

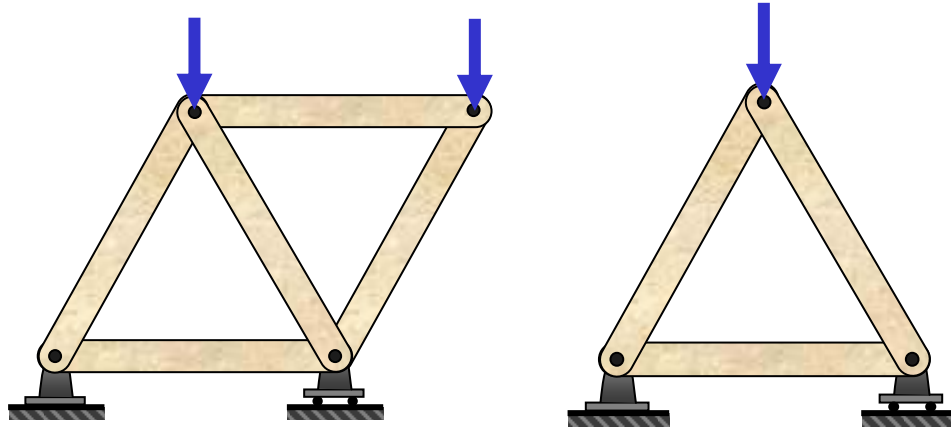
BÖLÜM-8

KAFES SİSTEMLERİ

8.1 BİR KAFES SİSTEMİN TANIMI

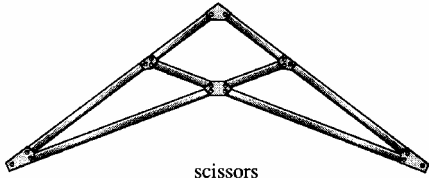
Kafes sistemleri, mühendislikte kullanılan taşıyıcı sistemlerinin tiplerinden biridir. Birçok mühendislik probleminde, özellikle vinç, köprü ve bina projelerinde pratik ve ekonomik bir çözüm sağlar. Bir kafes sistemi, düğüm noktalarında birleşen doğru eksenli çubuklardan meydana gelir; tipik bir kafes sistem Şekil 8.1'de gösterilmiştir. Kafes sistemin çubukları yalnız uç noktalarında birbirlerine bağlanmıştır. Gerçek taşıyıcı sistemler birçok düzlem kafes sistemin bir uzaysal sistem oluşturacak şekilde birleştirilmesinden yapılmıştır.

Her kafes sistemi, kendi düzleminde etkiyen yükleri taşıyacak şekilde projelendirildiğinden, iki boyutlu kafes sistem temel olmaktadır. Burada onun için öncelikle iki boyutlu kafes sistemleri ele alınacaktır.

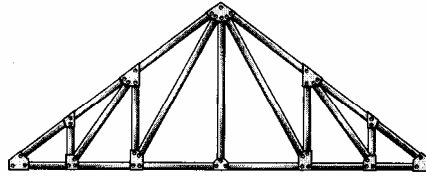


Şekil 8.1

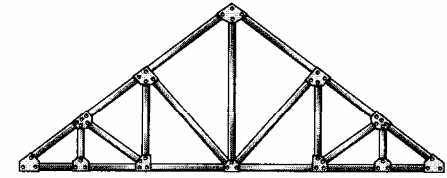
Genel olarak, bir kafes sistemin elemanları narindir ve eksenine dik doğrultudaki yükleri taşıyamaz; bundan dolayı bütün yükler, çubukların kendilerine değil, düğüm noktalarına uygulanmalıdır. İki düğüm noktası arasına bir yayıllı yük uygulananacağı zaman bu yükler komşu düğümlere paylaştırılacak şekilde kafes sistemi dizayn edilir.



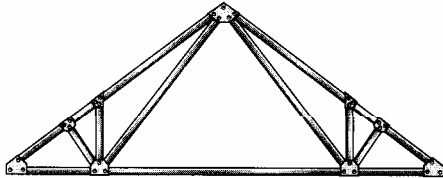
scissors
(a)



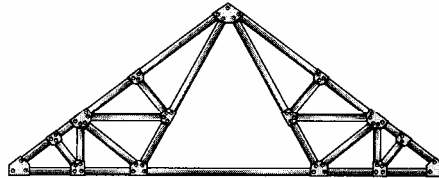
Howe
(b)



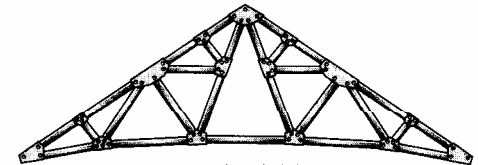
Pratt
(c)



fan
(d)

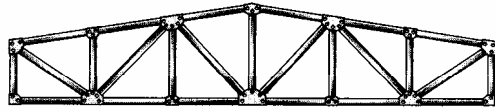


Fink
(e)

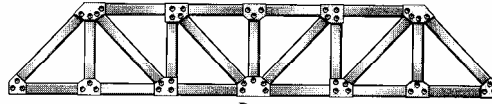


cambered Fink
(f)

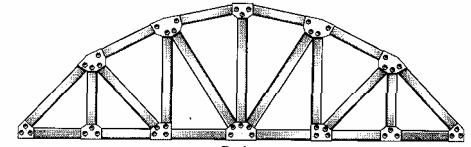
Çatı Kafes Kirişleri



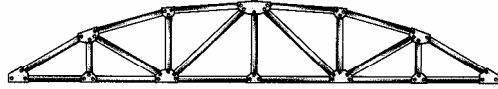
Warren
(g)



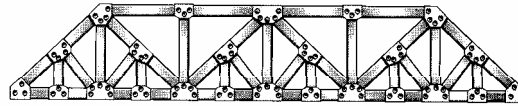
Pratt
(a)



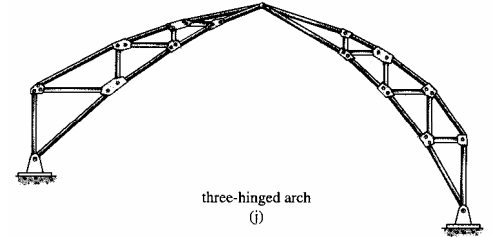
Parker
(d)



bowstring
(i)



subdivided Warren
(f)

