GM}{r^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial h} \simeq \frac{r^2}{GM} \left(-2 \frac{GM}{r^3} \right) = -\frac{2}{r}$$

- Yeryuvarının ortalama yarıcapını R olarak alınırsa, yukarıdaki eşitlik

$$\Rightarrow \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial h} \simeq -\frac{2}{R}$$

- Sınır değer koşulunun küresel yaklaşımı elde edilir

$$\Delta g_p \simeq -\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} - \frac{2}{R} T \Big|_{r=R} - \frac{2}{R} (W_o - U_o)$$

- şeklini alır.

3. Sınır deger problemi

- $\Delta T = 0$
- Sınır kosulu

$$\Delta g_p \simeq -\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=R} - \frac{2}{R}T\bigg|_{r=R} - \frac{2}{R}(W_o - U_o)$$

- ise $T=?$
- Bozucu Potansiyel icin genel cozum

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \delta S_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\theta, \lambda)$$

- δC_{nm} ve δS_{nm} birimsiz katsayılar

Gravite Anomalisi

- Bozucu potansiyelin kuresel harmonik acinimi

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \delta S_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\theta, \lambda)$$

- Sinir deger kosulunda yerine yazarsak

$$\Delta g \simeq - \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} - \frac{2}{R} T \Big|_{r=R}$$

- Gravite anomalisinin kuresel harmonik acinimi elde edilir

$$\Delta g(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=0}^{n_{\max}} (n-1) \left(\frac{R}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \delta S_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\theta, \lambda)$$

Stokes formülü

- Bozucu potansiyel için küresel yüzey harmonik integrali aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g(\theta', \lambda') S(r, \psi) d\sigma$$

- Jeoid üzerinde $r=R$ olup, bozucu potansiyel aşağıdaki biçimi alır.

$$T(R, \theta, \lambda) = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g(\theta', \lambda') S(\psi) d\sigma$$

- Bruns' eşitliğinden faydalanarak

$$N = \frac{1}{\gamma} T$$

- Stokes formulu elde edilir.

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g(\theta', \lambda') S(\psi) d\sigma$$

Stokes formulu

- Stokes formulu.

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g(\theta', \lambda') S(\psi) d\sigma$$

- Yaklaşımlar:
- Gravite anomalileri Δg jeoid üzerinde olmalıdır. Jeoidin dışında kütle olmadığı varsayılır
- Sınır değeri koşulunun küresel yaklaşımı kabul edilir
- Elipsoid üzerindeki normal gravite potansiyelinin jeoid üzerindeki gravite potansiyeline eşit kabul eder. ($W_0 = U_0$)
- Elipsoidin kütlesi ile jeoidin kütlesi birbirine eşit kabul edilir. Yani Stokes formulu jeoidin şekline en iyi uyan ortalama yer elipsoidine işaret eder.

Ortalama Yer elipsoidi

- Ortalama yer elipsoidi, yeryuvarının sekline en iyi uyan yeryuvari gercek parametrelerine en yakin paremetreli normal elipsoid olarak tanimlanir. Ortalama yer elipsoidi asagidaki ozelliklere sahip olmalidir. Jeoidle ayni W_0 potansiyeline ve yeryuvarıyla ayni M kitlesine, ayni açisal hıza sahip yalnızca bir tane elipsoid vardır.
- $M_{earth} = M_{ellip}$
- $W_0 = U_0$
- $\omega_{earth} = \omega_{ellip}$
- $J_2^{earth} = J_2^{ellip}$
- Ayrıca geometrik olarak
- $\sum N^2 = \min$
- $\sum(\xi^2 + \eta^2) = \min$

Stokes formulu

- Herhangi bir referans elipsoidi için Stokes formulu asagidaki bicimde elde edilir

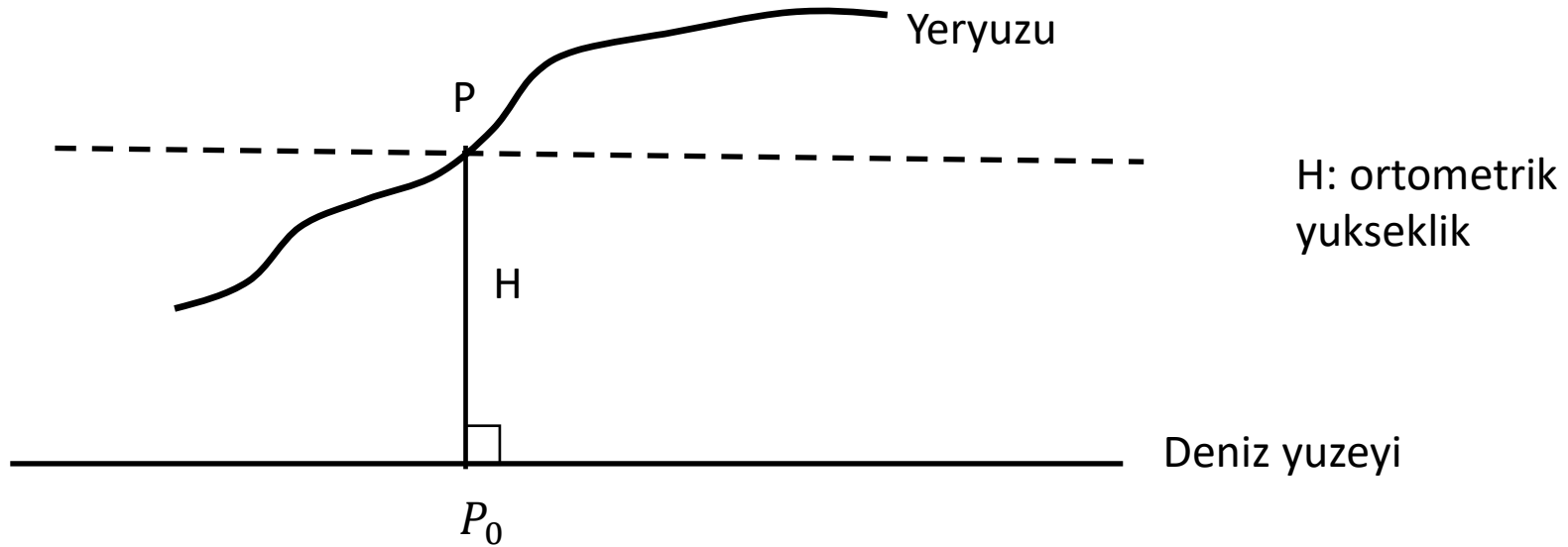
$$N = N_o + \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g(\theta', \lambda') S(\psi) d\sigma$$

- Burada N_o terimi asagidaki formulle ifade edilir

$$N_o = \frac{G\delta M}{\gamma R} - \frac{1}{\gamma} (W_o - U_o)$$

Serbest hava Indirgemesi

- Gravite anomalisinin hesabı için jeoid üzerindeki P noktasındaki gravite değerine ihtiyacımız var. Ancak gravite değeri fiziksel yeryüzünde ölçülür. Fiziksel yeryüzünde ölçülen gravite değerini jeoid yüzeyinde elde edebilmek için 2 temel indirgeme işlemi yapılır.
- Serbest hava indirgemesi: Sadece yükseklikten kaynaklanan etkilerin giderildiği düzeltme şeklidir. Deniz düzeyinin üzerinde hiç kütle yokmuş gibi Kabul edilir.