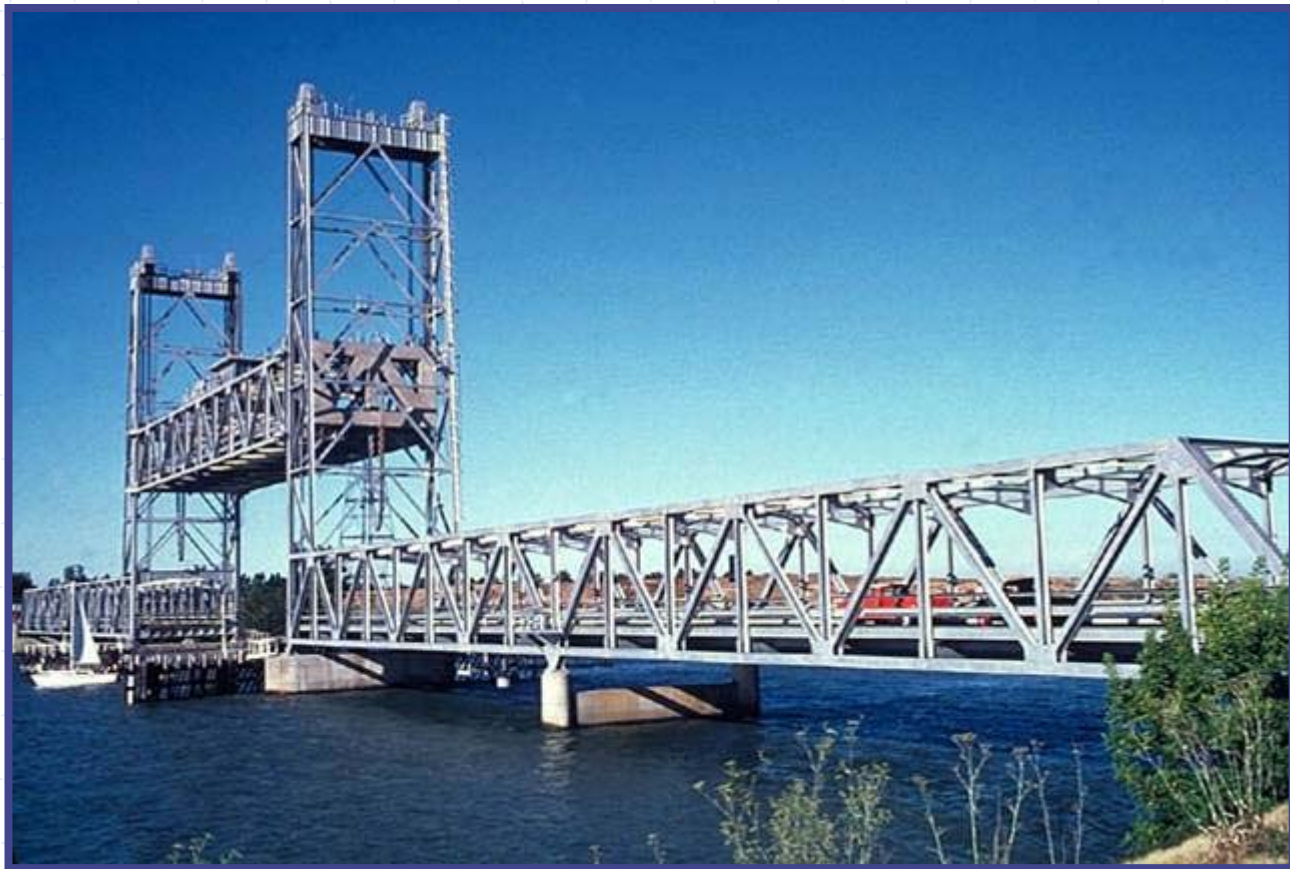


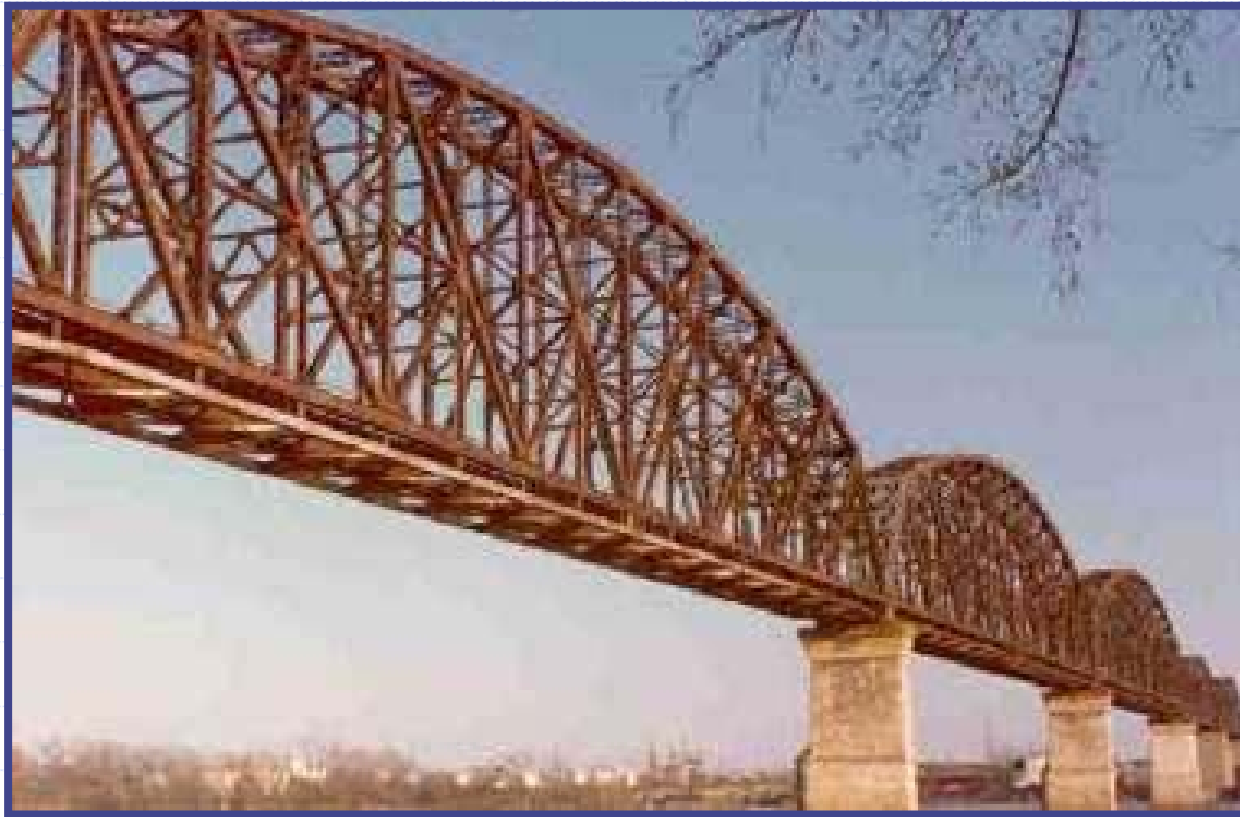
three-hinged arch
(j)

Köprü Kafes Kirişleri

Şekil 8.2

Kafes sistemi, çubuklarının ağırlıklarını da çubuğun birleştirdiği iki düğüm noktasına paylaştırılır. Çubuklar perçin yada kaynak ile birleştirilirler. Birleşme yerleri sürtünmesiz mafsallı birleştirme olarak kabul edilir. Bunun için bir çubuğun her iki ucuna etkiyen kuvvetler eksenel doğrultuda etkir, moment meydana gelmez. Buna göre çubuk yalnız normal kuvvet etkisindeki bir eleman olarak ele alınabilir ve bütün kafes sistem bir mafsallar ve normal kuvvet etkisindeki elemanlar grubu olarak kabul edilebilir.

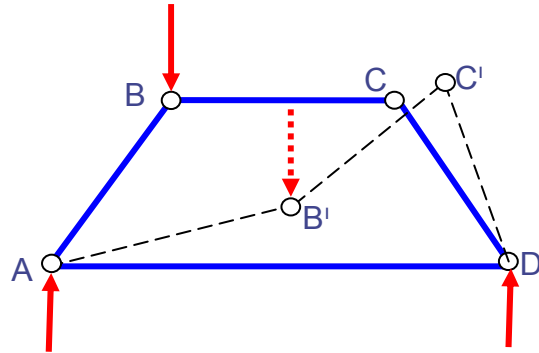




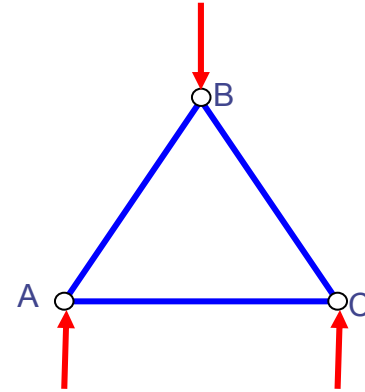
8.2 BASİT KAFES SİSTEMLERİ

A , B , C ve D mafsalları ile birbirine bağlanmış dört çubuktan oluşan, Şekil 8.3(a)'deki kafes sistemi göz önüne alalım. B noktasına herhangi bir yük uygulanırsa, kafes sistem büyük ölçüde şekil değiştirir ve ilk biçimini tamamen kaybeder. Diğer taraftan A , B , C mafsalları ile birbirlerine bağlanmış üç çubuktan oluşan Şekil 8.3(b) deki kafes sistem, B noktasında uygulanan bir yükten dolayı çok az şekil değiştirir. Bu kafes sistem için tek mümkün deformasyon, elemanlarının küçük boy değişimlerinden ibarettir. Şekil 8.3(b) deki kafes sistem bir rijit kafes sistem olarak anılır; burada rijit deyimini kafes sistemin göçmeyeceğini belirtmek üzere kullanılmıştır.

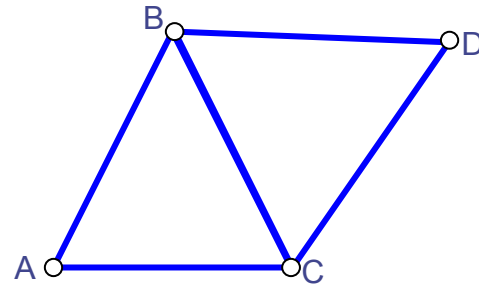
Şekil 8.3(b) deki baz üçgen kafes sisteme, BD ve CD gibi iki çubuk eklenerek Şekil 8.3(c)'de gösterildiği gibi, daha büyük bir rijit kafes sistem elde edilebilir. Bu işlem istenildiği kadar çok kere tekrarlanabilir, yeni iki çubuk eklemek, bunları mevcut iki ayrı düğüm noktasına bağlamak ve yeni bir düğüm noktasında birleştirmek şartı ile sonuç kafes sistem rijit olur.



(a)



(b)



(c)

Şekil 8.3

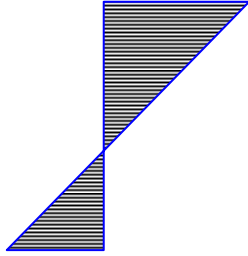
8.3 İZOSTATİK VE HİPERSTATİK SİSTEMLER

Bir katı cisme tesir eden düzlem kuvvetlerde denge şartları, birbirine bağlı olmayan üç denklem verir. Bilinmeyen sayısı bunlardan fazla olursa, denge şartları problemin çözümüne kâfi gelmez. Bu tip problemlere "**statik bakımdan belirsiz**" veya "**hiperstatik**" problemler denir.

Bilinmeyen sayısı denklem sayısından ne kadar fazla ise belirsizlik o derece yüksek olur. Belirli olan sistemlere "**izostatik**" sistemler denir.

8.4 KAFES SİSTEMLER İÇİN GENEL BİLGİLER

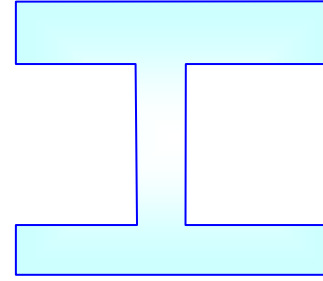
Taşıyıcı sistemlerin açıklıkları büyüdükçe dolu gövdeli sistemlerin, kendi ağırlıklarının artışıyla dolayısıyla ekonomik olmadığından yerlerini kafes ve çerçeve sistemlerine bırakırlar.



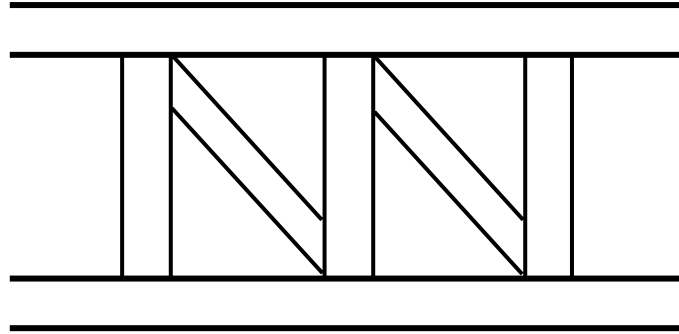
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 8.4. Profil ve Bağlantılar

Şekil 8.4 (a)' da dolu bir çubuğun herhangi bir kesitinde basit eğilme halinde gerilme yayılımı görülmektedir. Burada orta kısımdaki liflerin üst ve alt kenarlardaki liflere nazaran kesit taşıyıcılığına daha az iştirak ettikleri görülmektedir. Çubuğun kendi ağırlığını azaltmak için orta bölgenin bir kısmı sistemden çıkartılarak I kesitli dolu sistemler elde edilir.

Şekil 8.4(b)'de ve Şekil 8.4(c)'de daha büyük açıklıklarda ise orta kısım tamamıyla kaldırılıp bunun yerine kesme kuvvetini karşılamak üzere Şekil 8.4(d)'deki gibi çubuklar konarak çerçeve veya kafes sistemler elde edilir.

Kafes sistemler, yalnız normal kuvvetleri taşıyan doğru eksenli çubukların birleştirilmesinden meydana gelirler. Çubuklar sürtünmesiz bir mafsallık ile birbirlerine bağlıdırlar. Buralara "**düğüm noktaları**" denir. Mafsallarla yapılmış sistemler ancak düğüm noktalarında yük taşırlar. Aksi halde tatbik edilen yüklerin momenti doğar ki, bunu da sürtünmesiz mafsallar taşıyamaz.

8.5 *KAFES SİSTEMLERİNİN İZOSTATİK OLMA ŞARTI*

Kafes sisteminin çubuklarında eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri sıfırdır. Yalnız normal kuvvetler vardır. Bunlara "**çubuk kuvvetleri**" denir. Kafes sistemde;

d = Düğüm noktası sayısını (mesnetler dahil)

r = Mesnet reaksiyonları sayısını

$\ç$ = Çubuk sayısını

gösterebilirsin. Her çubukta, bilinmeyen olarak bir çubuk kuvveti vardır. O halde reaksiyonlar ile birlikte bilinmeyenlerin toplam sayısı $(r+\ç)$ olur.

8.6 ÇUBUK KUVVETLERİNİN TAYİNİ

Kafese teşkil eden çubukların boyutları, her çubuğa gelen kuvvet ve zorlamaya göre hesaplanır. Bu hesaplamalarda iki esas kabul edilmektedir.

1. Çubukların birbirleriyle olan bağlantısı, sürtünmesiz mafsallı farzedilir. İki veya daha fazla çubuğun bir arada bağlandığı bu mafsala düğüm noktası denir. Mafsalların sürtünmesiz olduğunu kabul etmek, düğüm noktalarının moment taşımayacakları peşinen kabul edilir.

2. Kiriş e gelen bütün dış kuvvetlerin düğüm noktalarında tesir ettiğı yani çubuğun iki düğüm noktası arasındaki kısmına hiç bir dış kuvvetin tesir etmediğı farzedilir.

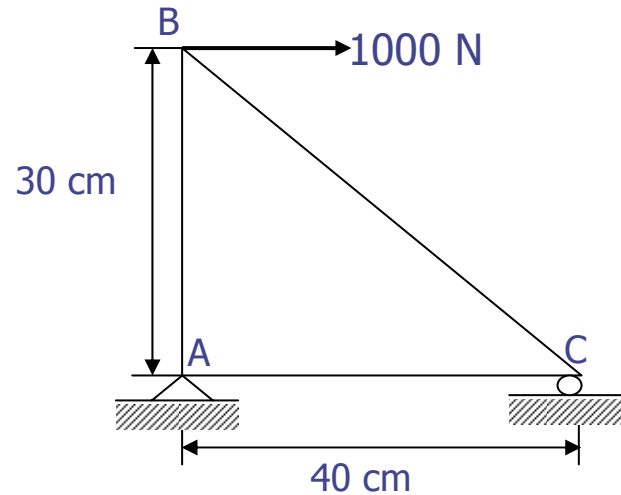
Ayrıca çubuk kuvvetlerini tayin etmek için aşağıdaki metodlar kullanılır;

8.6.1 DÜĞÜM NOKTALARI DENGE METODU:

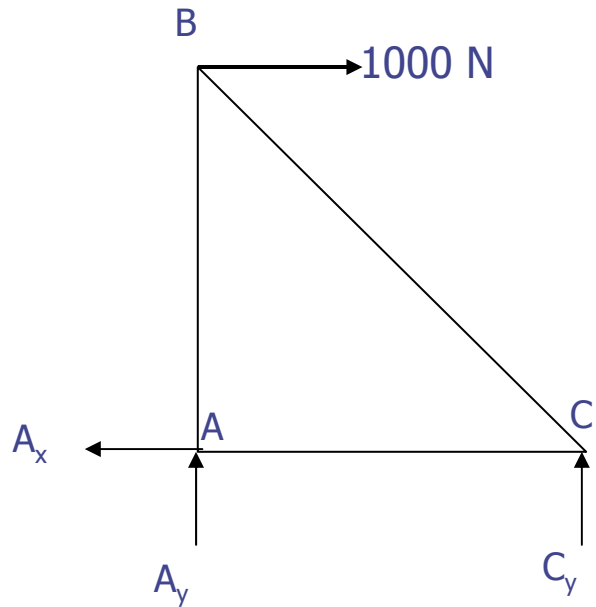
Bu metotla bir kafes sistemindeki çubuklara etkileyen kuvvetleri bulmak için, her bir düğüm noktasına etkiyen kuvvetler denge denklemleri uygulanır. Dolayısıyla bu metodda bir noktada kesişen kuvvetlerin dengesi incelenir. Bunun içinde bağımsız iki denge denklemi gerekir. Çözüme en az bir bilinen ve en fazla iki bilinmeyen kuvvetin etkidiği herhangi bir düğümden başlanır.