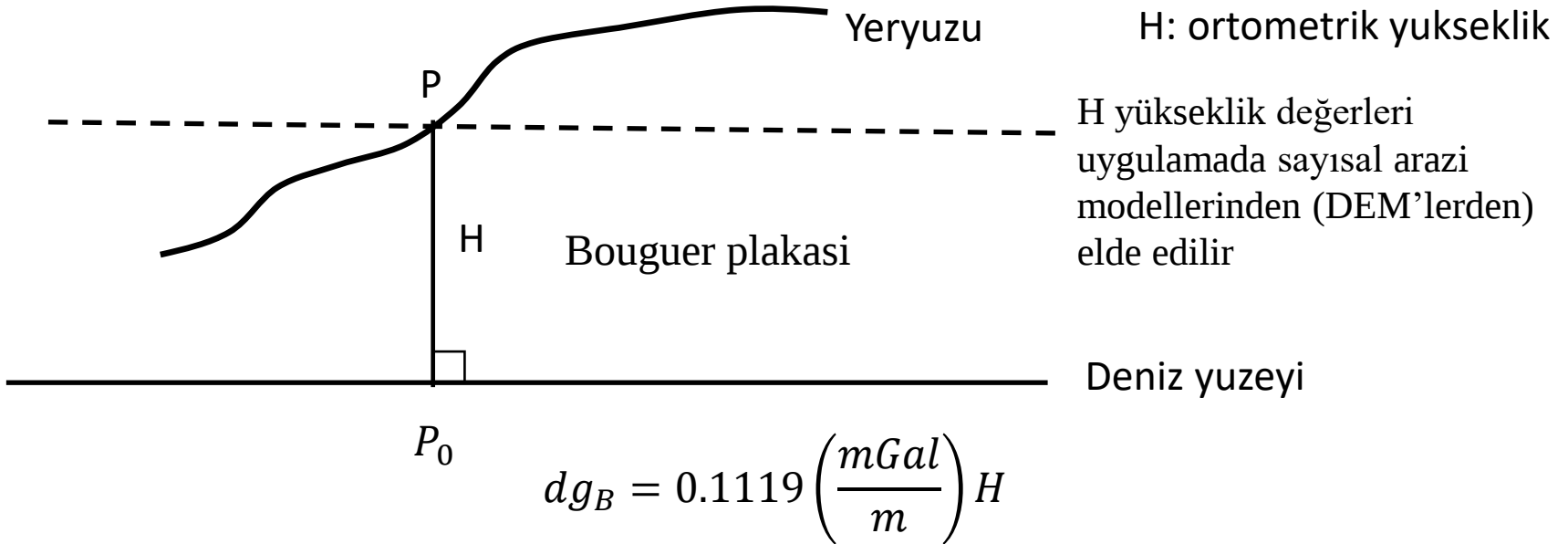
$$g_{P_0} = g_P - \frac{\partial g_P}{\partial H} H - \dots \dots \quad dg_s = -\frac{\partial g_P}{\partial H} H = -\frac{\partial \gamma_P}{\partial h} H = 0.3086H$$

$$g_{P_0} = g_p + 0.3086H$$

g_P : Yeryüzündeki P noktasında ölçülen gravite değeri

Kutle indirgemesi

- Bu indirgeme fiziksel yeryuzu ile jeoit arasindaki var olan kutlenin etkisini gidermek icin gerceklestirilir. Bunun icin yeryuzu ile jeoit arasina $\rho = 2.67 g/cm^3$ yogunluga sahip bir Bouguer tabakasi kullanilir.



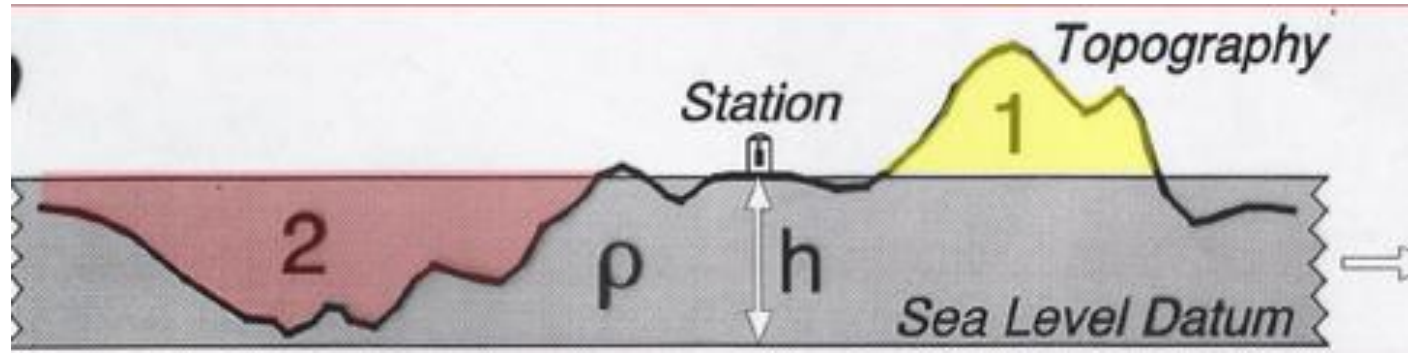
Jeoit uzerindeki gravite değeri

$$g_{P_0} = g_P + dg_s - dg_B$$

Yukarida elde edilen gravite g_{P_0} değerine bazen **Bouguer gravitesi**, buradan elde edilen gravite anomalisine de **Bouguer anomalisi** denmektedir. Bouguer gravite anomalisi

$$\Delta g = g_{P_0} - \gamma_Q$$

Arazi duzeltmesi(Terrain Correction)



Bouguer duzeltmesi gozlenen gravite degerine

1. Bouguer plakasi uzerindeki herhangi bir kutle (daglar) yokmus gibi
2. Vadilerde kutle varmis gibi varsayarak getirilir.

Arazi duzeltmesi ile daglik alanlarda olusan artik ve noksan kitlelerin gravite uzerinde toplam çekim etkisine olan miktarlarinin duzeltme olarak dikkate alinir.

Arazi duzeltmesinin (dg_A) isareti her zaman pozitifdir. Dolayisiyla, jeoide indirgenmis gravite degeri

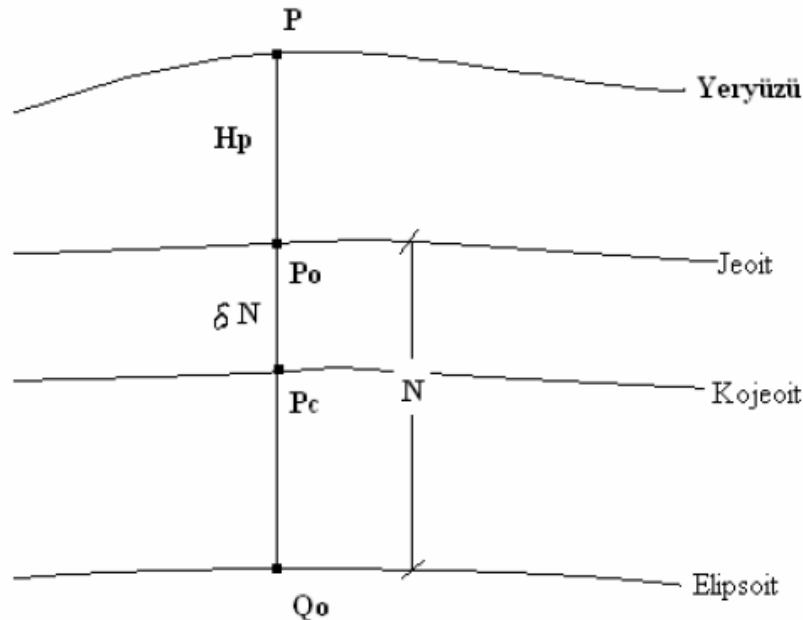
$$g_{P_0} = g_P + dg_s - dg_B + dg_A$$

Izostasi

- Jeoidin dışından Bouguer plakası ile kaldırılan kitleler jeoidin altındaki kitle düzensizliklerinin ortadan kaldıracak şekilde jeoidin altına kaydırılıp katı yer kabuğuna sıkıştırılması durumunda, aynı yoğunluklu homojen katı yer kabuğu elde edilebilir.
- İzostatik indirgemesinin amacı sabit yoğunluklu ve sabit kalınlıklı homojen bir yerkabuğu elde etmektir. Bu işlem yerkabuğunun bir izostasi modeline göre düzenlenmesi ile elde edilir. Bouguer indirgemesinde, topoğrafik kütleler tümüyle ortadan kaldırılırken izostatik indirgemede kıtaların altındaki kütle eksikliklerinin giderilmesi için topoğrafik kütleler jeoidin içine kaydırılır.
- Yapılan bu değişikliğin P yeryüzü noktasında ölçülen graviteye olan etkisi (A_c) hesaplanıp, ölçülen graviteye eklenir. Böylece toplam indirgeme ile
- $$g_{P_I} = g_P + dg_s - dg_B + dg_A + A_c$$
- İzostatik olarak indirgenmiş gravite değeri bulunur