Örnek 1:

Şekil deki kafes sistemde çubuk kuvvetlerini düğüm noktaları metoduna göre bulunuz.



Çözüm 1:



$$\sum M_A = 0 \text{ ise}$$

$$-1000 \cdot 30 + C_y \cdot 40 = 0$$

$$C_y = 750 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \text{ ise}$$

$$A_y + C_y = 0$$

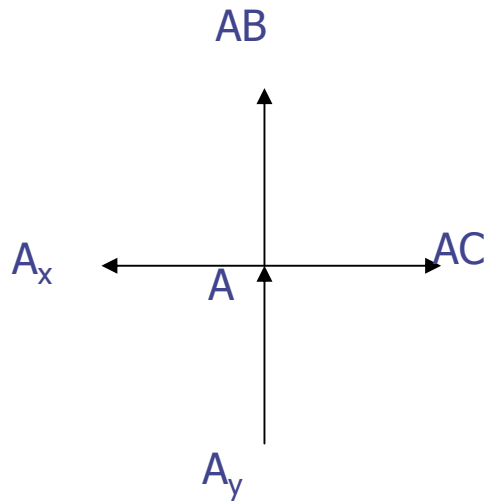
$$A_y = -750 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \text{ ise}$$

$$-A_x + 1000 = 0$$

$$A_x = 1000 \text{ N}$$

A Düğümü



$$\sum F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AC - A_x = 0$$

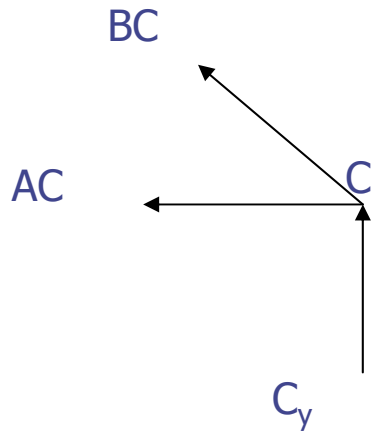
$$AC = 1000 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \text{ ise}$$

$$AB + (-750) = 0$$

$$AB = 750 \text{ N}$$

C Düğümü



$$\sum F_y = 0 \text{ ise}$$

$$BC \cdot \frac{3}{5} + C_y = 0$$

$$BC = -1250 \text{ N}$$

8.6.2 RİTTER METODU (KESİM METODU)

Düğüm metodu ve grafik metodun da, sadece üç denge denkleminin ikisinin avantajından istifa edilmiştir. Zira düğüm noktasında kesişen kuvvetler söz konusudur. Üçüncü denge denkleminin avantajını kullanmak için, kesilmiş bir kafesin bütünü serbest cisim olarak alınabilir. Bu durumda bir noktada kesişmeyen kuvvetlerin dengesi söz konusudur.

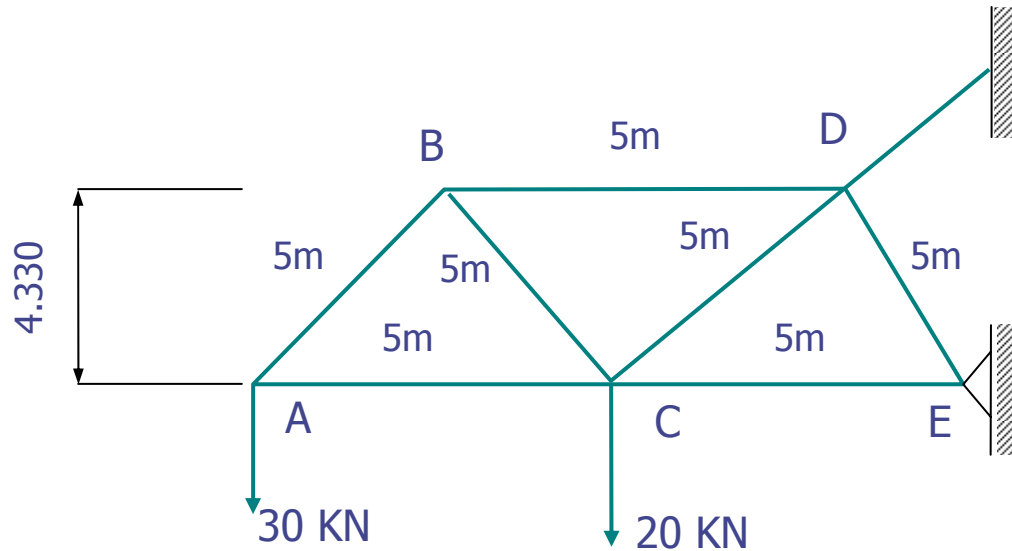
Üçüncü denge denkleminin avantajı, hesabı istenen çubuğu içine alan bir kesim yaparak sistemi çözüp doğrudan doğruya istenen çubuğun hesabının yapılabilmesidir. Bu durumda hesabı istenen çubuğa gelmek için düğümden düğüme hesap yapmak gereksizdi. Bu durumda sadece üç tane bağımsız denge denklemi vardır. O halde sistemi keserken üç çubuktan fazla çubuk kesilmemelidir.

Kesme metodunda anlaşılması gereken esas nokta kesmeden sonra elde edilen bölümün tek bir cisim gibi dengesinin inceleneceğidir. İç kısımdaki çubuklara ait çubuk kuvvetleri çözümde kullanılamaz. Serbest cisim ve dış kuvvetleri açık olarak belirtmek için, kesme işlemi düğümden değil de, çubuklardan yapılmalıdır.

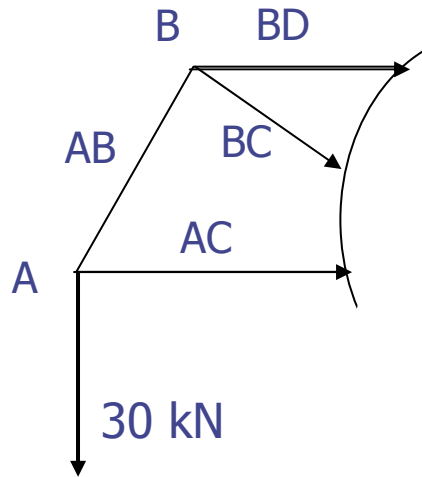
Kesme metodunda, moment denklemlerinin avantajından istifade edilir ve moment merkezi seçilirken, mümkün olduğu kadar fazla bilinmeyen kuvvetin bu noktadan geçmesine dikkat edilmelidir.

Örnek 2:

Konsol şeklinde yüklü kafes sisteminin AC ve BD çubuklarındaki kuvvetleri kesim metodunu kullanarak bulunuz?



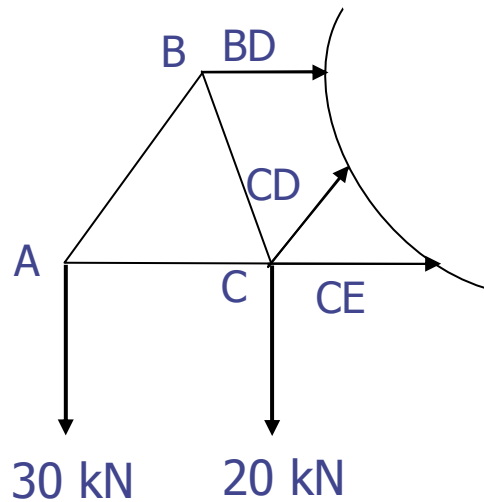
Çözüm 2:



$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0$$

$$30 \times 2,5 - AC \times 4,33 = 0$$

$$AC = 17,32 \text{ kN Basi.}$$



$$+\circlearrowleft \sum M_C = 0$$

$$30 \times 5 - BD \times 4,33 = 0$$

$$BD = 34,64 \text{ kN Çeki.}$$

8.6.3 CREMONA METODU ***(GRAFİK ÇÖZÜM)***

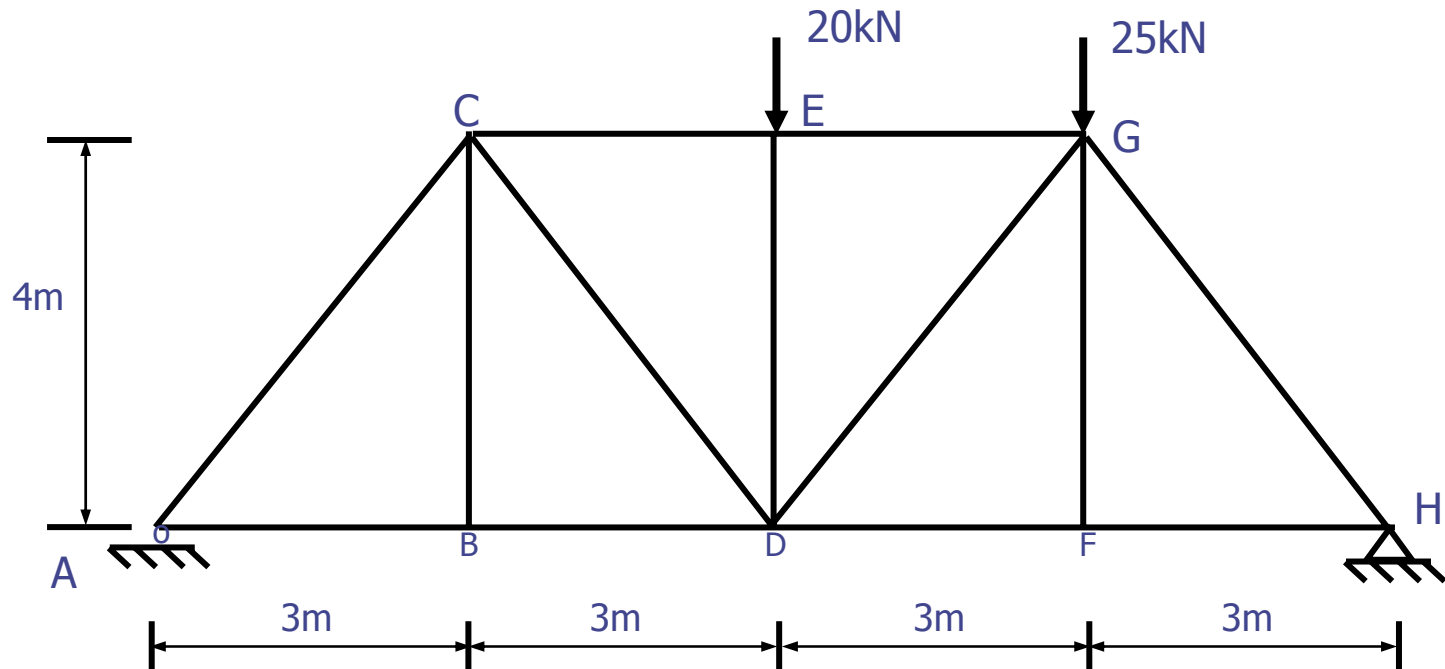
Kafes sistemlerde herhangi bir düğüm noktasının dengede bulunması için bu noktadaki çubuk kuvvetleri ile varsa dış kuvvetlerin bileşkesinin sıfır olması gerekir. Bir başka deyimle, geometrik olarak bu kuvvetlere ait kuvvetler poligonu kapalı olmalıdır. Böylece herhangi bir düğüm noktasına ait kuvvetler poligonu kapalı olmalıdır. Böylece herhangi bir düğüm noktasına ait kuvvetler poligonu kapanacak şekilde çizilecek olursa, bu düğüm noktasında birleşen çubuklardan bilinmeyen ikisinin kuvvetleri bulunur. Burada bazı kaidelere uymak gerekir.

Öncelikle mesnet reaksiyonları dahil bütün dış kuvvetlere ait kuvvet poligonunun kapanması gerekir. Poligonda kuvvetler geliş güzel sıralanmayıp belli bir dönme yönü alınır. Bu yönde sistem üzerinde kuvvetlere rastlanış sırası poligondaki çiziliş sırasıdır. Çizilme önce, bilinmeyen sayısı en fazla iki olan bir düğümden başlanmalıdır. Ayrıca her izostatik kafes sisteminde Cremona planının çizilmesi mümkün değildir.

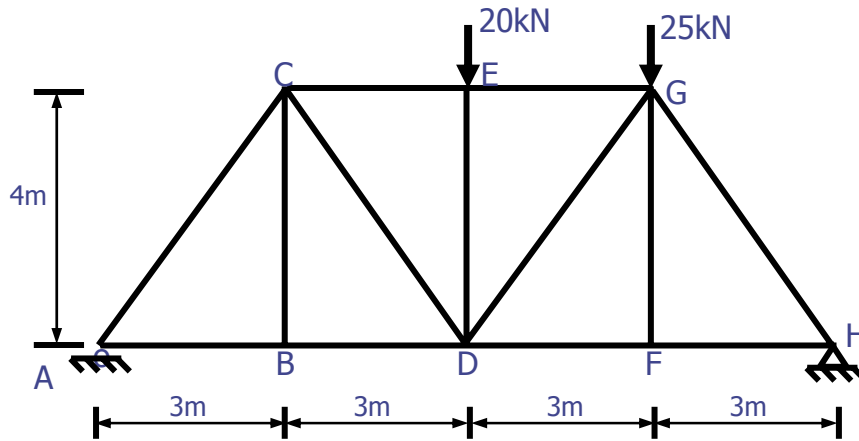
ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER

Problem 1:

Kafes sistemdeki çubuk kuvvetlerini hesaplayınız.



Çözüm 1:



$$\Sigma M_H = 0$$

$$20 \cdot 6 + 25 \cdot 3 - A_y \cdot 12 = 0$$

$$A_y = 16,25 \text{ kN} \uparrow$$

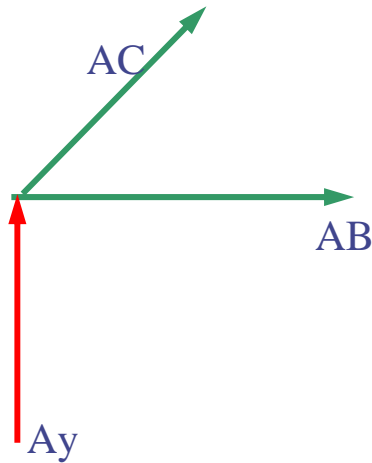
$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0$$

$$16,25 - 20 - 25 + H_y = 0$$

$$H_y = 28,75 \text{ kN} \uparrow$$

x yönünde etkiyen herhangi bir kuvvet yoktur.