Dolaylı Etki

- Jeoidin dışında bulunan kütleleri gravite indirgemeleri sırasında kaldırmak veya kaldırılmaları sonucu jeoid değişir.
- Jeoidin, W_0 potansiyeli ile tanımlanmış bir eşpotansiyel yüzeyi olduğunu ve indirgeme işlemlerinin, jeoit üzerinde bulunan bir noktanın potansiyelinde δW kadar bir değişikliğe neden olduğu kabul edilsin. Bunun anlamı, başlangıçta jeoit üzerinde bulunan noktanın potansiyeli, indirgeme sonunda, $W_0 - \delta W$ (eksi işareti gelenekseldir) olup tanıma göre bu nokta artık jeoit üzerinde değildir



Dolayısıyla, Stokes fonksiyonu ile hesaplanan yüzey, jeoidin kendisi olmayıp “kojeoit” adı verilen jeoitden küçük farkları olan bir yüzeydir

Dolaylı Etki

- Stokes formülleri uygulanmadan önce hesaplanmış olan gravite anomali değerleri kojeoide indirgenmiş olmalıdır. Bu, basit bir boşlukta gravite indirgemesiyle sağlanabilir.

- $\delta\Delta g = 0.3086 \left[\frac{mgal}{m} \right] \delta N$

- Stokes formülü ile N^c değeri aşağıdaki biçimde hesaplanır

$$N^c = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} (\Delta g(\theta', \lambda') + \delta\Delta g) S(\psi) d\sigma$$

- Gerçek jeoit ve kojeoit gravite indirgemelerinin dolaylı etkisi olarak adlandırılan ve δN ile gösterilen düşey bir mesafe kadar birbirinden farklıdır
- $N = N^c + \delta N$

Gravimetrik Yontemle Jeoid Belirleme

Remove-restore tekniği

- RR tekniğinde, Δg gravite anomalisi ve N jeoit yüksekliği uzun, orta ve kısa dalga boylu kısımlara bölünür.
- Uzun dalgaboylu kısım için global modellere, orta kısım için topoğrafik kütlelerin dağılımı bilgisine, kısa dalga boylu kısım için ise gravite ölçülerine (daha doğrusu gravite anomalisine) gereksinim vardır. Bunun için yeryüzünde ölçülen gravite değeri jeoide indirgenerek jeoid üzerindeki gravite değeri bulunur.
- $\Delta g_j = g_P - dg_B + dg_s + dg_A + A_C - \gamma_Q$
- Daha sonra bu değerden gravite anomalilerinin uzun dalga boylu kısmi çıkarılarak artık gravite anomalisi bulunur
- $\Delta g' = \Delta g_j - \Delta g_{GM}$
- $N' = \frac{R}{4\pi\gamma_E} \iint_{yeryuvarı} (\Delta g' S(\psi) + \delta\Delta g) d\sigma$
- Daha sonra kesin jeoit yüksekliği
- $N = N' + \delta N + N_{GM}$
- N_{GM} global modelden bulunan jeoid yüksekliğini ifade etmektedir.

Remove-restore teknigi

- Bruns esitliginden yararlanarak

$$N = \frac{1}{\gamma} T$$

- Ve bozucu potansiyelin kuresel harmonic acinimindan faydalanarak

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \delta S_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\theta, \lambda)$$

- Jeoit yuksekliginin uzun alga boylu kismi N_{GM} asagidaki gibidir

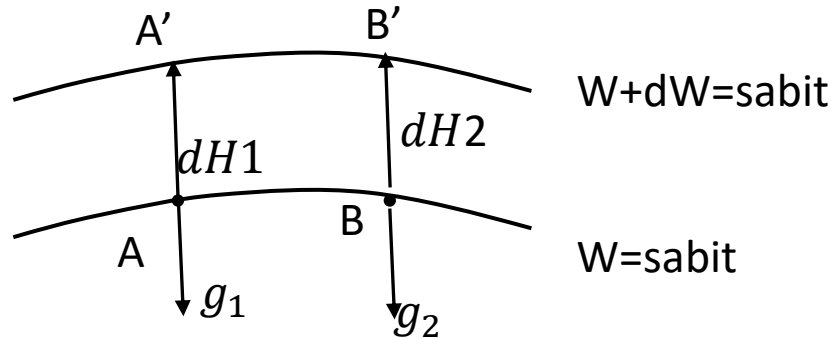
$$N_M(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{\gamma R} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \delta S_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\theta, \lambda)$$

Yükseklik kavramı

Yükseklik, noktaların tanımlanmış bir referans yüzeyinden olan düşey yöndeki uzaklığıdır. Yeryüzü noktalarının yüksekliklerini belirleyebilmek için sıfır yükselti olarak kabul edilen bir başlangıç yüzeyinin tanımlanması ve noktaların bu yüzeye olan düşey yöndeki uzaklıklarının belirlenmesi gerekir.

Potansiyelle yükseklik arasındaki bağıntı

$$dW = -g \cdot dn = -g dH$$



$$W_A = W_B$$

$$W_{A'} = W_{B'}$$

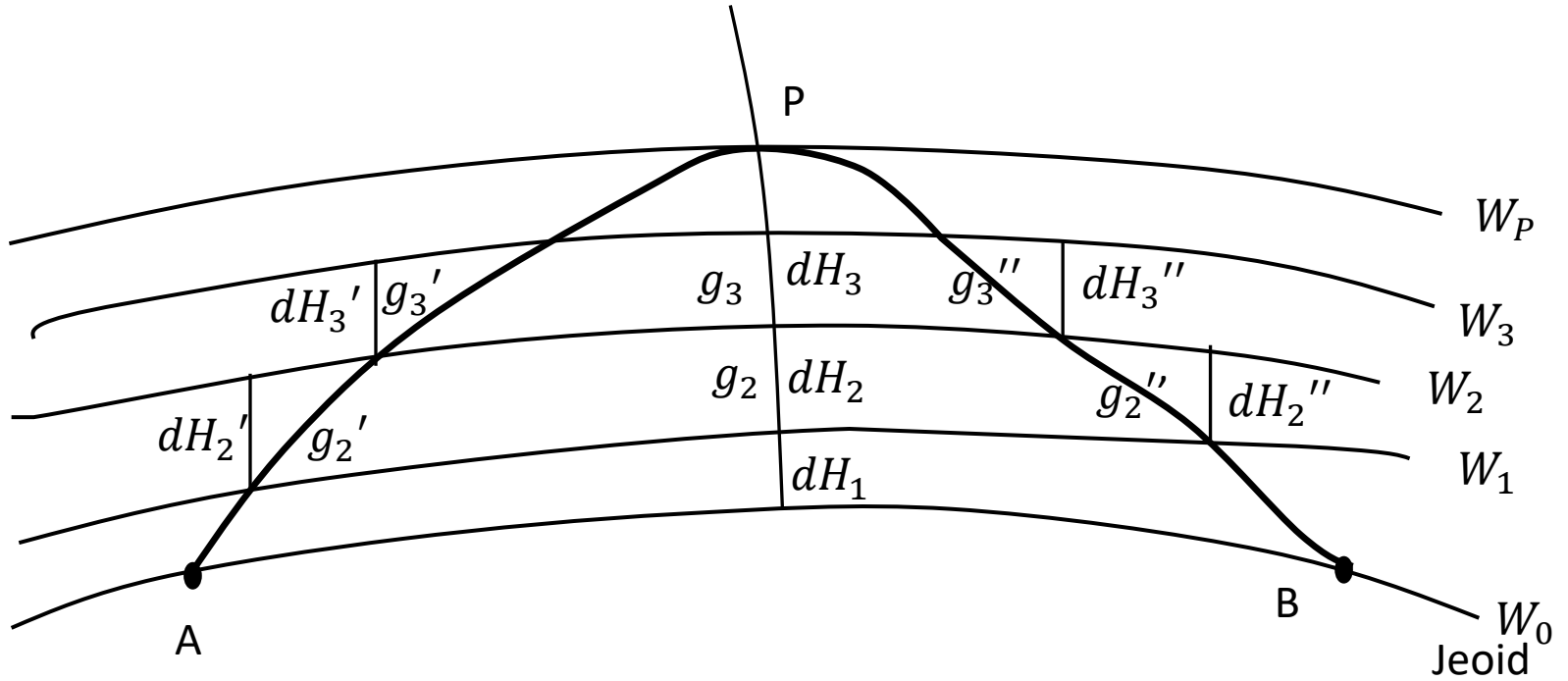
$$W_A - W_{A'} = W_B - W_{B'} = dW$$

$$g_1 dH1 = g_2 dH2 = dW$$

$g_1 \neq g_2$ olduğundan $dH1 \neq dH2$ olup bu eş potansiyelli yüzeylerin paralel olmadığını gösterir.

Nivelman yola bagimlidir

Nivelman yola baglidir. Farkli yollar kullanildiginda ayni noktaya iliskin farkli yukseklikler elde edilir.



$$P \text{ noktasinin yuksekligi } H_P = \sum dH$$

A'dan ve B'den P noktası için farklı yükseklik değerleri bulunur. Geometrik nivelmani yoldan bağımsız hale getirmenin yolu eşpotansiyelli yüzeyler arasındaki farkı yani dW 'yi düşünmektir. Aşağıdaki formülde gösterildiği gibi

$$dW = -gdH$$

Nivelman ölçmeleriyle beraber g gravite gözlemlerinin de yapılması gerekir. Bu durumda A-P ve B-P nivelman işlemi için tutarsızlık ortadan kalkar ve sonuç olarak

$$W_A - W_P = W_B - W_P = \sum g' dH' = \sum g'' dH'' = \sum g dH$$

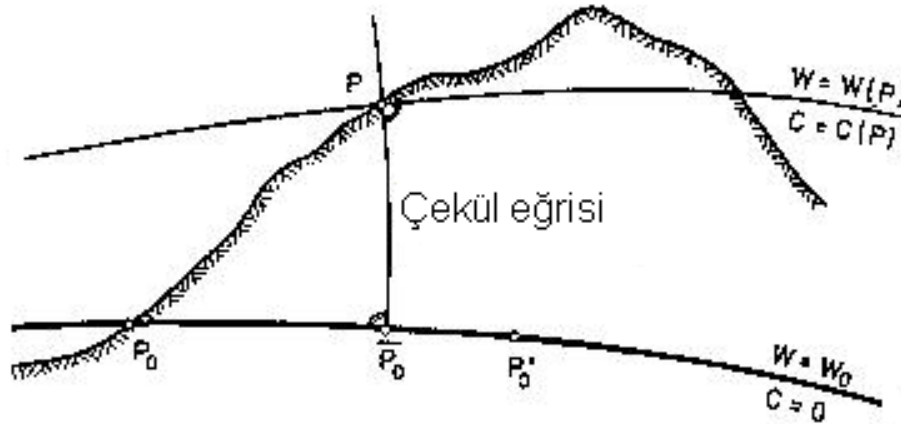
esitliği sağlanır.

Jeopotansiyel Yükseklik (C)

Bir P noktasının W_P gravite potansiyelinin jeoidin gravite potansiyelinden W_0 olan farkına o noktanın jeopotansiyel yüksekliği (jeopotansiyel sayı) denir. Yeryüzünde bir P noktasının jeopotansiyel sayısı, jeoidin potansiyel sayısı ile P noktasının potansiyel sayı farkını veren aşağıdaki eşitliğin integrali olarak tanımlanır

$$C_P = W_0 - W_P = - \int_0^P dW = \int_0^P g dH$$

Burada, W_0 geoidin, W_P de yeryüzündeki bir P noktasının potansiyelini ifade etmektedir.



Jeoidin üzerindeki noktaların jeopotansiyel sayıları eşit ve sıfırdır.

Jeopotansiyel Yükseklik (C)

Jeopotansiyel yükseklik birimi $1 \text{ g.p.u.} = 1 \text{ kgal*metre} = 1000 \text{ gal*metre}$ dir.

Jeopotansiyel yükseklik bir uzunluk boyutuna sahip değildir geometrik bir anlamı yoktur bir fiziksel büyüklüğü ifade eder diğer yükseklik sistemleri için temel büyüklük olarak kullanılır.

Jeopotansiyel sayı nivelman yolundan bağımsızdır. Çünkü hangi yoldan gidilirse gidilsin iki nokta arasındaki gravite potansiyel farkı sabit kalır.

Aynı jeopotansiyelli yüzeyler üzerindeki noktaların jeopotansiyel sayıları eşittir.

P noktasının jeopotansiyel yüksekliği P_0 dan P 'ye olan geçki üzerinde belirli aralıklı noktalar arasındaki jeopotansiyel yükseklik farkları (ΔC_i) nın toplamıyla elde edilir.

$$C_P = \sum_{i=1}^K \Delta C_i \qquad \Delta C_i = \bar{g}_i \cdot dH_i$$

dH_i , iki nokta arasındaki geometrik nivelman ile bulunan yükseklik farkı, $\bar{g}_i$ söz konusu ara noktalar boyunca elde edilen ortalama gerçek gravite degerlerini ifade eder.

Noktaların jeopotansiyel yükseklikleri belirlendikten sonra istenen yükseklik sisteminde nokta yükseklikleri elde edilebilir.

Yukseklik Sistemleri

Yukseklik jeopotansiyel sayinin G gravite degerine orani ile yukseklik sistemleri

$$Yukseklik = \frac{C}{G}$$

Genel formulu ile ifade edilmektedir. Burada G yerine $\bar{g}$, γ_0 , $\bar{\gamma}$ gibi degerler verilerek degisik yuksek sistemleri tanimlanir

Dinamik Yükseklik(H^D)

Jeopotansiyel yüksekliğin bir normal gravite değerine oranı ile bulunan yüksekliğe dinamik yükseklik denir.

$$H^D = \frac{C}{\gamma_0}$$

γ_0 değeri genellikle 45 derece enlemine ilişkin sabit bir normal gravite değeri olarak alınır.

Her ne kadar jeopotansiyel yükseklikler sabit bir sayıya bölünerek metrik boyutu olan dinamik yükseklikler elde edilsede, dinamik yüksekliklerin geometrik ve pratik anlamda bir yükseklik değildir. Ancak aynı jeopotansiyelli yüzeyler üzerindeki noktaların dinamik yükseklikleri eşittir ve dolayısıyla bize suyun akış yönü hakkında bilgi verir. Aynı seviye yüzeylerindeki noktaların tümünün dinamik yüksekliklerinin aynıdır.