A düğümü



$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0 \quad \text{ise} \quad A_y + AC \cdot \sin 53 = 0$$

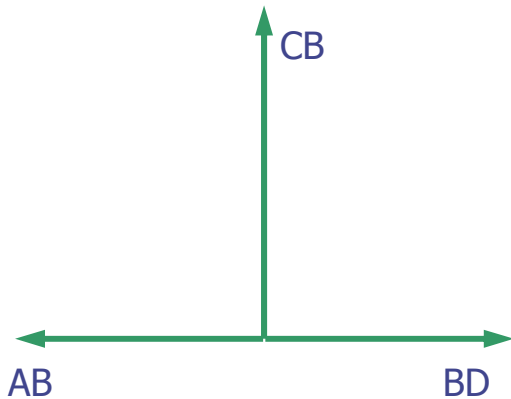
$$AC = -20,34 \text{ kN} \quad \text{Bası}$$

$$\begin{array}{c} + \\ \rightarrow \end{array} \Sigma F_x = 0 \quad \text{ise} \quad AC \cdot \cos 53 + AB = 0$$

$$-20,34 \cdot \cos 53 + AB = 0$$

$$AB = 12,24 \text{ kN} \quad \text{Çeki}$$

B düğümü

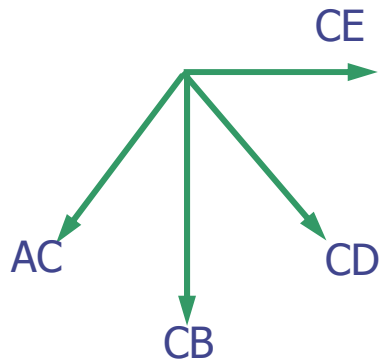


$$\Sigma F_x = 0 \quad -AB + BD = 0$$

$$AB = BD = 12,24 \text{ kN Çeki}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow CB = 0$$

C Düğümü



$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0 \quad -AC \cdot \sin 53 - CD \cdot \sin 53 - CB = 0$$

$$CD = -AC$$

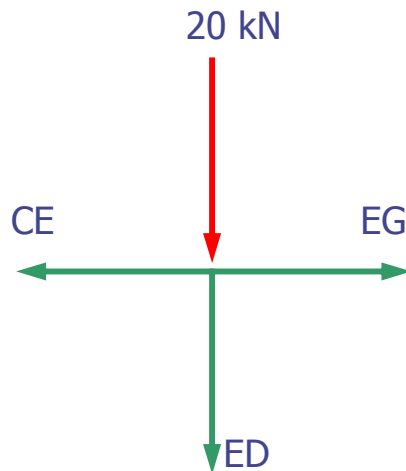
$$CD = 20,34 \text{ kN Çeki}$$

$$+ \rightarrow \Sigma F_x = 0 \quad -AC \cdot \cos 53 + CD \cdot \cos 53 + CE = 0$$

$$CE = AC \cdot \cos 53 - CD \cdot \cos 53$$

$$CE = -24,48 \text{ kN Bası}$$

E Düğümü



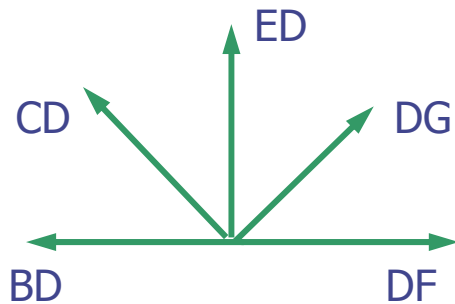
$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{ise } -CE + EG = 0$$

$$EG = -24,48 \text{ kN Bası}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad -20 - ED = 0$$

$$ED = -20 \text{ kN Bası}$$

D Düğümü



$$\Sigma F_x = 0$$

$$ED + CD \cdot \sin 53 + DG \cdot \sin 53 = 0$$

$$DG = (20 - 20,34 \cdot \sin 53) / \sin 53$$

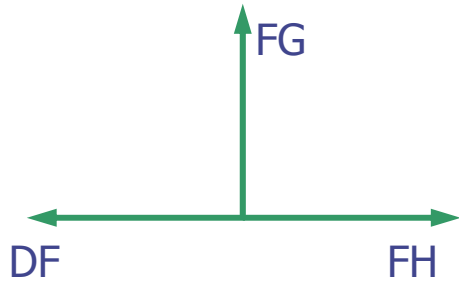
$$\mathbf{DG = 4,7 \text{ kN Çeki}}$$

$$-BD - CD \cdot \cos 53 + DG \cdot \cos 53 + DF = 0$$

$$-12,24 - 20,34 \cdot \cos 53 + 4,7 \cdot \cos 53 + DF = 0$$

$$\mathbf{DF = 21,65 \text{ kN Çeki}}$$

F Düğümü

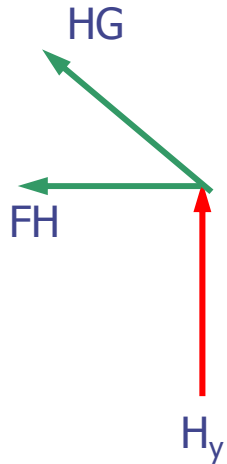


$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \mathbf{FG=0}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad -DF+FH=0$$

$$\mathbf{FH=21,65 \text{ kN Çeki}}$$

H Düğümü



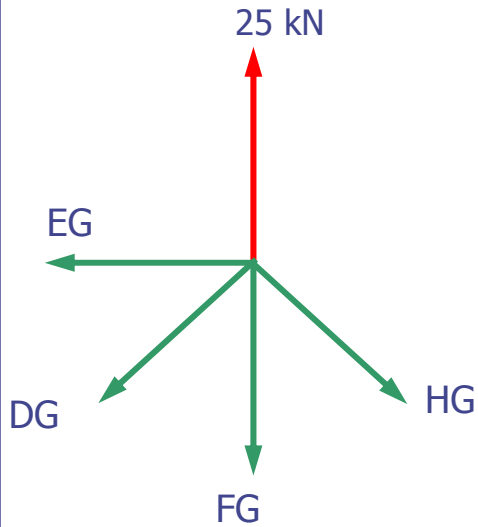
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 28,75 + HG \cdot \sin 53 = 0$$

$$HG = -36 \text{ kN} \quad \text{Bası}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad -HG \cdot \cos 53 - FH = 0$$

$$FH = 21,66 \text{ kN} \quad \text{Çeki}$$

G Düğümü

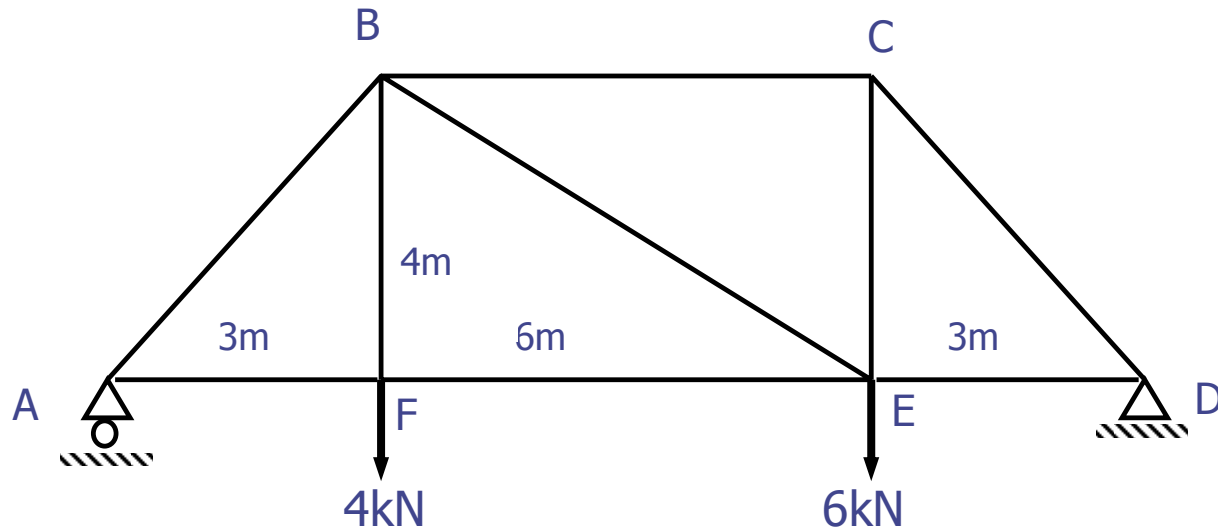


$$\Sigma F_x = 0 \quad \begin{aligned} -EG - DG \cdot \cos 53 + HG \cdot \cos 53 &= 0 \\ -EG - 4,7 \cdot \cos 53 - 36 \cdot \cos 53 &= 0 \\ \mathbf{EG} &= \mathbf{-24,5 \text{ kN} \quad \text{Basl}} \end{aligned}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad \begin{aligned} -25 - DG \cdot \sin 53 - FG - HG \cdot \sin 53 &= 0 \\ -25 - 4,7 \cdot \sin 53 - HG \cdot \sin 53 &= 0 \\ \mathbf{HG} &= \mathbf{-36 \text{ kN} \quad \text{Basl}} \end{aligned}$$