Dinamik Duzeltme

Geometrik nivelman ölçülerine dinamik düzeltme getirilerek dinamik yükseklik farkları elde edilebilir.

A ve B gibi iki nokta arasındaki dinamik yükseklik farkı ΔH^D olsun.

$$\begin{aligned}\Delta H^D &= \frac{1}{\gamma_0} (C_B - C_A) = \frac{1}{\gamma_0} \int_0^{H_B} g dH - \frac{1}{\gamma_0} \int_0^{H_A} g dH = \\ &= \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B g dH = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g - \gamma_0 + \gamma_0) dH = \\ &= \int_A^B dH + \int_A^B \frac{(g - \gamma_0)}{\gamma_0} dH\end{aligned}$$

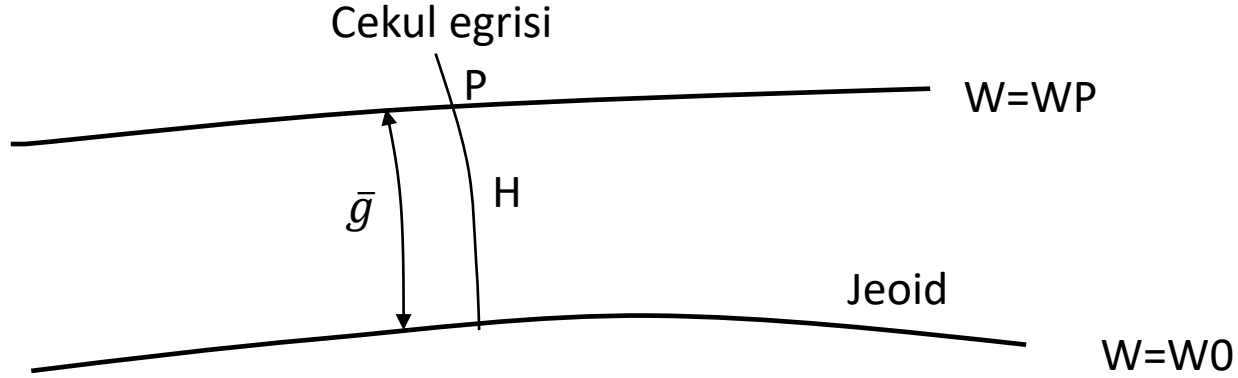
şeklinde elde edilir. İki integral

$\int_A^B dH \approx \Delta H_{niv} = \sum \Delta H_{niv,i}$ nivelman ile elde edilen yükseklik farkı

$\int_A^B \frac{(g - \gamma_0)}{\gamma_0} dH \approx \delta = \sum \frac{(g_{ort,i} - \gamma_0)}{\gamma_0} \Delta H_{niv,i}$ dinamik düzeltme

Sonuç olarak iki nokta arasındaki ΔH^D dinamik yükseklik farkı ΔH_{niv} nivelman yükseklik farkına δ dinamik düzeltmesi getirilerek elde edilir.

Ortometrik Yükseklik (H)



Ortometrik yükseklik, yeryüzündeki bir P noktasının çekül eğrisi boyunca jeoide olan uzaklığıdır ve $\bar{g}$ jeoide kadar çekül eğrisi boyunca olan ortalama gravite değeridir. Ortalama gravite değeri bilinmek üzere ortometrik yükseklik

$$H = \frac{C}{\bar{g}}$$

şeklinde tanımlanır.

Helmert Ortometrik Yükseklik (H)

Çekül eğrilerinin yeryüzü ile jeoit arasında kalan noktalarında gravite ölçmek ya da $\bar{g}$ ortalama gravite değerini ölçümle belirlemek olanaksız olduğundan ortalama gravite değeri Helmerte göre aşağıdaki eşitlik ile hesaplanabilir.

$$\bar{g} = g_P + 0,0424 \left(\frac{Gal}{km} \right) H$$

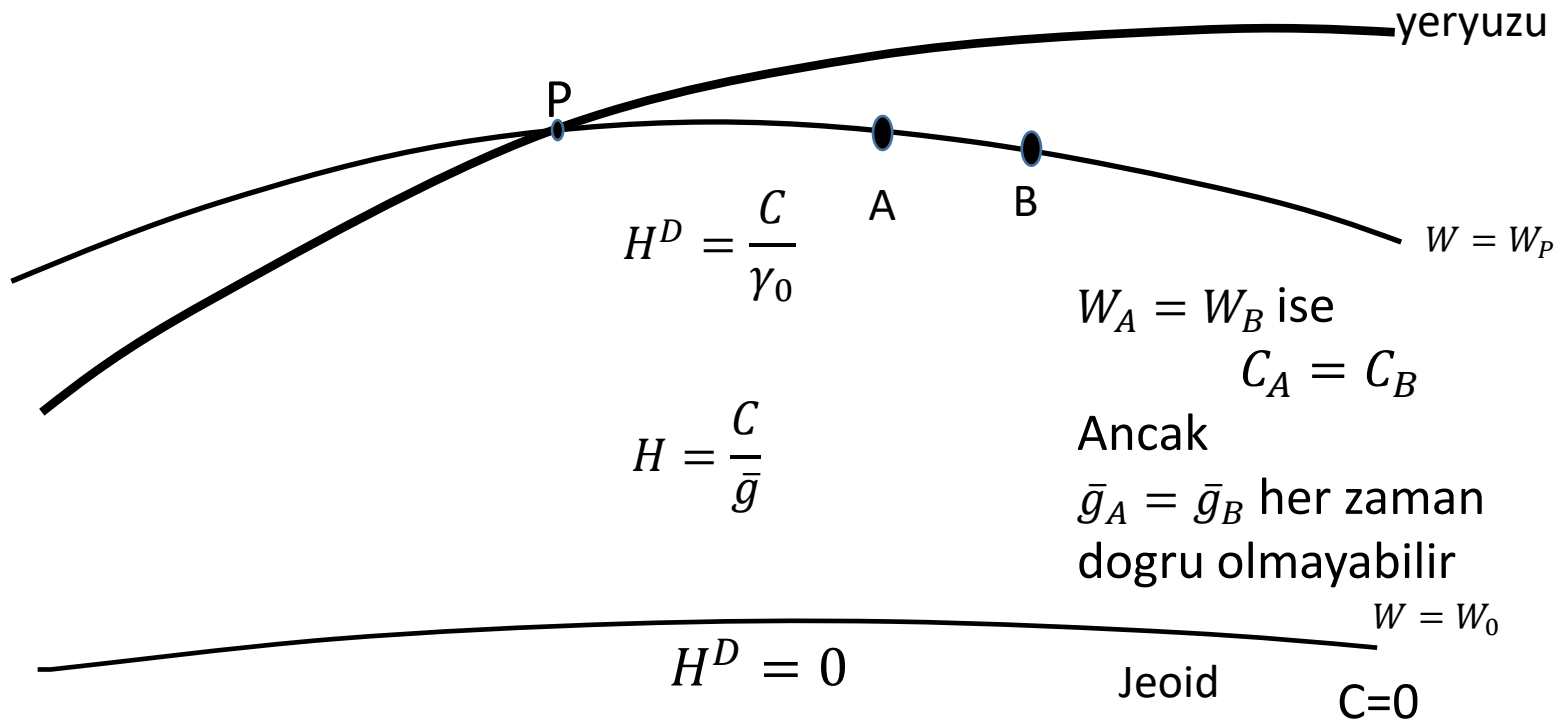
Burada g_P yeryüzünde ölçülen gravite değeri olmak üzere ortalama gravite değeri bu şekilde hesaplanarak belirlenen ortometrik yükseklikler Helmert ortometrik yükseklik olarak adlandırılır.

Ortometrik Düzeltme :

$$\Delta H_{AB} = \Delta H_{niv} + \sum \frac{(g_{ort} - \gamma_0)}{\gamma_0} \Delta H_{niv,i} - \frac{(\bar{g}_B - \gamma_0)}{\gamma_0} H_B + \frac{(\bar{g}_A - \gamma_0)}{\gamma_0} H_A$$

g_{ort} yol güzergahi boyunca ara noktalar arasındaki ortalama gravite, $\bar{g}_B$, $\bar{g}_A$ çekül eğrisi boyunca ortalama gravite değeridir.

- Aynı espotansiyelli yüzey üzerindeki noktaların dinamik yükseklikleri eşittir.
- Jeoid üzerindeki noktaların dinamik yükseklikleri sıfırdır
- Aynı espotansiyelli yüzey üzerindeki iki noktanın ortometrik yükseklikleri aynı olmayabilir



Normal Yükseklik (H^N)

Yeryüzünün gerçek gravite alanının normal gravite alanı olduğu, yani $\mathbf{W}=\mathbf{U}$, $\mathbf{g}=\bar{\gamma}$, $\mathbf{T}=\mathbf{0}$ olduğu kabul edilsin. İşte bu varsayıma karşılık gelen ortometrik yüksekliklere *normal yükseklik* adı verilir . Jeopotansiyel yüksekliği C olan bir nokta için normal yükseklik

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}}$$

Esitliğiyle ifade edilir. Burada $\bar{\gamma}$ normal çekim eğrisi boyunca ortalama normal gravite değeridir ve matematiksel olarak bir yoğunluk bilgisine sahip olmaksızın doğrudan hesaplanabilir. Ortalama gravite değeri

$$\bar{\gamma} = \gamma_0 \left[1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + \frac{H^{N^2}}{a^2} \right]$$

İle hesaplanır. Burada γ_0 elipsoid üzerindeki normal gravite değeri, φ jeodezik enlem, f basıklık, a elipsoidin büyük yarı eksen, m boyutsuz büyüklük ($m = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$)

- P noktasından geçen normal çekim eğrisi düşünelim. Normal çekim eğrisi normal gravite alanının eşpotansiyelli yüzeylerine (Sferop) daima diktir. Bu eğri üzerinde bir Q noktasındaki normal gravite potansiyeli U_Q , P noktasındaki gerçek gravite potansiyeline W_P esittir.

$$U_Q = W_P$$

Normal gravite potansiyelinin gerçek gravite potansiyeline eşit olan noktaları birleştirdiğimizde elde ettiğimiz yüzeye **telluroid** denir. Fiziksel yeryüzüne benzer bir yüzeydir. Telluroid bir eşpotansiyelli yüzey değildir.

Yeryüzü ile telluroid arasındaki mesafe P noktasındaki **yükseklik anomalisi** (ζ) olarak bilinir.

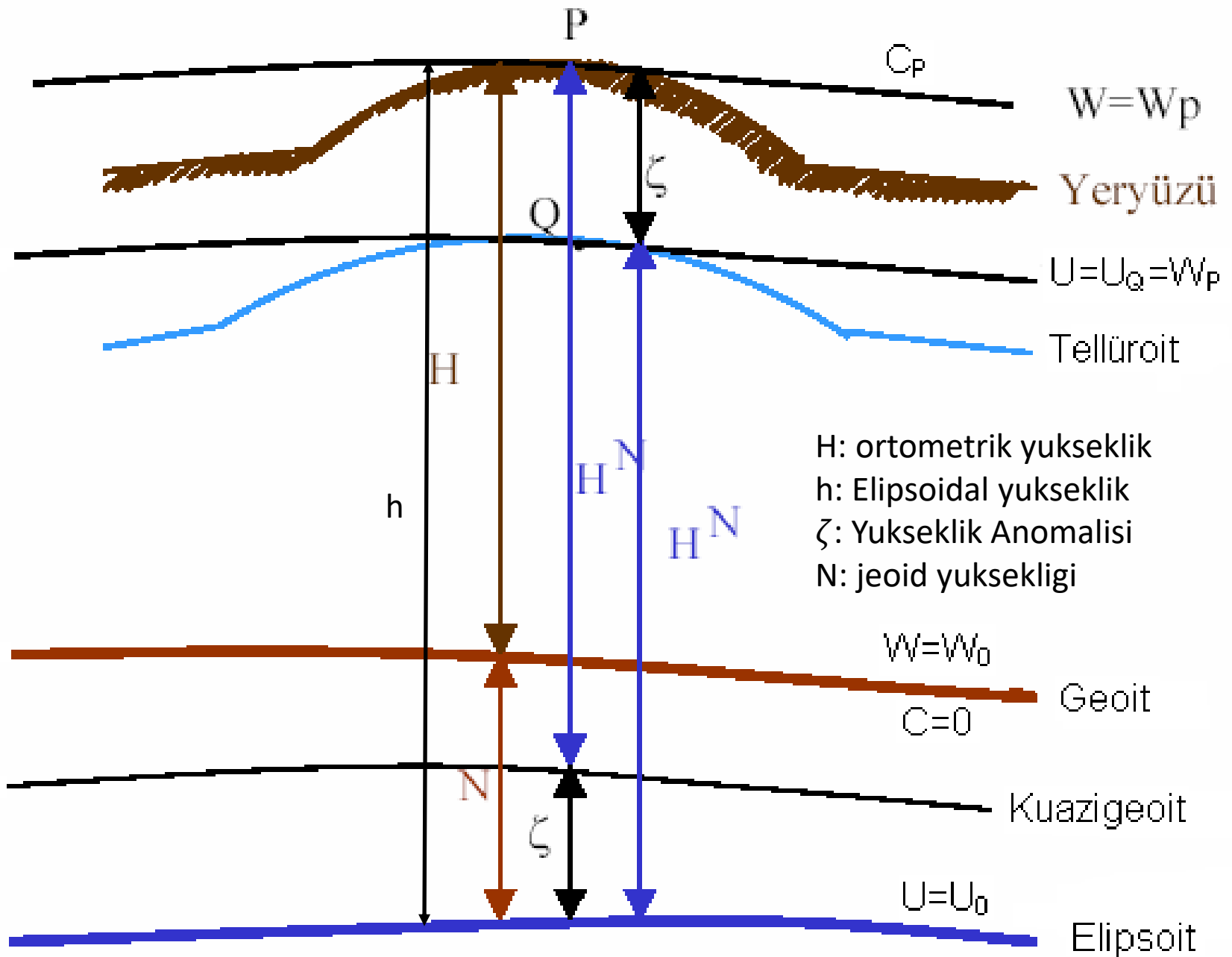
Elipsoidden ζ_i yükseklik anomalisi kadar uzak noktalarının birleştirilmesiyle oluşan yüzeye veya yeryüzündeki P_i noktalarından H^N normal yükseklik kadar uzak noktaların oluşturduğu yüzeye **kuazi-jeoit** denir. Kuasijeoidin elipsoidden olan yüksekliği yükseklik anomalisi kadardır.

Eğer elipsoid normali üzerinde elipsoidden itibaren ζ kadar alınırsa kuasi-jeoid yüzeyi elde edilir.

- Kuazi jeoitte itibaren normal çekül eğriş boyunca P noktasına kadar olan mesafe ya da Q_i noktalarının elipsoide kadar olan düşey uzaklığına (normal çekül eğriş boyunca) P_i noktasının **Normal yüksekliği (H^N)** denir.
- Dolayısıyla **h elipsoid yüksekliği** ile H^N normal yükseliği arasındaki fark

$$\zeta = h - H^N$$

- şeklinde olur.
-
- Ortometrik yükseklikler yer yoğunluğu ile ilgili bazı varsayımlara dayanmasına karşın, normal yükseklikler için herhangi bir varsayım söz konusu değildir



Normal Yukseklik Duzeltmesi

Geometrik nivelman ile elde edilen yükseklik farkını, normal yükseklik farkına dönüştürmek için nivelmanla bulunan yükseklik farkına eklenmesi gereken düzeltme miktarına *normal düzeltme* denir.