Problem 2:

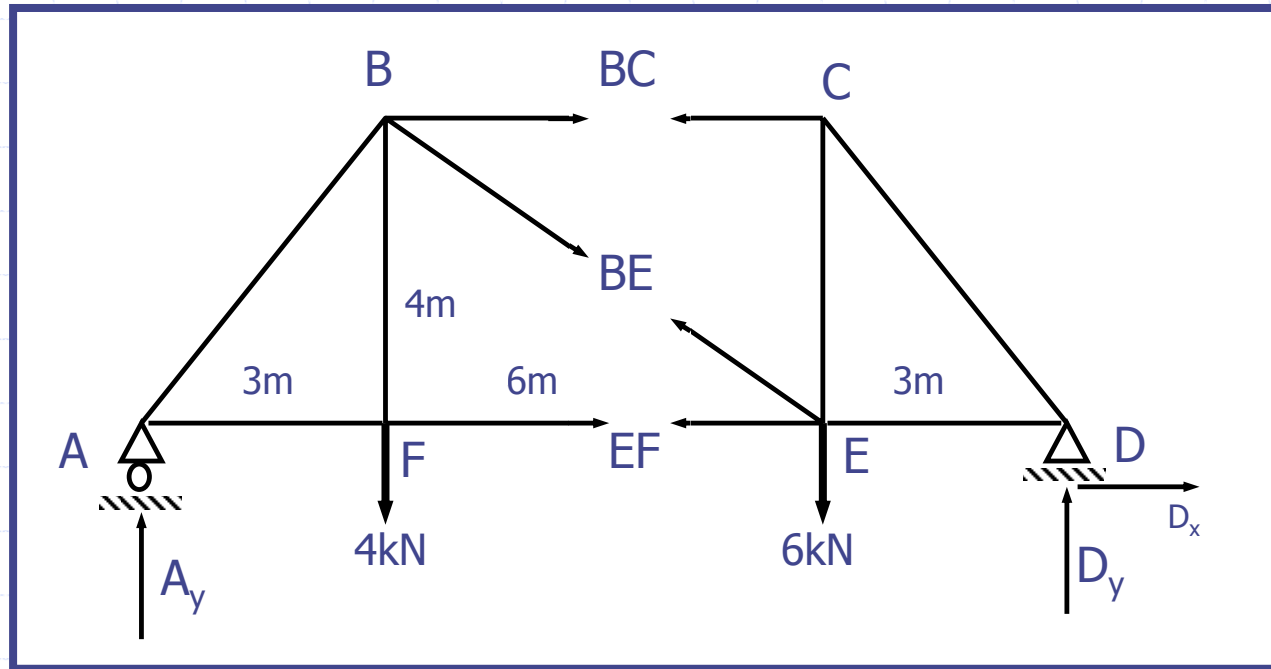
Kafes sisteminin BC, BE ve EF çubuk kuvvetlerini belirleyiniz.



Çözüm 2:

Kesim metodunun uygulanması:

- a) Statikçe belirli olup olmadığı kontrol edilir.
- b) Reaksiyon kuvvetleri bulunur.
- c) En fazla üç çubuğu kapsayacak kesim yapılır.
- d) Kesilen parçalardan biri seçilir. Çubuk kuvveti çekme şeklinde yerleştirilir.
- e) Denge denklemleri uygulanarak bilinmeyen çubuk kuvvetleri hesaplanır.



$$\sum M_D = 0$$

$$A_y \cdot 12 - 4 \cdot 9 - 6 \cdot 3 = 0$$

$$A_y = 4,5 \text{ kN}$$

$$D_y = 5,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_D = 0$$

$$A_y \cdot 3 - EF \cdot 4 = 0$$

$$EF = 3,38 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-BE \cdot \frac{4}{7,211} - A_y - 4 = 0$$

$$BE = 0,9 \text{ kN}$$

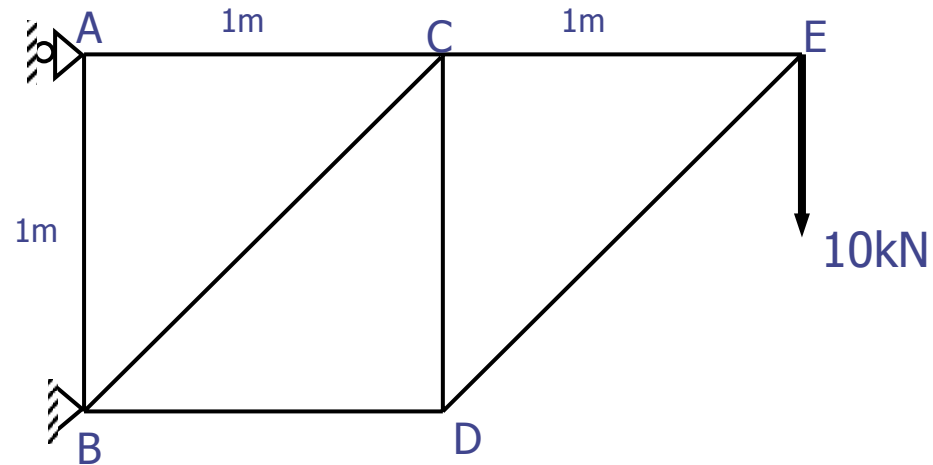
$$\sum F_x = 0$$

$$BC + \frac{6}{7,211} + EF = 0$$

$$BC = 4,1 \text{ kN}$$

Problem 3:

Kafes sisteminin çubuk kuvvetlerini belirleyiniz.



Çözüm 3:

E Düğümü

$$\sum M_B = 0$$

$$A_x - 10.2 = 0$$

$$A_x = 20kN$$

$$B_x = 20kN$$

$$B_y = 10kN$$

$$\sum F_x = 0$$

$$-CE - ED \cos 45 = 0$$

$$CE = -ED \cos 45$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-10 - DE \sin 45 = 0$$