Ortometrik düzeltme eşitliğinde $\bar{g}$ yerine $\bar{\gamma}$ ve H yerine H^N yazılırsa, normal yükseklik farkı

$$\Delta H^N_{AB} = \Delta H_{niv} + \sum_A^B \frac{\bar{g} - \gamma_0}{\gamma_0} \Delta H_{niv,i} + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H^N_A - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H^N_B$$

Seklinde elde edilir.

Normal Ortometrik Yükseklik (H^{NO})

Gerçek gravite değerinin bilinmediği durumlarda $\overline{g}_i$ yerine ortalama normal gravite $\overline{\gamma}_i$ alınarak $\Delta C_i'$ normal jeopotansiyel yükseklik farkı elde edilmekte ve böylece normal jeopotansiyel yükseklik (C_P') hesaplanmaktadır

$$C_P' = \sum_{i=1}^K \Delta C_i' \quad , \quad \Delta C' = \overline{\gamma}_i \cdot dH_i$$

Normal Jeopotansiyel yükseklikten normal ortometrik yükseklikler,

$$H^{NO} = \frac{C_P'}{G} \quad G = \gamma_P - 0.3086 \cdot \frac{H^{NO}}{2}$$

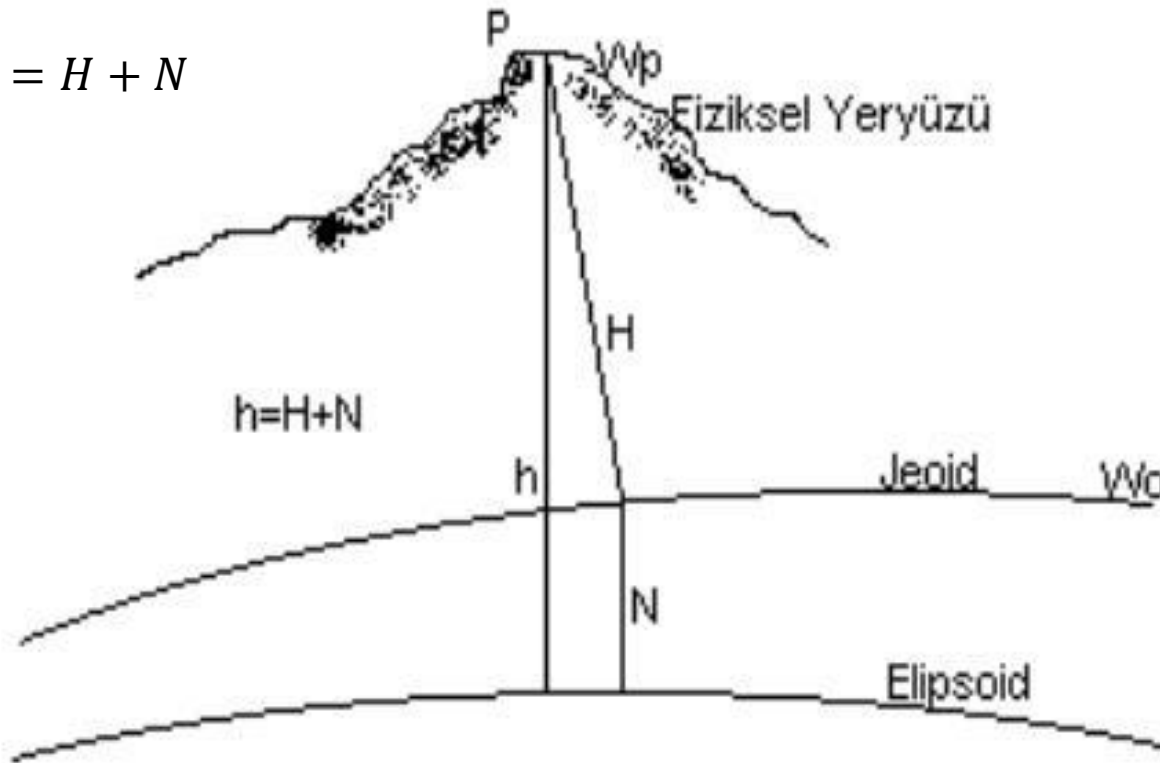
elde edilmekte ve böylece normal jeopotansiyel yükseklik hesaplanmaktadır

Burada γ_P P noktasındaki normal gravite değeri Gal biriminde, H^{NO} km biriminde normal ortometrik yüksekliktir.

Elipsoidal yukseklik

Bir noktadan gecen ellipsoid normali boyunca elipsoide kadar olan mesafe ellipsoidal yukseklik olarak adlandirilir.

$$h = H + N$$



Gravite Ölçmeleri

- Gravimetre (gravite ölçer) bir bölgedeki gravite vektörünün büyüklüğünü ölçen alettir. Gravimetreler mutlak ve bağıl olmak üzere iki sınıfta ele alınır. Mutlak gravimetre, g gravite değerini doğrudan ölçerken, bağıl gravimetre ise iki nokta arasındaki Δg gravite farkını ölçer.
- Mutlak gravimetrelerin hareket kabiliyetleri zayıftır. Böylece gravimetreler çoğunlukla laboratuvar ortamlarında hizmet verir. Hafif ve pratik olan bağıl gravimetreler ile gravite farkı daha hızlı ve kolay bir şekilde belirlenebilir.



Mutlak gravite ölçer-Micro-g LaCoste A-10



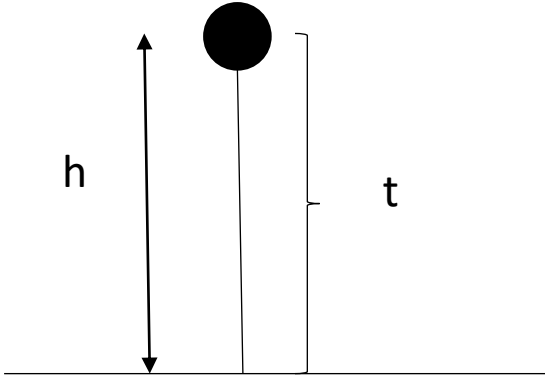
Bağıl gravimetre (Scintrex CG5)

Mutlak gravimetrik yontem

- **Serbest dusme yontemi**
- Mutlak gravite değerleri, hava sürtünmesiz bir ortamda serbest düşüş gerçekleştiren bir cisim kullanılarak belirlenmektedir. Mutlak gravimetrik yöntemde, ivmenin temel bileşenleri olan zaman ve uzunluğun her ikisi birden ölçülür.
- Bu yontemin temel prensibi asagidaki esitlige dayanir.

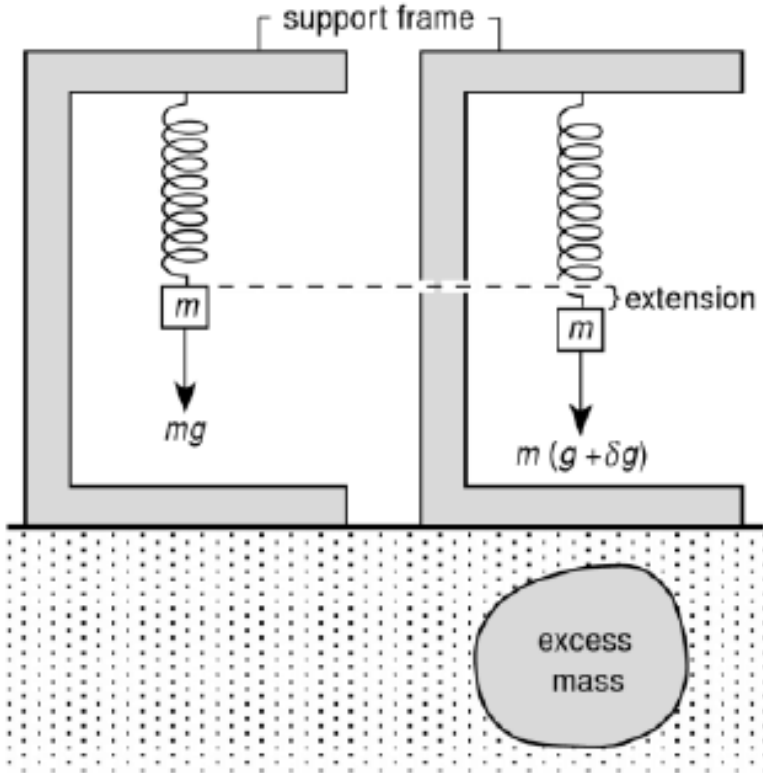
- $$h = \frac{1}{2}gt^2$$

Dis kuvvetlerden arindirilmis bir ortamda dşen bir test kuletlesinin belirli bir uzakligi hangi surede (veya belirli bir zamanda hangi uzakligi) katettigi gozlenerek belirlenir.



Bagil gravimetrik yontem

- Gravimetreler bir kütle üzerine etki eden kuvveti yay telindeki elastik gerilmelerle denge durumuna getirme yoluyla ölçü yapan aletlerdir. Bağlı gravimetrik yöntemde sadece zaman veya sadece uzunluk ölçülerek iki nokta arasındaki gravite değerleri arasındaki fark belirlenir . İki farklı nokta arasında oluşan denge konumundaki gravite değişimi ölçülür



Elastik bir yayın ucuna bağlanmış m kutleli bir cismin denge durumu gözlenir. Eğer gravite büyüklüğü değişirse cisim dikey yönde hareket eder.

$$mg = k(l - l_0)$$

k : yayın gerilme sabiti

Gravitedeki değişim

$$\Delta g = \frac{k}{m} \Delta l$$

Sayisal uygulamalar

Ornek 1: Jeodezik enlemi $\varphi = 37^{\circ}6'20''$ ve boylami $\lambda = 31^{\circ}48'10''$ olan bir noktada jeopotansiyel sayı 1481.1235 kGal*metre ve gravite değeri 979.563 Gal olarak ölçülmüştür. Söz konusu noktada dinamik yüksekliği bulunuz

Cozum: 45 derece enleminde ellipsoid yüzeyinde normal gravite değeri

$$\gamma_0 = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = 980.6199203 \text{ Gal}$$

Burada GRS 80 elipsoidi için

$$k=0.001931851353$$

$$\gamma_e = 9.7803267715 \text{ m/s}^2$$

$$e^2 = 0.006694380023$$

$$H^D = \frac{C_P}{\gamma_0^{45}} = \frac{1481.1235 \text{ kGal} * \text{metre}}{980.6199203 \text{ Gal}} = \frac{1481123.5 \text{ Gal} * \text{metre}}{980.6199203 \text{ Gal}} = 1510.395 \text{ m}$$

Ornek 2: Yukarida verilen noktada ortometrik yuksekligi hesaplayiniz

$$\bar{g} = g_P + 0,0424 \left(\frac{Gal}{km} \right) H$$

Sozkonusu noktadaki dinamik yukseklik gecici olarak noktanin ortometrik yuksekligi alinir. Boylece yaklasik ortalama gravite degeri

$$\begin{aligned}\bar{g} &= g_P + 0.0424 H^D = 979.563 Gal + \frac{0.0424 Gal}{km} \cdot 1.5103951 km \\ &= 979.627041 Gal\end{aligned}$$

Sonra ortalama gravite degerine gore yaklasik ortometrik yukseklik

$$H = \frac{C_P}{\bar{g}} = 1511.9259 m$$

Burdan kesin ortalama yer gravite degeri

$$\bar{g} = g_P + 0,0424 \left(\frac{Gal}{km} \right) H = 979.627106 Gal \text{ ve kesin ortometrik yukseklik}$$

$$H = \frac{C_P}{\bar{g}} = 1511.9258 m$$

Ornek 3: Yukarida verilen noktada normal yuksekligi hesaplayiniz

ellipsoid yuzeyinde normal gravite degeri

$$\gamma_0 = \gamma_e \frac{1+k\sin^2\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}=979.914816\text{Gal}$$

Ortalama normal gravite degeri

$$\bar{\gamma} = \gamma_0 \left[1 - (1 + f + m - 2f\sin^2\varphi) \frac{H^N}{a} + \frac{H^{N^2}}{a^2} \right]$$

γ_0 : *elipsoid uzerindeki normal gravite*; f: basiklik ; m birimsiz buyukluk; a elipsoidin buyuk yari ekseni

$$\text{GRS80 elipsodi icin } f = \frac{1}{298.257222101}$$

$$a = 6378137m$$

$$m = 0.00344978600308$$

Ortalama normal gravite degeri icin yaklasik normal yukseklik gerekmektedir. Buna gore gecici olarak H ortometrik yukseklik kullanilarak bir ortalama normal gravite degeri hesaplanir

$$\bar{\gamma} = \gamma_0 \left[1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H}{a} + \frac{H^2}{a^2} \right] = 979.681570 Gal$$

Yaklasik normal yukseklik

$$H^N = \frac{C_P}{\bar{\gamma}} = 1511.8417m$$

Kesin ortalama normal gravite

$$\bar{\gamma} = \gamma_0 \left[1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + \frac{H^{N^2}}{a^2} \right] = 979.681582 Gal$$

Kesin normal yukseklik

$$H^N = \frac{C_P}{\bar{\gamma}} = 1511.8417m$$

Ornek 4: Antalya mareograf istasyonundan itibaren yukseklik farklari ve yer gravite degerleri olculmustur. Son noktadaki jeopotansiyel sayiyi ve dinamik yuksekligi bulunuz

Jeopotansiyel sayının birimi $1 \text{ g.p.u.} = 1 \text{ kgal*metre} = 10 \text{ m}^2.\text{sn}^2 = 1000 \text{ gal*metre} = 10^5 \text{ cm}^2.\text{sn}^2$ şeklinde tanımlanır

Noktalar	A-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-B
$\Delta H \text{ (m)}$	22.702	25.203	25.906	28.158	21.509	20.357
Uzak. (km)	2.7	2.5	2.6	2.6	2.8	2.9
G(Gal)	979.902	979.917	979.925	979.931	979.949	980.101

Cozum

N.N	Uzak. (km)	$\Delta H(\text{m})$	$g(\text{kGal})$	$\Delta H \cdot g$
A	2.7	22.702	0.979902	22.2457
1	2.5	25.203	0.979917	24.6968
2	2.6	25.906	0.979925	25.3859
3	2.6	28.158	0.979931	27.5929
4	2.8	21.509	0.979949	21.0777
5	2.9	20.357	0.980101	19.9519
B				

Cozum

N.N	Uzak. (km)	$\Delta H(m)$	$g(kGal)$	$\Delta H \cdot g$
A	2.7	22.702	0.979902	22.2457
1	2.5	25.203	0.979917	24.6968
2	2.6	25.906	0.979925	25.3859
3	2.6	28.158	0.979931	27.5929
4	2.8	21.509	0.979949	21.0777
5	2.9	20.357	0.980101	19.9519
B				
Toplam	16.1	143.835		140.9511

B noktasındaki jeopotansiyel sayı

$$C_B = 140.9511 kGalm$$

B noktasındaki dinamik yükseklik (GRS80 elipsoidi için $\gamma_0^{45} = 980.6199203 Gal$)

$$H^D = \frac{C_B}{\gamma_0^{45}} = 143.7367 m$$