$$DE = -14,14kN$$

$$CE = -10kN$$

D Düğümü

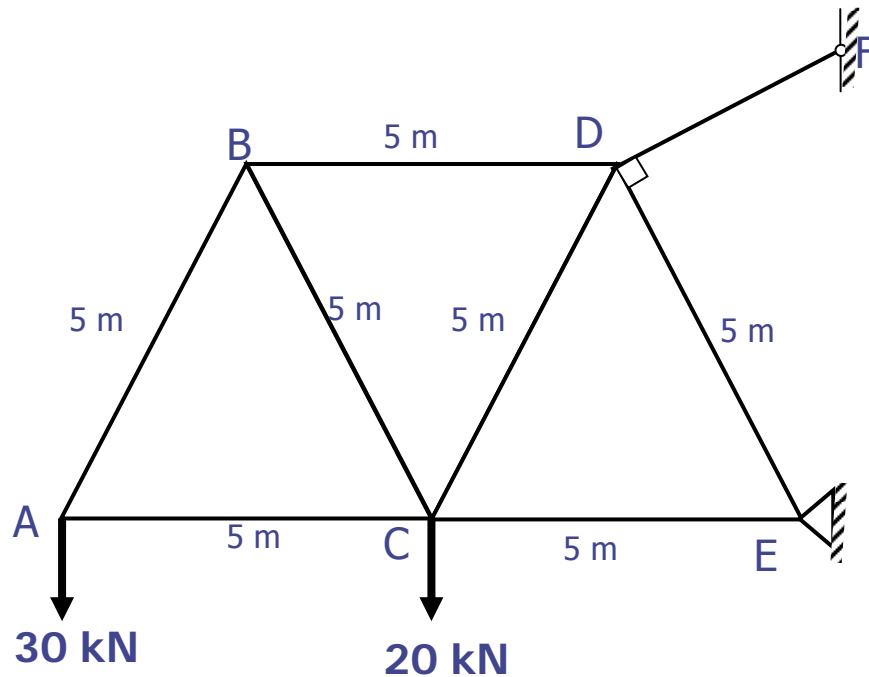
$$BD = 14,14 \cos 45$$

$$BD = 9,99kN$$

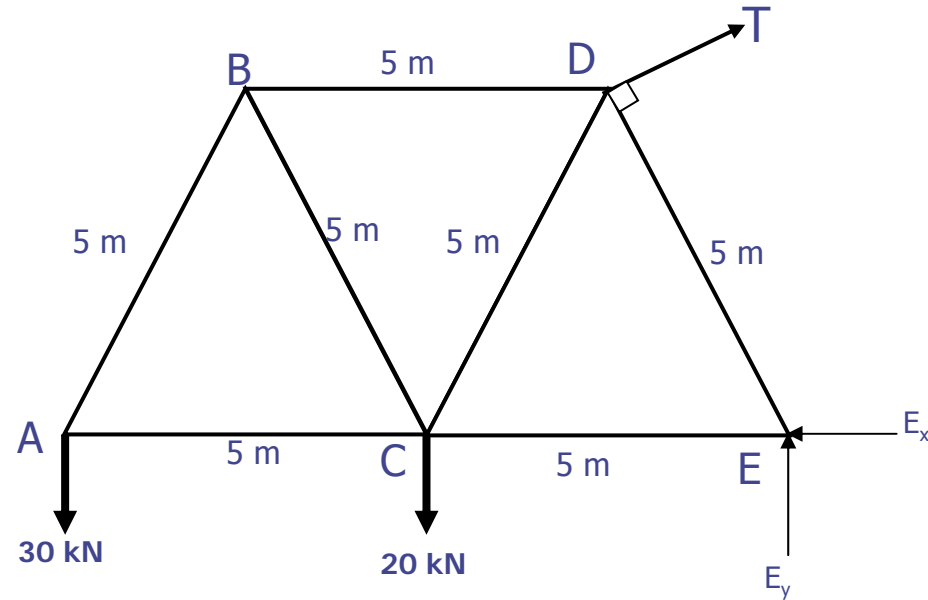
$$DC = 9,99kN$$

Problem 4:

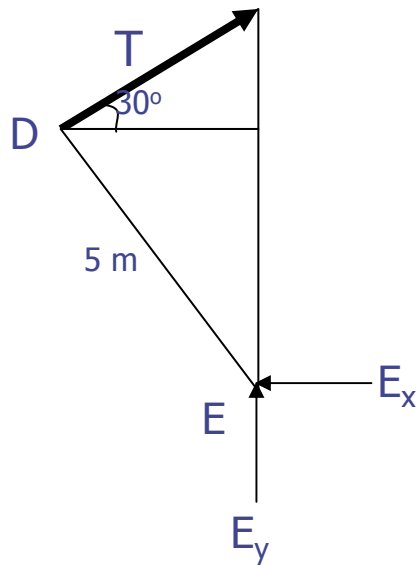
Verilen kafes sistemde BC çubuğundaki çubuk kuvveti hesaplayınız.



Çözüm 4:



$$\sum M_E = 0 \quad -T \cdot 5 + 20 \cdot 5 + 30 \cdot 10 = 0 \quad \text{ise} \quad T = 80 \text{ kN}$$



$$T_x = T \cdot \cos 30 = 69,3 \text{ kN}$$

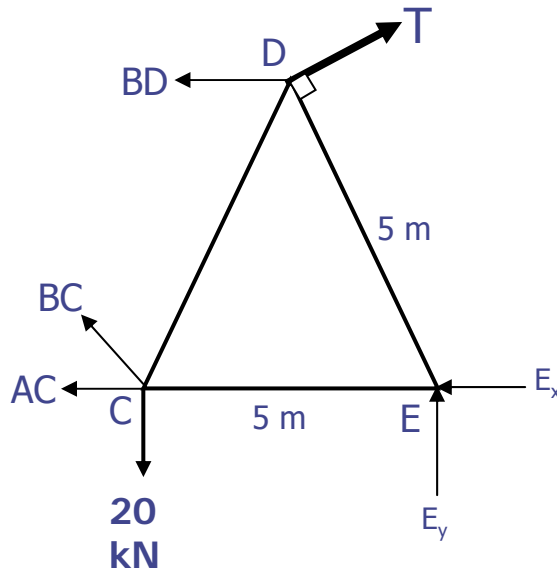
$$T_y = T \cdot \sin 30 = 40 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0$$

$$-E_x + T_x = 0 \Rightarrow E_x = 69,3 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$E_y + T_y - 30 - 20 = 0 \Rightarrow E_y = 10 \text{ kN}$$



$$\sum M_C = 0 \text{ İse}$$

$$(BD.\sin 60).5 + T_y.2,5 - T_x.4,33 + E_y.5 = 0$$

$$\mathbf{BD = 34,65 \text{ kN Çeki}}$$

$$\sum F_y = 0$$

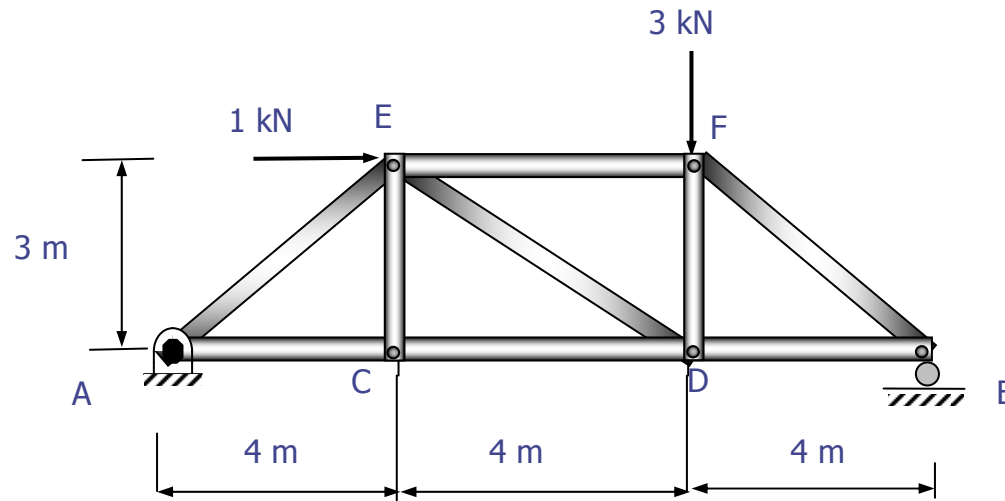
$$-20 + E_y + T_y + BC.\sin 60 = 0$$

$$-20 + 10 + 40 + BC.\sin 60 = 0$$

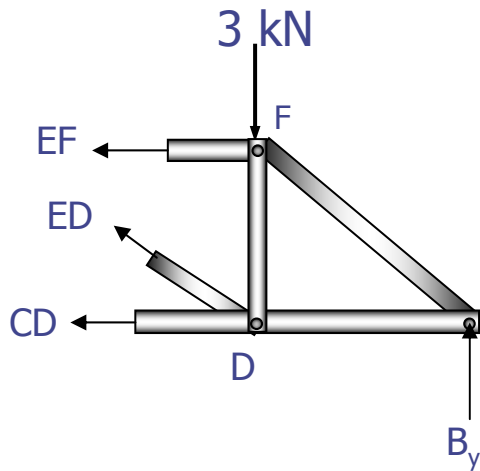
$$\mathbf{BC = -34,64 \text{ kN Bası}}$$

Problem 5:

Verilen basit kafes sistemde EF,ED ve CD çubuklarında çubuk kuvvetlerini hesaplayınız.



Çözüm 5:



$$\sum M_A = 0 \quad -1.3 - 3.8 + B_y \cdot 12 = 0$$

$$\mathbf{B_y = 2,25 \text{ kN}}$$

$$\sum M_D = 0 \quad \text{ise} \quad -EF \cdot 3 - B_y \cdot 4 = 0 \quad \text{ise}$$

$$\mathbf{EF = -3 \text{ kN Bası}}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \text{ise} \quad -3 + ED \cdot 0,6 + B_y = 0 \quad \text{ise} \quad \mathbf{ED = 1,25 \text{ kN Çeki}}$$

$$\sum F_x = 0 \quad \text{ise} \quad -EF - CD - ED \cdot 0,8 = 0 \quad \text{ise} \quad \mathbf{CD = 2 \text{ kN Çeki}}$$